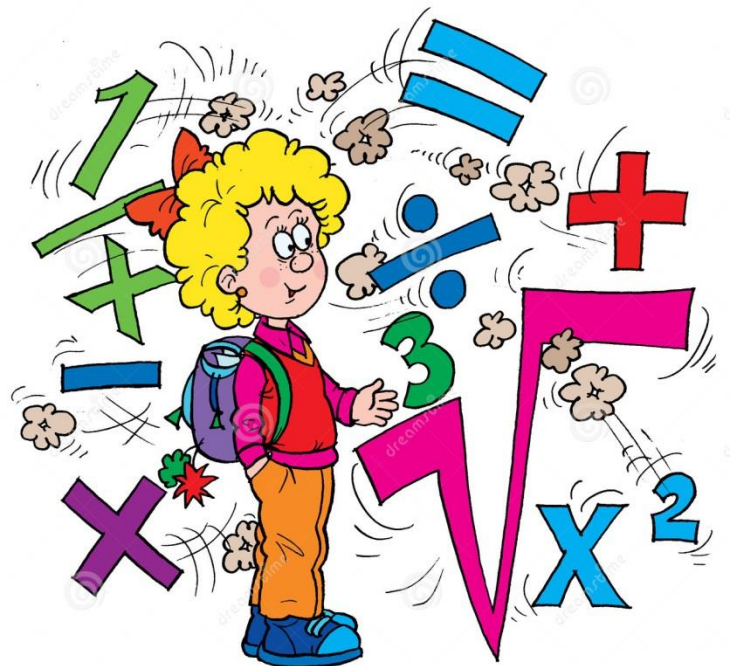


חוברת צבודה

במתמטיקה

לתלמידי 4-5 יח' לימוד

האולים לביתה י"א



תלמידים יקרים!
 במידה ותצטרכו תזכורת באחד הנושאים שמופיעים בחוברת או השלמת הנושא ניתן להיעזר באתר goolבגרויות .
 כניסה לאתר באמצעות הזדהות אחידה של משרד החינוך.
 בטבלה מטה תמצאו קישורים לנושאים רלוונטיים :

4 יח"ל		5 יח"ל	
ממעלה שניה	אי שוויונים	ממעלה שניה	אי שוויונים
ממעלה שלישית		ממעלה שלישית	
אי שיויון - מנה		אי שיויון - מנה	
פ. מנה תחום הגדרה ואסימפטוטות	אנליזה	משיקים לפונקציות שונות כולל פרמטרים.	אנליזה
חקירת פ. מנה תר 21-25		חקירת פונקציה מנה ושורש עד תר 59	
חקירת פ. שורש תר 26-30		קשר בין גרף הפונקציה ונגזרת	
חוצה זווית תר' 15-19	גיאומטריה	פרופורציה ודמיון משולשים תר' 1-58	גיאומטריה
דמיון משולשים 23-39		מעגל הכל	
מעגל		פרופורציה במעגל	

פרק א' - אלגברה

אי שוויונים.

שלבי עבודה:

1. לאפס אגף הימני של אי שוויון
 2. מצא נקודות אפס של הביטוי באגף שמאלי (ע"י פירוק לגורמים או פתרון משוואה)
 3. סמן את נקודות האפס על ציר המספרים לפי הסדר.
 4. אם סימן של אי שוויון הוא \leq או \geq סמן נקודות אפס בנקודה מלאה, אם לא – אז בנקודה ריקה.
 5. בדוק סימן של הביטוי ע"י הצבת מספר כלשהו מהתחום הנבדק
 6. בחר את התחומים בהם התקבל סימן שמתאים לסימן של אי שוויון ורשום את התוצאה.
- ❖ באי שוויון רציאונלי צריך לסמן על הציר גם נקודות אפס של המכנה ותמיד בנקודה ריקה.

דוגמא 1

$$x^3 - 8x^2 + 15x \geq 0$$

1. נפרק לגורמים את האגף השמאלי:

$$x(x^2 - 8x + 15) \geq 0$$

$$x(x - 3)(x - 5) \geq 0$$

נקודות אפס הן:

$$x = 0 \quad x = 3 \quad x = 5$$

2. נסמן אתן על ציר המספרים בנקודה מלא כי :

3. נבדוק סימן של הביטוי ע"י הצבת מספר מכל תחום:

• עבור $x < 0$ נציב (-1):

$$(-)(-)(-) = -$$

• עבור $0 < x < 3$ נציב 1:

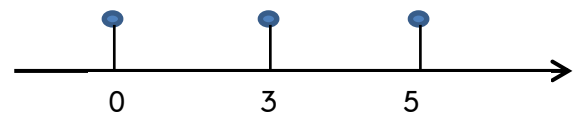
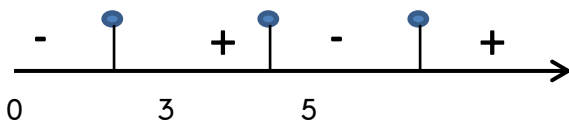
$$(+)(-)(-) = +$$

• עבור $3 < x < 5$ נציב 4:

$$(+)(+)(-) = -$$

• עבור $x > 5$ נציב 6:

$$(+)(+)(+) = +$$



4. תחומים המתאימים לסימן של אי שוויון

הם אלה שבהם התקבל +.

לכן, הפתרונות הם:

$$0 \leq x \leq 3, \quad x \geq 5$$



אי שוויונים ממעלה שלישית ומעלה: (רק תרגילים מסומנים בצהוב)

מ ס'	תרגיל	תשובה	מס'	תרגיל	תשובה
1	$x^2 - 9x < 0$	$0 < x < 3, x < -3$	8	$(x^2 - 7x + 10)(x + 1) > 0$	$x > 5, -1 < x < 2$
2	$x^3 + 4x^2 + 3x < 0$	$-1 < x < 0, x < -3$	9	$(2x^2 - 5x + 2)(x - 2) \leq 0$	$x \leq 0.5, 2 \leq x \leq 7$
3	$x^3 - 8x^2 + 15x \geq 0$	$0 \leq x \leq 3, x \geq 5$	10	$(x^2 - 2x + 1)(x - 7) < 0$	$x \neq 1, x < 7$
4	$x^3 - 10x^2 + 25x > 0$	$x \neq 5 \quad x > 0$	11	$(x - 4)^2(1 - x) \geq 0$	$x = 4, x \leq 1$
5	$x^3 + 2x^2 + 4x > 0$	$x > 0$	12	$x^4 - 81 > 0$	$x < -3 \quad x > 3$
6	$x^4 - 4x^2 \geq 0$	$x = 0, x \leq -2, x \geq 2$	13	$2x^3 - 5x^2 - 3x \geq 0$	$-0.5 \leq x \leq 0, x \geq 3$
7	$x^4 - 8x < 0$	$0 < x < 2$	14	$(x - 4)^2(x - 2)(x - 7) < 0$	$2 < x < 7, x \neq 4$

אי שוויונים ממעלה שניה:

(רק 5 יח ורק תרגילים מסומנים בצהוב)

מס'	תרגיל	תשובה	מס'	תרגיל	תשובה
1	$x^2 - 2x - 15 < 0$	$-3 < x < 5$	11	$4x^2 - 20x + 25 < 0$	$x \neq 5$
2	$x^2 - 6x + 5 > 0$	$x < 1 \quad x > 5$	12	$x^2 - 20x + 100 \leq 0$	$x = 10$
3	$-x^2 - x + 20 \leq 0$	$x \leq -5 \quad x \geq 4$	13	$x^2 + 4x + 3 \leq 0$	$-3 \leq x \leq -1$
4	$x^2 - 4x \geq 0$	$x \leq 0 \quad x \geq 4$	14	$-x^2 + 10x - 21 > 0$	$3 < x < 7$
5	$3x^2 - 48 > 0$	$x < -4 \quad x > 4$	15	$-3x^2 + 7x + 10 < 0$	$x < -1 \quad x > 3\frac{1}{3}$
6	$x^2 - 4x + 4 > 0$	$x \neq 2$	16	$6 - x - 7x^2 \geq 0$	$-1 \leq x \leq \frac{6}{7}$
7	$x^2 + 8x + 16 \geq 0$	x כל	17	$-x^2 + 10x - 25 < 0$	$x \neq 5$
8	$2x^2 + 18 \leq 0$	x אף	18	$2x^2 + 8x - 25 \leq 3x^2 + 14x$	$x \leq -5 \quad x \geq -1$
9	$-x^2 - 5 < 0$	x כל	19	$(x + 4)(x + 7) < 70$	$-14 < x < 3$
10	$x^2 + 20x + 100 < 10x + 79$	$-7 < x < -3$	20	$(4x - 1)(x - 3) > (2x - 5)(x + 1)$	$x < 1 \quad x > 4$

**אי שוויונים רציונליים: (רק 5 יח ורק תרגילים מסומנים בצהוב)
(חשב! אסור לבטל מכנה משותף!)**

מס'	תרגיל	תשובה	מס'	תרגיל	תשובה
1	$\frac{4x-7}{5x+9} \geq 0$	$x \geq 1.75, x < -1.8$	15	$\frac{6x-x^2-11}{x-8} \leq 0$	$x > 8$
2	$\frac{x-6}{4(x+2)} \geq 0$	$x \geq 6, x < -2$	16	$\frac{x+5}{x-1} > 4$	$1 < x < 3$
3	$\frac{x^2-7x+10}{x+1} > 0$	$x > 5, -1 < x < 2$	17	$\frac{2x+2}{x-1} \leq 6$	$x \geq 2, x < 1$
4	$\frac{x(x+6)}{x-4} > 0$	$x > 4, -6 < x < 0$	18	$\frac{2x-3}{x+2} < 1$	$-2 < x < 5$
5	$\frac{1-x}{x^2-x-6} \leq 0$	$x > 3, -2 < x \leq 1$	19	$\frac{3x-1}{x+3} \geq 2$	$x \geq 7, x < -3$
6	$\frac{8}{x^2-6x+8} < 0$	$2 < x < 4$	20	$\frac{x^2+1}{x-2} > 10$	$x > 7, 2 < x < 3$
7	$\frac{x^2-8x+12}{25-x^2} \leq 0$	$x < -5, 2 \leq x < 5,$ $x \geq 6$	21	$\frac{2x^2-x+6}{x+4} \leq 2$	$x < -4$ $-0.5 \leq x \leq 2$
8	$\frac{x^2-6x+5}{x^2-11x+24} > 0$	$x < 1, 3 < x < 5,$ $x > 8$	22	$\frac{3x+6}{x^2-x-2} > 5$	$2 < x < 2.76$ $-1.16 < x < -1$
9	$\frac{(x+1)(8-x)}{(2-x)(5-x)} \geq 0$	$5 < x \leq 8,$ $-1 \leq x < 2$	23	$\frac{x^2+7}{x^2-1} > 2$	$1 < x < 3$ $-3 < x < -1$
10	$\frac{x-2}{(x-3)^2} \leq 0$	$x \leq 2$	24	$\frac{x^2+x+5}{x^2+6x} \geq 1$	$x < -6$ $0 < x \leq 1$
11	$\frac{x^2-2x+1}{x-7} < 0$	$x < 7, x \neq 1$	25	$\frac{x^2-x+12}{x^2-3x+2} \leq 4$	$x \leq -\frac{1}{3}, 1 < x < 2,$ $x \geq 4$
12	$\frac{1-x^2}{25-10x+x^2} < 0$	$x < -1, x > 1, x \neq 5$	26	$\frac{x^2-3x-40}{x^2-2x-8} \leq 0$	$-5 \leq x < 2$ $4 < x \leq 8$
13	$\frac{x^2-15x+36}{x^2-x-6} \leq 0$	$x \neq 3, -2 < x \leq 12$	27	$\frac{x^2-4x+3}{x^2-12x+35} > 0$	$x < 1, 3 < x < 5,$ $x > 7$
14	$\frac{x^2-10x+21}{x^2-4x+7} < 0$	$3 < x < 7$	28	$\frac{-14x^2+49x}{3x^2-11x-60} \square 0$	$-3.5 \leq x < 6\frac{2}{3}$ $-3 < x \leq 0$

משוואות עם שורש ריבועי

1. פתור את המשוואות הבאות:

(רק תרגילים מסומנים בצהוב, תרגילים עם כוכבים – רק 5 יח)

תשובה	משוואה		תשובה	משוואה	
אין פתרון	$\sqrt{3x-2} + 4 = 0$	17	8.5	$\sqrt{2x-1} - 4 = 0$	1
-5	$2\sqrt{4-x} - 6 = 0$	18	אין פתרון	$\sqrt{2x+1} + 3 = 0$	2
1,0	$\sqrt{x} - x^2 = 0$	19	4,0	$x^2 - 8\sqrt{x} = 0$	3
אף פתרון	$\sqrt{x-7} - \sqrt{2-2x} = 0$	20	2,-1	$\sqrt{x^2+5} - \sqrt{x+7} = 0$	4
3,4	$\sqrt{3x-1} - \sqrt{x^2-4x+11} = 0$	21	-6	$\sqrt{x^2-5x+2} - \sqrt{2x^2-4} = 0$	5
4	$x = \sqrt{x} + 2$	22	9,1	$4\sqrt{x} - x = 3$	6
1,25	$x - 6\sqrt{x} + 5 = 0$	23	4,9	$x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$	7
16	$x - 3\sqrt{x} - 4 = 0$	24	0.25	$2x + 5\sqrt{x} - 3 = 0$	8
-1	$\sqrt{7-2x} + x = 2$	25	6	$\sqrt{x-2} + 4 = x$	9
9,3	$3\sqrt{2x-2} - x = 3$	26	1	$3x - \sqrt{7-6x} - 2 = 0$	10
0.5	$-2\sqrt{4x-1} + 3 = 2x$	27	-6,-12	$x + 3\sqrt{1-4x} = 9$	11
6,3	$\sqrt{3x+7} - 3 = \sqrt{x-2}$ ★	28	6	$\sqrt{x+3} - \sqrt{x-2} = 1$ ★	12
	$\sqrt{x+2} + \sqrt{2x-3} = 2$ ★	29	8	$\sqrt{3x+1} - \sqrt{17-x} = 2$ ★	13
3,4	$\sqrt{5-x} - \frac{7-x}{\sqrt{x+5}} = 0$	30	2	$\frac{x+2}{\sqrt{x-1}} = \sqrt{3x+10}$ ★	14
4	$2x\sqrt{x-2} - \frac{x^2}{\sqrt{x-2}} = 0$	31	0,1,-1	$\frac{6x^3}{\sqrt{4-x^2}} - 2x\sqrt{4-x^2} = 0$ ★	15
1	$\sqrt{x} - \frac{3-x}{2\sqrt{x}} = 0$	32	אף x	$\sqrt{2x+3} - \frac{x}{2\sqrt{2x+3}} = 0$ ★	16

פרק ב' – חשבון דיפרנציאלי (אנליזה)

❖ נוסחאות גזירה:

דוגמא	הנגזרת	פונקציה
$(x^5)' = 5x^4$	$n \cdot x^{n-1}$	x^n
$[(3x + 7)^4]' = 4 \cdot 3 \cdot (3x + 7)^3$	$n \cdot f'(x) \cdot f(x)^{n-1}$	$(f(x))^n$
$[(3x + 7)(x^2 - 4x)]' =$ $3(x^2 - 4x) + (2x - 4)(3x + 7)$	$u' \cdot v + u \cdot v'$	$u \cdot v$
$\left[\frac{3x^2 - 4}{2x + 5} \right]' = \frac{6x(2x + 5) - 2(3x^2 - 4)}{(2x + 5)^2}$	$\frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$	$\frac{u}{v}$
$\left[\sqrt{5x^3 - 4x} \right]' = \frac{15x^2 - 4}{2\sqrt{5x^3 - 4x}}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	\sqrt{x}
	$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$	$\sqrt{f(x)}$

❖ שיפוע המשיק שווה לנגזרת של פונקציה בנקודת ההשקה $m = f'(x_1) \Leftrightarrow$

כאשר (x_1, y_1) היא נקודת ההשקה.

❖ משוואת המשיק: $y - y_1 = m(x - x_1)$

❖ ישרים מקבילים הם בעלי שיפועים שווים.

❖ לישרים מאונכים שיפועים הופכים ונגדיים

❖ שיפוע של כל ישר שווה לטאנגנס הזווית אותה יוצר ישר עם כיוון החיובי של ציר ה-X.

$$m = \tan 45^\circ = 1 \quad \text{כל למשל:}$$

$$m = \tan 135^\circ = -1$$

$$m = \tan \alpha$$

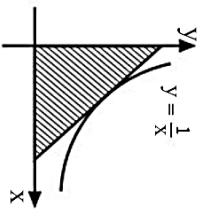
❖ בנקודות קיצון של פונקציה נגזרת מתאפסת.

❖

❖ אם נגזרת חיובית – פונקציה עולה, אם נגזרת שלילית – פונקציה יורדת.

משיק עם פרמטרים – פונקציות רציונאליות

30. א. הראה ששיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{x^2+ax-2}{x^2-x+1}$ בנקודה $x = 1$ הוא 3.
 ב. רשום את משוואת המשיק בנקודה $x = 1$ בעזרת a.
 ג. מצא את a אם המשיק עובר דרך הנקודה (2, 5). (הנקודה לא על גרף הפונקציה).



31. לגרף הפונקציה $y = \frac{1}{x}$ ברביע הראשון, העבירו משיק בנקודה $(a, \frac{1}{a})$.
 א. הבע באמצעות a את שיעורי נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.
 ב. הראה ששטח המשולש שהמשיק יוצר עם הצירים לא תלוי ב-a ומצא אותו.

35. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{9-2x}{x+a}$ בנקודה $x = 3$ הוא $\frac{1}{4}$.
 א. מצא את שני הערכים של a.
 ב. עבור הערך הקטן של a, מבין שתי האפשרויות שמצאת, מצא את משוואת המשיק הנייל.

36. נתונה הפונקציה $y = ka^2 + \frac{2}{x-3}$. המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x = 4$ מאונך לישר $y = -\frac{1}{2}x + 6$. מצא את a ואת משוואת המשיק.

37. המשיקים לגרף הפונקציה $y = \frac{3x+B}{x^2+1}$ בנקודות $x = 1$ ו- $x = 2$ מקבילים זה לזה. מצא את B.

23. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{x^2+ax}{x+1}$ בנקודה $x = 1$ הוא 2.
 א. מצא את a.
 ב. מצא את משוואת המשיק בנקודה $x = 1$.

24. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = ax^2 + \frac{1}{x+2}$ בנקודה $x = -1$ הוא 3.
 א. מצא את a.
 ב. מצא את משוואת המשיק בנקודה $x = -1$.

27. המשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{x+a}{x+1}$ בנקודה $x = 3$ מאונך לישר $y = -4x + 3 = 0$.
 א. מצא את a.
 ב. מצא את שתי הנקודות על גרף הפונקציה שהמשיקים בהן מאונכים לישר הנייל.

28. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{x^2-6}{x+a}$ בנקודה $x = 1$ הוא 3.
 א. מצא את שני הערכים האפשריים של a.
 ב. הראה שעבור ה-a הקטן מבין השניים שמצאת בסעיף א' אין משיק לגרף הפונקציה שמאונך לישר $x = 5$.

29. שיפוע הפונקציה $f(x) = \frac{a}{x^2-1}$ בנקודה $x = 2$ שווה לשיפוע הפונקציה $g(x) = \frac{a-5}{x} + 3$ בנקודה $x = 1$.
 א. מצא את a.

- ב. הראה שהמשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה $x = 2$ הוא גם המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה $x = 1$ ומצא את משוואת המשיק המשותף.
 ג. היא פונקציה שמקיימת $h'(x) = f(x)$ בתחום $x > 1$. ישר ששיפועו 3 משיק לגרף הפונקציה $h(x)$. מצא את שיעור ה-x של נקודת החשקה. ★

- תשובות:** א. $a = -9$ ו $a = -5$. א. 35. $y = -2x + 16$. ב. $(4; 8)$, $k = 2$. א. 34. א. 39. $b = 2$, $a = 3$. 42. $B = 2$, $A = 2$. 41. $c = -5$, $b = -3$. 40. ג. 4. א. 39. $(5; -3)$, $a = 2$. 48. -5 . 47. 5. ו $a = 3$. ב. $x \neq 4$. א. 46. 4. 44. 3. 43. $y = -\frac{9}{a^2}x + \frac{18}{a}$. א. 51. $b = 2$, $a = -4$. 50. 15. 49. $(2\frac{1}{7}; 10\frac{1}{3})$, $a = 10\frac{8}{9}$.
7. א. 25. 120.96° . ג. $y = 3x + 2$. ב. -2 . א. 24. $y = 2x + 1$. ב. 5. א. 23. ב. 9. א. 29. $\frac{2}{3}$, -2 . א. 28. $(-5, 0)$, $(3, 2)$. ב. 5. א. 27. $y = x + 9$, $y = x - 3$. ב. 2. ב. $(0, \frac{2}{a})$, $(2a, 0)$. א. 31. 3. ג. $y = 3x + a - 4$. ב. 30. 2. ג. $y = -4x + 11$. ב.

40. הנקודה $A(1; 2)$ נמצאת על גרף הפונקציה $y = \frac{x+c}{x+b}$. שיפוע המשיק לגרף בנקודה A הוא 0.5 . מצא את הפרמטרים b ו $-c$.

41. משוואת המשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{x^2+B}{x-A}$ בנקודה $x = 1$ היא $-5x + 2$. מצא את A ואת B .

42. לגרף הפונקציה $y = a + \frac{b}{x}$ מעברירים משיק בנקודה שבה $y = 5$. משוואת המשיק היא $-2x + 7$. מצא את ערכי הפרמטרים a ו $-b$.

47. שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{x+t}{x-2}$ בנקודה שבה $y = 4$ הוא 3. מצא את הערך של t .

48. הישר $-13 = ax - y$ משיק לגרף הפונקציה $y = \frac{x-11}{x-3}$ מצא את a ואת שיעורי נקודת החשקה.

עבור כל אחת מהפונקציות הבאות: א. מצא את תחום התגדרות.
 ב. מצא את האיסימפטוטות המאונכות לציר ה- x (אם קיימות).
 ג. מצא את שיעורי ה- x בהם מתקבל "חור" בגרף הפונקציה (אם קיימים).

22. $y = \frac{2x+6}{x^2-9}$ 21. $y = \frac{3x-15}{x^2-5x}$ 20. $y = \frac{x+4}{x^2+4x}$

25. $y = \frac{x-2}{x^2-5x+6}$ 24. $y = \frac{2x^2+14x}{x}$ 23. $y = \frac{x^2-36}{x+6}$

28. $y = \frac{3x^2+17x-6}{x^2+4x-12}$ 27. $y = \frac{2x^2-5x+2}{4x-2}$ 26. $y = \frac{x^2+6x+8}{x^2-16}$

31. $y = \frac{x^2+3x-4}{x^2-2x+1}$ 30. $y = \frac{x+3}{x^2+6x+9}$ 29. $y = \frac{x^2-6x}{(x-6)^2}$

34. $y = \frac{2x^2-10x}{x^3-2x^2-15x}$ 33. $y = \frac{x^2-2x}{x^3-4x}$ 32. $y = \frac{x^3-3x^2}{x^2-9}$

37. $y = \frac{x^2+x-6}{x^4-13x^2+36}$ 36. $y = \frac{3x-3}{x^4-1}$ 35. $y = \frac{x^3-4x}{x^2-7x+10}$

19. $x=4$, $x=0$, $x \neq -4$, $x \neq 0$, $x \neq 4$, $x \neq 0$. נ.א. 20. $x=4$, $x=0$, $x \neq -4$, $x \neq 0$, $x \neq 4$, $x \neq 0$. נ.א.
 21. $x=3$, $x=-3$, $x=3$, $x=-3$, $x \neq 3$, $x \neq -3$, $x \neq 3$, $x \neq -3$. נ.א. 22. $x=5$, $x=0$, $x=0$, $x=0$. נ.א.
 23. $x=3$, $x \neq 2$, $x=0$, $x \neq 0$, $x \neq 2$, $x \neq 0$, $x \neq 2$, $x \neq 0$. נ.א. 24. $x=-6$, $x=0$, $x \neq 0$, $x \neq -6$, $x \neq 0$, $x \neq -6$. נ.א.
 25. $x=4$, $x=4$, $x \neq 4$, $x \neq 4$, $x \neq 4$, $x \neq 4$, $x \neq 4$, $x \neq 4$. נ.א. 26. $x=2$, $x=3$, $x=3$, $x=2$. נ.א.
 27. $x=-6$, $x=2$, $x \neq -6$, $x \neq 2$, $x \neq -6$, $x \neq 2$, $x \neq -6$, $x \neq 2$, $x \neq -6$, $x \neq 2$. נ.א. 28. $x=\frac{1}{2}$, $x \neq \frac{1}{2}$, $x \neq \frac{1}{2}$, $x \neq \frac{1}{2}$. נ.א.
 29. $x=3$, $x=3$, $x=-3$, $x \neq -3$, $x \neq 3$, $x \neq 3$, $x \neq -3$, $x \neq 3$, $x \neq -3$, $x \neq 3$, $x \neq -3$. נ.א. 30. $x=6$, $x=6$, $x \neq 6$, $x \neq 6$, $x \neq 6$, $x \neq 6$. נ.א.
 31. $x=3$, $x=3$, $x=-3$, $x \neq -3$, $x \neq 3$, $x \neq 3$, $x \neq -3$, $x \neq 3$, $x \neq -3$, $x \neq 3$, $x \neq -3$. נ.א. 32. $x=1$, $x=1$, $x \neq 1$, $x \neq 1$, $x \neq 1$, $x \neq 1$. נ.א.
 33. $x=2$, $x=0$, $x=2$, $x=0$, $x \neq 2$, $x \neq 0$, $x \neq 2$, $x \neq 0$, $x \neq 2$, $x \neq 0$. נ.א. 34. $x=5$, $x \neq 5$, $x=5$, $x=0$, $x=0$, $x \neq 5$, $x \neq 0$, $x \neq 5$, $x \neq 0$, $x \neq 5$, $x \neq 0$. נ.א.
 35. $x=1$, $x=1$, $x=-1$, $x \neq -1$, $x \neq 1$, $x \neq 1$, $x \neq -1$, $x \neq 1$, $x \neq -1$, $x \neq 1$. נ.א. 36. $x=2$, $x=5$, $x=5$, $x=2$. נ.א.
 37. $x=-3$, $x=2$, $x=2$, $x=-2$, $x=3$, $x \neq -2$, $x \neq 2$, $x \neq -3$, $x \neq 3$, $x \neq -2$, $x \neq 2$, $x \neq -3$, $x \neq 3$. נ.א.

★ נקודות אי הגדרה – "חור" כל הנושא רק ל-5 יח'. חובה לפתור תרגילים זוגיים.

מצא את האיסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $y = \frac{x-2}{x^2-6x+8}$
פתרון:

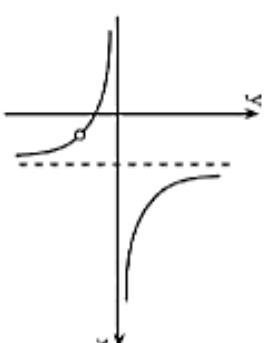
נשווה את המכנה לאפס. נקבל: $x^2-6x+8=0$
 פתרונות המשוואה הם: $x=4$ או $x=2$

נציב $x=4$ במונה. נקבל: $4-2=2$, כלומר $x=4$ הפתרון אינו מאפס את המונה.
 נציב $x=2$ במונה. נקבל: $2-2=0$, כלומר $x=2$ הפתרון $x=2$ מאפס את המונה

לכן קיימת אפשרות שב- $x=2$ לא מתקבלת איסימפטוטה אנכית, אלא קיים "חור בגרף". נבדוק זאת לפי שתי הדרכים שהצגנו.
דרך א': תחילה נצמצם את הפונקציה ככל שאפשר.

$$\text{נקבל: } y = \frac{x-2}{x^2-6x+8} = \frac{x-2}{(x-2)(x-4)} = \frac{1}{x-4}$$

הפונקציה שהתקבלה לאחר צמצום היא $y = \frac{1}{x-4}$



הפתרון $x=2$ אינו מאפס את המכנה, לכן לא מתקבלת בו איסימפטוטה אנכית, אלא נוצר "חור בגרף". לסיכום, לפונקציה יש איסימפטוטה אנכית אחת והיא הישר $x=4$. גרף הפונקציה נראה כמתואר משמאל:

שים לב! הפונקציה הנתונה היא $f(x) = \frac{x-2}{x^2-6x+8}$
 פונקציה זו מוגדרת עבור $x \neq 2$, $x \neq 4$.

בעמודים 11-13: 5 יח - חובה לפתור תרגילים אי זוגיים
4 יח – כל התרגילים ללא תרגילים/ סעיפים עם כוכבית

חקירת פונקציות רציונאליות – ללא פרמטרים (חזרה)

(1) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2+5}{x^2+x+3}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- ★ מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה עם האסימפטוטה המקבילה לציר ה-x.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- נתונה פונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = bf(x) - 3$, $b > 0$. ידוע שהמקסימום המוחלט של $g(x)$ הוא 5.
 - מצא את b .
 - מצא את המינימום המוחלט של $g(x)$.

(2) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-6x}{x^2-6x+9}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ז. (1) מצא לאילו ערכי m אין פתרון למשוואה $f(x) = m$.
- ★ (2) כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = m$ אם $\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$?

(3)★ $f(x)$ היא פונקציה שהנגזרת שלה היא הפונקציה $f'(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f'(x)$.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f'(x)$.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f'(x)$.
- מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של הפונקציה $f'(x)$.
- מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $f'(x)$.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f'(x)$.
- ז. ידוע שתחום ההגדרה של $f(x)$ הוא כמו תחום ההגדרה של $f'(x)$.
 - מצא את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

$$(5) \quad \text{נתונה הפונקציה} \quad y = \frac{2x^2+x}{x^2-3x-4}$$

(המשך התרגיל בעמ' הבא)

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא את התחום בו הפונקציה שלילית וגם הנגזרת שלה שלילית.

$$(6) \quad \text{נתונה הפונקציה} \quad y = \frac{2x}{x^2+x-6}$$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- האם ייתכן שישר בעל שיפוע **אי שלילי** משיק לפונקציה? נמק.



$$(7) \quad \text{נתונה הפונקציה} \quad f(x) = \frac{5x-x^2}{x^2-6x+5}$$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים והסבר מדוע יש רק אסימפטוטה אחת המקבילה לציר ה- y .
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה).
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הישר $y = -\frac{1}{4}x$ עם הפונקציה הנייל.

חקירת פונקציות רציונאליות – מציאת פרמטרים (חזרה)

$$(9) \quad \text{לפונקציה} \quad f(x) = \frac{(x+a)^2}{x^2+3}$$

יש נקודת קיצון ב- $x = -\frac{1}{2}$.

- מצא את שני הערכים האפשריים של a .
- עבור ה- a השלילי שמצאת ענה על הסעיפים הבאים:
 - מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 - מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - מצא את האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x .
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- היא פונקציה המקיימת $g(x) = -f(x)$. מצא על סמך החקירה של $f(x)$ (בסעיף ב') את נקודות הקיצון של $g(x)$, את תחומי העלייה והירידה של $g(x)$ ואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x .



10 שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{a}{x^2-4}$ בנקודה $x = -3$ הוא 6.

א. מצא את a.

ב. מצא:

(1) תחום הגדרה.

(2) נקודות חיתוך עם הצירים.

(3) נקודות קיצון.

(4) תחומי עלייה וירידה.

(5) אסימפטוטות המאונכות לצירים.

ג. שרטט את גרף הפונקציה.

ד.★ היעזר בגרף של $f(x)$ ושרטט את הגרף של $f'(x)$ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ אין נקודות פיתול.

11★ נתונה הפונקציה $y = \frac{ax^2-6x+1}{(x-1)^2}$. שיעור ה-x של נקודת החיתוך של הפונקציה עם

האסימפטוטה שלה המקבילה לציר ה-x הוא 1.5.

א. מצא את a.

ב. מצא לגבי הפונקציה את נקודת הקיצון, את האסימפטוטות המקבילות לצירים ושרטט את הגרף שלה.

ג. מצא כמה נקודות חיתוך יש לישר $y = k$ ולגרף הפונקציה אם:

(1) $k = 4$

(2) $k = 1$

(3) $k < 0$

(4) $k > 5$

12 לפונקציה $f(x) = \frac{ax^2+4x-18}{x^2-b}$ יש אסימפטוטה $y = 2$ ואסימפטוטה $x = -2$.

א. מצא את a ו-b.

ב. מצא את תחום ההגדרה ואת נקודות החיתוך עם הצירים.

ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

ד. מצא את תחומי העלייה הירידה.

ה. שרטט את גרף הפונקציה.

ו.★ x_1 הוא מספר בתחום $-2 < x < 2$ ו- x_2 הוא מספר בתחום $x > 2$.

נתון: $f(x_1) - f(x_2) = c$. באיזה תחום נמצא c? נמק.

13 הישר $x = 3$ הוא אסימפטוטה לפונקציה $f(x) = \frac{x+a}{bx-x^2}$. לפונקציה נקודת קיצון

ב- $x = 1$.

א. מצא את a ו-b ואת נקודת הקיצון.

ב. מצא אסימפטוטות נוספות המאונכות לצירים ונקודת קיצון נוספת.

ג. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים ואת תחומי העלייה הירידה.

ד. שרטט את גרף הפונקציה.

ה.★ $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g(x) = (f(x))^2$. מצא עפ"י החקירה של $f(x)$

את הנקודות בהן הנגזרת של $g(x)$ מתאפסת.

כל העמוד רק עבור 5 יח

15 נתונה הפונקציה $y = \frac{ax-6}{x^2-4x-b}$ הישר $x = -1$ הוא אסימפטוטה לפונקציה.

בנקודה שבה $x = -7$ לפונקציה יש נקודת קיצון.

(המשך התרגיל בעמ' הבא)

א. מצא את a ו- b .

ב. הצב את a ו- b שמצאת בפונקציה ומצא את:

(1) תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.

(3) נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(4) נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

16 נתונה הפונקציה $y = \frac{ax^2+bx-8}{(x+2)^2}$ הנקודה $(1, -\frac{5}{3})$ היא נקודת קיצון של הפונקציה.

א. מצא את a ו- b .

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ג. מצא אם יש נקודות קיצון נוספות.

ד. קבע את הסוג של נקודות הקיצון.

ה. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים ועם האסימפטוטה שלה המקבילה

לציר ה- x .

17 נתונה הפונקציה $y = \frac{x^2-3x+a}{x^2-3x+2}$ ישר המשיק לפונקציה בנקודה $x = -1$ חותך

את ציר ה- x בנקודה $x = \frac{7}{5}$.

א. הוכח: $a = 0$.

הצב בפונקציה $a = 0$ ומצא את:

ב. תחום ההגדרה של הפונקציה.

ג. נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ד. האסימפטוטות לפונקציה המקבילות לצירים.

ה. נקודות הקיצון של הפונקציה.

ו. נקודת החיתוך של הפונקציה עם האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x .

20 ★ נתונה הפונקציה $y = \frac{2x^2-8}{ax^2+bx-10}$ לפונקציה יש אסימפטוטה אחת בלבד המאונכת

לציר ה- x והיא הישר $x = 5$. כמו כן ידוע שהפונקציה לא מוגדרת עבור ערך נוסף

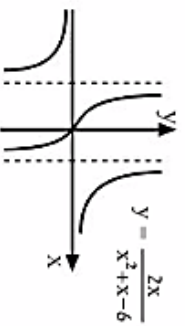
של x וערך זה הוא שלילי.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

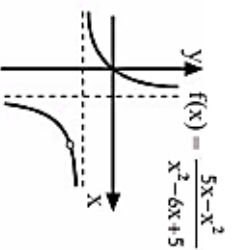
ב. מצא את a ו- b .

ג. חקור את הפונקציה: מצא נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות קיצון, אסימפטוטות

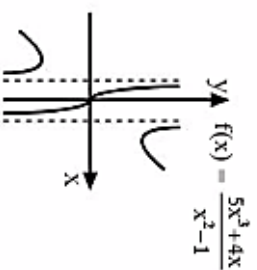
המקבילות לצירים ושרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



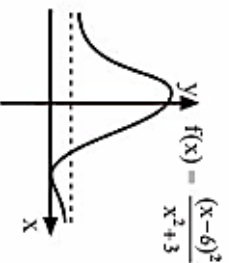
- 6 א. $x \neq 2, x \neq -3$. ב. אף. ג. יורדת: $-3 < x < 2$ או $x < -3$. ד. $x > 2$ או $x = 2$. ה. $(0, 0)$. ו. $x > 2$ או $x = 2$. ז. $y = 0, x = -3$.



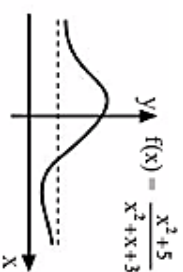
- 7 א. $x = 1$. ב. $x \neq 1, x \neq 5$. ג. $y = -1$. ד. $(0, 0)$. ה. עולה: $1 < x < 5$ או $x < 1$. ו. $(0, 0)$. ז. $x > 5$ או $x > 5$.



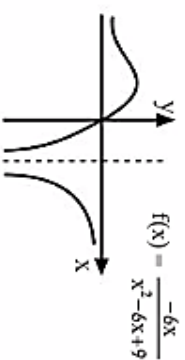
- 8 א. $x \neq 1, x \neq -1$. ב. $(0, 0)$. ג. מניימנים, $x = 1, x = -1$. ד. $x = -1, x = 1$. ה. עולה: $x < -2$ או $-2 < x < -1$. ו. יורדת: $x > 2$ או $-2 < x < -1$. ז. $1 < x < 2$ או $-1 < x < 1$.



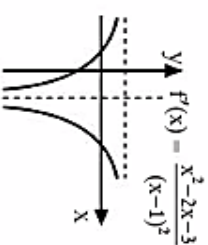
- 9 א. $a = -6$ או $a = \frac{1}{2}$. ב. $(0, 12)$. ג. $(6, 0)$. ד. $(6, 0)$ מקסימום, $(-\frac{1}{2}, 13)$ מינימום. ה. עולה: $x < -\frac{1}{2}$ או $x > 6$. ו. $y = 1$. ז. $-\frac{1}{2} < x < 6$ מניימנים, $-\frac{1}{2} < x < 6$ עולה; עולה: $x < 6$, יורדת: $x > 6$ או $x < -\frac{1}{2}$.



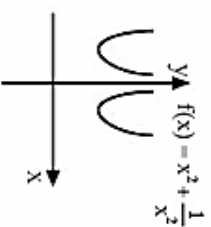
- תשובות (תרגילים לחזרה – חקירת פונקציות רציונליות):
1 א. כל x . ב. $(0, \frac{5}{3})$. ג. $(-1, 2)$. ד. עולה: מקסימום, $(5, \frac{30}{33})$. ה. $x < -1$ או $x > 5$ יורדת: $-1 < x < 5$. ו. $y = 1$. ז. $(2, 1)$. ח. (1) . ט. (2) .



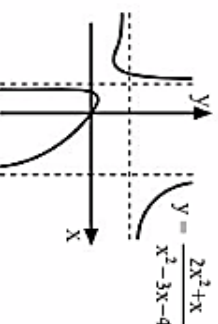
- 2 א. $x \neq 3$. ב. $(-3, \frac{1}{2})$ מקסימום. ג. עולה: $x < -3$ או $x > 3$ יורדת: $-3 < x < 3$. ד. $(0, 0)$. ה. $x = 3$. ו. $y = 0$. ז. (1) או (2) שניים.



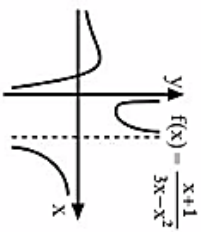
- 3 א. $x \neq 1$. ב. אף. ג. עולה: $x > 1$ יורדת: $x < 1$. ד. $(0, -3)$, $(3, 0)$. ה. $x = 1$ או $x = 3$ מניימנים, $x = -1$ או $x > 3$ עולה: (2) מקסימום. ו. $x < -1$ יורדת: $1 < x < 3$ או $-1 < x < 1$.



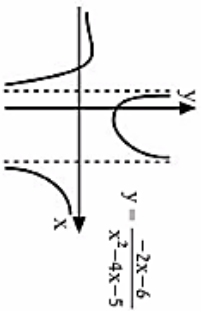
- 4 א. $x \neq 0$. ב. אף. ג. $(1, 2)$ מינימום, $(-1, 2)$ מינימום. ד. $x = 0$. ה. עולה: $x < 0$ או $x < -1$ יורדת: $x > 1$ או $x > 1$. ו. $0 < x < 1$.



- 5 א. $x \neq 4, x \neq -1, x \neq -1$. ב. $(0, 0)$, $(-\frac{1}{2}, 0)$. ג. $x = 4, x = -1, x = -1$. ד. $y = 2$. ה. עולה: מניימנים, $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{25})$, $(-\frac{2}{7}, \frac{1}{25})$ מקסימום. ו. עולה: $-1 < x < -\frac{2}{7}$ או $-2 < x < -1$ יורדת: $x > 4$ או $-\frac{2}{7} < x < 4$ או $x < -2$. ז. $0 < x < 4$.

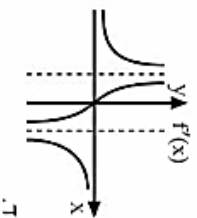


13. נ. $a = 1$, $b = 3$; $(1, 1)$ מניימום.
 ב. $x = 0$, $y = 0$; $(-\frac{1}{9}, -3)$ מקסימום.
 ג. $(-1, 0)$; עולה: $x < -3$ או $3 < x < 1$
 או $x > 3$ יורדת: $0 < x < -1$ או $1 < x < 3$.
 ה. $(-1, 0)$, $(-\frac{1}{81}, -3)$, $(1, 1)$.

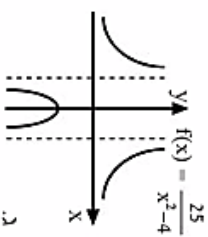


15. נ. $a = -2$, $b = 5$.
 ב. $(1) x \neq -1$, $x \neq 5$.
 (2) $x = -1$, $x = 5$, $y = 0$.
 (3) $(-3, 0)$, $(\frac{6}{5}, 0)$, $(1, 1)$
 מניימום, $(\frac{1}{9}, -7)$ מקסימום.

16. נ. $a = -3$, $b = -2$, $x = -2$, $y = -3$. ד. אין. ג. אין. ד. $(1, -\frac{5}{3})$ מקסימום.
 ה. $(-2, 0)$, $(-\frac{1}{2}, -3)$. ה. המקסימום המוחלט: -3 , המקסימום המוחלט: $-\frac{5}{3}$.
 17. ב. $x \neq 1$, $x \neq 2$, $x \neq 1$. ד. $(3, 0)$, $(0, 0)$. ג. $x \neq 2$, $x \neq 1$. ה. $(1.5, 9)$ מניימום.
 ו. אין.

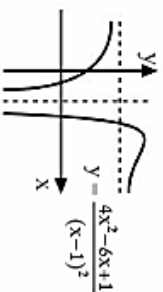


ד.

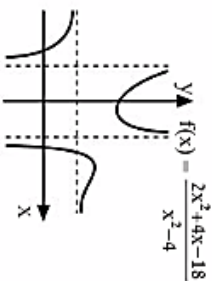


ג.

10. נ. $a = 25$. ב. $a = 25$.
 (1) $x \neq -2$, $x \neq 2$.
 (2) $(0, -6.25)$.
 (3) $(0, -6.25)$.
 (4) עולה: $x < -2$ או $2 < x < 0$
 או $0 < x < 2$. יורדת: $-2 < x < 0$
 או $x > 2$.
 (5) $x = 2$, $x = -2$, $x = 0$, $y = 0$.

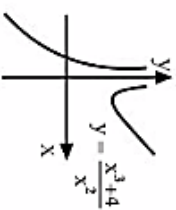


ג.



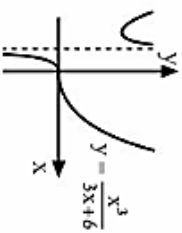
ג.

12. נ. $a = 2$, $b = 4$.
 ב. $a = 2$, $x \neq 2$, $x \neq -2$.
 ג. $(2, 16)$, $(0, 4.16)$, $(4, 2.5)$.
 ד. עולה: $x < -2$ או $1 < x < 4$ או $2 < x < 4$.
 יורדת: $-2 < x < 1$ או $x > 4$.
 ו. $x \geq 1.5$.



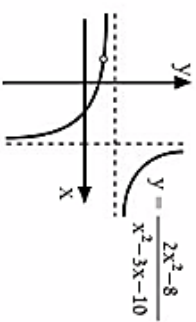
ג.

18. נ. $a = 4$.
 ב. $(\sqrt[3]{-4}, 0)$, $x \neq 0$.
 ג. מניימום $(2, 3)$.
 ד. $x = 0$.



ג.

19. נ. $a = 6$.
 ב. $x \neq -2$.
 ג. $(0, 0)$, $(-3, 9)$ מניימום;
 עולה: $x < -2$ או $-3 < x < -2$,
 יורדת: $x < -3$. ד. $x < -3$.



ג.

20. נ. $a = 5$, $x \neq -2$.
 ב. $a = 1$, $b = -3$.
 ג. $(2, 0)$, $(0, \frac{4}{5})$; אין;
 $x = 2$, $x = 5$.

18. לפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{x-4} + b$ יש נקודת מינימום בנקודה ששיעור ה- y שלה הוא 18.
 א. מצא את b .
 ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
 הנשך התיגיל בעמ' הבא

- ג. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה עם הצירים.
 ד. מצא את הנקודות החיתוך של הפונקציה של הפונקציה.
 ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ו. מצא לאילו ערכי a הישר $y = a$ חותך את גרף הפונקציה:
 (1) בנקודה אחת. (2) בשתי נקודות. (3) באף נקודה.
 ז. $f(x) = f'(x)$ היא פונקציה המקיימת: $f'(x) = g(x)$ בתחום $x < 4$.
 (1) מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
 (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
 (3) ידוע שהפונקציה $g(x)$ חותכת את ציר ה- x בנקודה $x = 3.851$ בקירוב ונקודות הקיצון שלה נמצאות מעל לציר ה- x . שרטט בצורה כללית גרף של הפונקציה $g(x)$.
 (4) מעבירים משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = 3$. מצא את שיעור ה- x של הנקודה שנמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$ והמשיק בה לגרף הפונקציה $g(x)$ מקביל למשיק המייל.

43. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{x^2+4x}{x^2-4}$ בנקודה $x = 0$ הוא $\frac{1}{2}$.
 א. מצא את a .
 ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ג. מצא את האיסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
 ד. הראה שלפונקציה אין נקודות קיצון.
 ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ו. שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ אין נקודות פיתול. ★

חקירת פונקציה עם פרמטרים – פונקציות רצינואליות

39. לפונקציה $f(x) = \frac{12x}{x^2-6x+2}$ יש נקודת קיצון בנקודה $x = -3$.
 א. מצא את a .

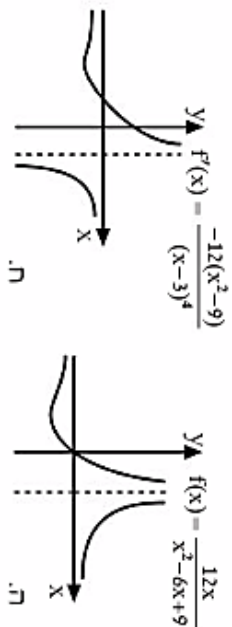
- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
 ד. מצא את האיסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
 ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ו. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
 ז. מצא את האיסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f'(x)$.
 ח. שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד. ★

40. הישר $x = -1$ הוא איסימפטוטה אנכית של הפונקציה $f(x) = \frac{-x}{x^2-x+a}$.
 א. מצא את a ואת תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. הראה שלפונקציה אין נקודות קיצון.
 ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 ד. מצא את האיסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
 ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ו. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה. ★

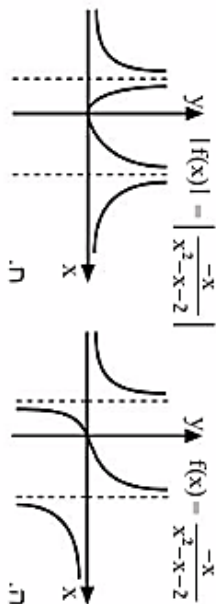
- ה. שרטט בצורה כללית גרף של הפונקציה $|f(x)|$. ★

41. לפונקציה $f(x) = \frac{x+b}{x^2+ax-4}$ יש נקודת קיצון בנקודה $(1, -1)$.
 א. מצא את a ו- b ואת תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה ואת תחומי העלייה והירידה.
 ג. מצא את האיסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
 ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ו. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה. ★

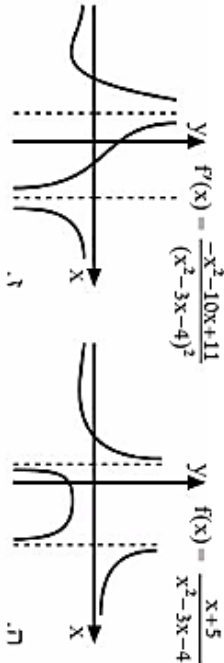
- ז. שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ יש בדיוק נקודת פיתול אחת. ★



39. א. $x \neq 3$. ב. $x = 3$. ג. $x > 0$. ד. $x < 0$. ה. $x = 0$.

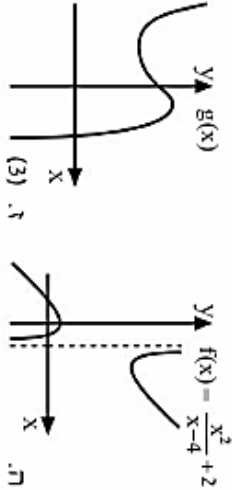


40. א. $x \neq 2, x \neq -1$; $-2 < x < 2$. ב. $x > 2$. ג. $x < -1$. ד. $x = 2$. ה. $x < -1$.



41. א. $a = -3, b = 5$. ב. $a = 3, b = -1$. ג. $a = 1, b = -1$. ד. $a = -1, b = -1$.

42. א. $x < -11$. ב. $-11 < x < 4$. ג. $4 < x < 1$. ד. $x > 1$.



43. א. $x = 2$. ב. $x = 4$. ג. $x = 18$. ד. $x = -4$.

43. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{x^2+ax}{x^2-4}$ בנקודה $x = 0$ הוא $\frac{1}{2}$.

- א. מצא את a .
 ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ג. מצא את האיסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
 ד. הראה שלפונקציה אין נקודות קיצון.
 ה. שרטט סקיט של גרף הפונקציה.

★ ו. שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$. אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ אין נקודות פיתול.

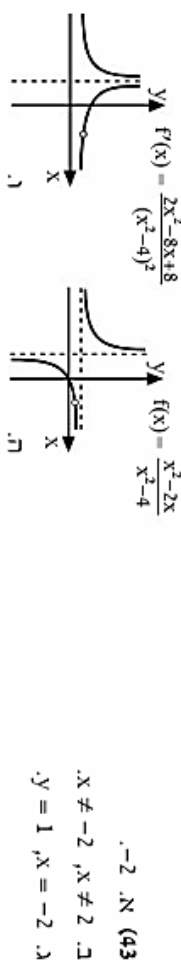
44. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{ax^2-1}{b-x^2}$ בנקודה $x = 1$ הוא $\frac{2}{3}$. חישר

א. $a = -1$. ב. $a = 1$. ג. $a = 2$. ד. $a = 3$.

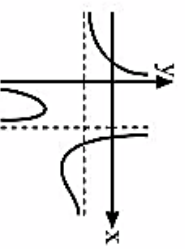
ב. הצב את a ו- b שמצאת בפונקציה והקור אותה (תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, איסימפטוטות אנכיות).

- ג. שרטט סקיט של גרף הפונקציה.
 ד. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
 ה. מצא כמה נקודות חיתוך יש לישר $y = k$ עם גרף הפונקציה אם:
 (1) $k > -\frac{1}{4}$ (2) $k < -\frac{1}{4}$

★ ו. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $3c = c \cdot f(x) + g(x)$, $c > 0$. נתון שהאיסימפטוטה האופקית של $g(x)$ היא 6 . מצא את c .



44. א. $a = 1, b = 4$. ב. תחום הגדרה: $x \neq \pm 2$. חיתוך עם הצירים: $(0, -\frac{1}{4}), (1, 0), (0, -\frac{1}{4})$. נקודות קיצון: $(-1, 0)$.
 ג. $x < -2$. ד. $-2 < x < 2$. ה. $2 < x < 1$. ו. $x > 1$.



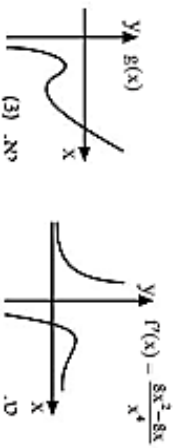
בציור מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{12-x^2}{x^2-3x}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.
- ה. מצא את האיסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- ו. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם האיסימפטוטה האופקית שלה.

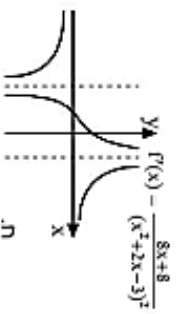
ז. מצא את התחום שבו הפונקציה המאונכות לצירים של הפונקציה $f'(x)$ שרטטה בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ יש בדיק נקודת פיתול אחת.

ט. מצא את התחום שבו הפונקציה $f'(x)$ שלילית וגם הפונקציה $f''(x)$ שלילית. כ. היא פונקציה המקיימת: $g(x) = (f(x))^2$ מצא עפ"י החקירה של את הנקודות בהן הנגזרת של $g(x)$ מתאפסת. יא. היא פונקציה המקיימת: $h(x) = \frac{1}{f(x)}$ מצא עפ"י סעיף ז' את האיסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $h(x)$ ועפ"י סעיף ב' את נקודות הקיצון שלה.

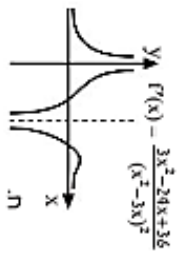
א. $x \neq 0$. ב. $x \neq 1$. ג. $x \neq 2$. ד. $x < 0$ או $x > 1$ יורדת, $0 < x < 1$ עולה.



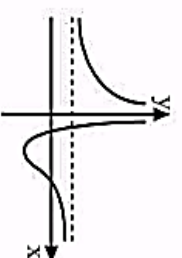
א. $x < 0$ או $x > 1$ יורדת, $0 < x < 1$ עולה.
 ב. $x = 0$, $x = 1$. ג. $x = -1$. ד. $x = 2$. ה. $x = -1$, $x = 2$ מקסימום, $0 < x < 1$ יורדת, $x > 1$ עולה.
 ו. $x = 2$, $x = -1$ מקסימום, $0 < x < 2$ יורדת, $x > 2$ עולה.
 ז. $x = 1$, $x = -1$ מקסימום, $0 < x < 1$ יורדת, $x > 1$ עולה.
 ח. $x = 0$, $x = 1$ מקסימום, $0 < x < 1$ יורדת, $x > 1$ עולה.
 ט. $x = 0$, $x = 1$ מקסימום, $0 < x < 1$ יורדת, $x > 1$ עולה.
 י. $x = 0$, $x = 1$ מקסימום, $0 < x < 1$ יורדת, $x > 1$ עולה.



א. $x \neq 1$, $x \neq 3$. ב. $x = 1$, $x = 3$. ג. $x < -3$ או $x > 1$ יורדת, $-3 < x < 1$ עולה.
 ד. $x = -3$, $x = 1$. ה. $x = 0$, $x = 1$. ו. $x = -3$, $x = 1$ מקסימום, $0 < x < 1$ יורדת, $x > 1$ עולה.
 ז. $x = 3$. ח. $x = 1$. ט. $x = 0$. י. $x = 3$, $x = 1$ מקסימום, $0 < x < 1$ יורדת, $x > 1$ עולה.



א. $x \neq 0$, $x \neq 3$. ב. $x = 0$, $x = 3$. ג. $x < 0$ או $x > 3$ יורדת, $0 < x < 3$ עולה.
 ד. $x = 0$, $x = 3$. ה. $x = 0$, $x = 3$ מקסימום, $0 < x < 3$ יורדת, $x > 3$ עולה.
 ו. $x = 0$, $x = 3$ מקסימום, $0 < x < 3$ יורדת, $x > 3$ עולה.
 ז. $x = 0$, $x = 3$ מקסימום, $0 < x < 3$ יורדת, $x > 3$ עולה.
 ח. $x = 0$, $x = 3$ מקסימום, $0 < x < 3$ יורדת, $x > 3$ עולה.
 ט. $x = 0$, $x = 3$ מקסימום, $0 < x < 3$ יורדת, $x > 3$ עולה.
 י. $x = 0$, $x = 3$ מקסימום, $0 < x < 3$ יורדת, $x > 3$ עולה.



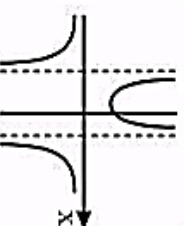
בציור מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{3x^2-8x+4}{x^2}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.
- ה. מצא את האיסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- ו. מצא את התחום שבו הפונקציה שלילית.
- ז. מצא את התחום שבו הפונקציה שלילית וגם הנגזרת שלה שלילית.

ח. מצא את האיסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f'(x)$ שרטטה בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ יש בדיק נקודת פיתול אחת.

י. הראה שאין תחום שבו הפונקציה $f'(x)$ שלילית וגם הפונקציה $f''(x)$ שלילית. כ. היא פונקציה המקיימת $g(x) = f'(x)$ בתחום $x > 0$. מצא את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגן.

- (1) מצא את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
- (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
- (3) ידוע שהפונקציה $g(x)$ ותחבת את ציר ה-x בנקודה ששיעור ה-x שלה בקירוב הוא $x = 4.071$ ונקודות הקיצון שלה נמצאות מתחת לציר ה-x. שרטט בצורה כללית את הגרף של $g(x)$.



בציור מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{-4}{x^2+2x-3}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
 (המשך התרגיל בעמ' הבא)

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-y.

ה. מצא את האיסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.

ו. מבלי לבצע חישובים מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $h(x) = \frac{4}{x^2+2x-3}$

ז. מצא את האיסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f'(x)$ שרטטה בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ אין נקודות פיתול.

ח. מצא את תחומי העלייה והירידה (אם יש כאלה) של הפונקציה $g(x)$ הישארה מצא את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ ותחום $x > 1$ בתחום $x > 1$ הישארה מצא את שיעורי ה-x של נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.

ט. הראה שאין תחום שבו הפונקציה $f'(x)$ שלילית וגם הפונקציה $f''(x)$ שלילית. כ. היא פונקציה המקיימת $g(x) = f'(x)$ בתחום $x > 1$. מצא את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגן.

- (1) מצא את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
- (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
- (3) ישר ששיעורו $-\frac{1}{3}$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$. מצא את שיעור ה-x של נקודת החשקה.

- 12) א. מצא את הנקודה על גרף הפונקציה $y = 3\sqrt{x^2+5}$ שהמשיק בה מקביל לישר $y = 2x - 2$.
 ב. מצא את משוואת המשיק הנייל.

עמ' 20-21 – לפתור הכל. תרגילים/סעיפים עם כוכבית רק עבור 5 חי

משיק עם פרמטרים – פונקציות עם שורשים

- 15) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y = \sqrt{x} + ax$ בנקודה $x = 1$ הוא $-\frac{1}{2}$.
 א. מצא את a .
 ב. מצא את משוואת המשיק.

- 16) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = ax - a\sqrt{x}$ בנקודה $x = 4$ הוא $\frac{3}{4}$.
 א. מצא את a .
 ב. מצא את הנקודה על גרף הפונקציה שהמשיק בה יוצר זווית של 135° עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .

- ג. האם יש נקודה על גרף הפונקציה שהמשיק בה יוצר זווית של 45° עם הכיוון החיובי של ציר ה- x : נמק.

- ד. ★ ד. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g'(x) = f(x)$. ישר ששיפועו 6 משיק לגרף הפונקציה $g(x)$. מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה.

- 17) ישר ששיפועו -2 משיק לגרף הפונקציה $y = 8\sqrt{-x} + a$ בנקודה ששיעור ה- y שלה הוא 6.
 א. מצא את a .
 ב. מצא את משוואת המשיק.

- 18) הישר $y = \frac{1}{4}x + 2$ משיק לגרף הפונקציה $y = \sqrt{2x} + a$.
 מצא את נקודת ההשקה ואת a .

משוואת משיק – פונקציות עם שורשים

בתרגילים הבאים נתונות פונקציה ונקודה שעל הגרף שלה.

- א) מצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה.
 ב) מצא את משוואת המשיק.

- 1) $x = 1, y = x + 2\sqrt{x}$
 2) $x = -9, y = \frac{x^2}{9} - 3\sqrt{-x}$
 3) $x = 4, y = x\sqrt{x} - 6\sqrt{x}$
 4) $x = -2, y = \sqrt{-x^3+1}$

בתרגילים הבאים נתונים פונקציה ושיעור ה- y של נקודה שעל הגרף של הפונקציה. מצא את משוואת המשיק (או המשיקים) לגרף הפונקציה בנקודה:

- 5) $y = 2, y = \sqrt{x^2+3}$
 6) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}, y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$
 7) $y = \frac{1}{x+3}, y = \frac{\sqrt{x+2}}{x+3}$
 8) $y = 3, y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-3}}$

בתרגילים הבאים נתונים פונקציה והשיפוע m של משיק לגרף הפונקציה.

- א) מצא את נקודת ההשקה.
 ב) מצא את משוואת המשיק.
 9) $m = 1, y = \sqrt{x} + x$
 10) $m = 1, y = 2\sqrt{x} - x$

תשובות (משיק – פונקציות עם שורשים):

1. א. (1) $y = 2x + 1$ ב. (2) $y = -1.5x - 13.5$ ג. 123.69°
 2. א. (3) $y = \frac{3}{2}x - 10$ ב. $y = \frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}$ ג. 56.31°
 3. א. (4) $y = \frac{3}{16}x + 1\frac{3}{4}$ ב. $y = -3x + 3\frac{1}{4}$ ג. (7) $y = \frac{1}{2}$ ד. (8) $y = -5x + 13$ ה. (9) $(1, 2)$
 4. א. (10) $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ ב. $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ ג. $y = x + \frac{1}{2}$ ד. (11) $y = \sqrt{25 - x^2}$ ה. $y = -\frac{3}{4}x + 6\frac{1}{4}$
 5. א. (12) $(2, 9)$ ב. $(2, 9)$ ג. $y = 2x + 5$ ד. (15) $y = -1$ ה. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ ו. $(\frac{1}{16}, -\frac{3}{16})$
 6. א. (17) $y = -2x - 2$ ב. -10 ג. (19) $y = 6x - 11$ ד. (20) $y = \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{a}}{2}$ ה. ל"א.
 7. א. (21) $(4, 2)$ ב. $2\frac{1}{4}\pi$ ג. (22) $b = -3, a = 4$ ד. (24) $y = \sqrt{x^2 + 5}$ ה. (25) $(-3, 0)$
 8. א. (26) $y = 2x + 1$ ב. $(3, 1)$ ג. (29) $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ ד. (30) $y = 3x$ ה. $b = 0, a = 9$
 9. א. (31) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{40}{3}$ ב. $y = -\frac{3}{8}x - \frac{1}{8}$ ג. (32) $y = -1$ ד. (33) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$ ה. $y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$
 10. א. (34) $y = \frac{3}{4}x + 1$ ב. (3) $y = \frac{2}{4}x + 1$ ג. (35) $y = -\frac{1}{4\sqrt{2}}x$ ד. (6) $y = \frac{2}{4}x + 1$ ה. (34) $y = \frac{3}{4}x + 1$ ו. (33) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$ ז. (35) $y = -\frac{1}{4\sqrt{2}}x$

23 ★ שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y = \sqrt{ax^2 + b}$ בנקודה $(2, 3)$ הוא $\frac{2}{3}$. מצא את הפונקציה.

24 ★ לגרף הפונקציה $y = \sqrt{ax + b}$ ($a > 0, b > 0$) העבירו משיק בנקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-y. המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה שבה $x = -6$. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.

32 ★ משוואת המשיק לגרף הפונקציה $y = \sqrt{ax + b}$ בנקודה שבה $x = 4$ היא $\frac{3}{4}x + 3$. מצא את a ו- b .

33 ★ מצא את משוואת הישר המאונך למשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$.
 א. מצא את a .
 ב. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y = \sqrt{ax}$ בנקודה $x = 3$ הוא $\frac{1}{2}$.
 ג. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר בנקודה $(-\frac{4}{3}, 0)$.

34 ★ שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{1}{\sqrt{x+a}}$ בנקודה $x = -5$ הוא $-\frac{1}{2}$. מצא את a .
 ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה שעובר דרך ראשית הצירים.

35 ★ הישר $y = x - 6a$ חותך את הפונקציה $y = \sqrt{ax}$ ($a > 0$) בנקודה A. מצא את a אם המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A עובר בנקודה $(-12, 1)$.



תרגילים

(אסימפטוטות המאונכות לצירים – פונקציות עם שורשים)

(אסימפטוטות המאונכות לצירים – ללא פרמטרים (פונקציות עם שורשים)

מצא לגבי הפונקציות הבאות:

א) את תחום ההגדרה. ב) את האסימפטוטות המאונכות לצירים.

$$(1) \quad y = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-6} \quad (2) \quad y = \frac{3x}{x-2\sqrt{x}} \quad (3) \quad y = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^2}$$

$$(4) \quad y = \sqrt{\frac{9x}{x+6}} \quad (5) \quad y = \sqrt{\frac{x}{x^2-4}} \quad (6) \quad y = \frac{\sqrt{x^2+3}}{2x}$$

$$(7) \quad y = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \quad (8) \quad y = \frac{4x+2}{\sqrt{x^2-1}} \quad (9) \quad y = \frac{2x-6}{\sqrt{x^2-9}}$$

10) מצא את נקודת הקיצון ואת האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה

$$y = \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$$

עמ' 22-32 רק עבור 5 יח

אסימפטוטות המאונכות לצירים – עם פרמטרים (פונקציות עם שורשים)

11) לפונקציה $y = \frac{\sqrt{x^2-a}}{x^2}$ יש נקודת קיצון פנימית ב- $x = 2$.

א. מצא את a .

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

ג. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה.

12) לפונקציה $y = \frac{x^2}{(\sqrt{x}-a)^2}$ יש נקודת קיצון ב- $x = 16$.

א. מצא את a ואת נקודת הקיצון.

ב. האם לפונקציה יש נקודת קיצון נוספת?

ג. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה.

אסימפטוטות המאונכות לצירים – פונקציות עם שורשים

בסעיף זה נרדן בפונקציות עם שורש ריבועי שיש להן אסימפטוטות המאונכות לצירים.

דוגמא:

מצא את ארבע האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x^2-4}}$ פתרון:

אסימפטוטות אנכיות – אם נשווה את המכנה לאפס נקבל את הפתרונות $x_1 = 2$, $x_2 = -2$. פתרונות אלה לא מאפסים את המונה ולכן האסימפטוטות האנכיות הן: $x = 2$, $x = -2$.

אסימפטוטות אופקיות – להבדיל מהמצב בפונקציות רציונאליות שבהן היתרה אסימפטוטות אופקיות אחת, כאן ייתכן שיש שתי אסימפטוטות אופקיות כפי שנראה מייד. נשים לב

שתחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x > 2$ או $x < -2$. נוסף לכך, עבור $x > 2$ ערכי הפונקציה הם חיוביים ואילו עבור $x < -2$ ערכי הפונקציה הם שליליים. נחלק את המונה והמכנה בחוקה הגבוהה ביותר, שהיא x . עבור $x > 2$ נקבל:

$$f(x) = \frac{\frac{3x}{x}}{\frac{\sqrt{x^2-4}}{x}} = \frac{3}{\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2}}} = \frac{3}{\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$$

קל לראות שאם $x \rightarrow +\infty$ או ערך הפונקציה שואף ל-3.

נעבור להישוב עבור $x < -2$. הפעם x הוא מספר שלילי ולכן כאשר מכניסים את x לתוך השורש הסימן לפני השורש הופך לשלילי. נקבל:

$$f(x) = \frac{\frac{3x}{x}}{\frac{\sqrt{x^2-4}}{x}} = \frac{3}{-\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2}}} = -\frac{3}{\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$$

הפעם אם $x \rightarrow -\infty$ או ערך הפונקציה שואף ל-3-.

לסיכום: לפונקציה $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x^2-4}}$ יש ארבע אסימפטוטות המאונכות לצירים והן:

שתי אסימפטוטות אנכיות – $x = 2$, $x = -2$

שתי אסימפטוטות אופקיות – עבור $x > 2$ האסימפטוטה היא $y = 3$ ועבור $x < -2$ האסימפטוטה היא $y = -3$.

עבור כל אחת מהפונקציות הבאות מצא אסימפטוטות מקבילות לצירים:

22. $y = \sqrt{\frac{9x-1}{x-2}}$ 21. $y = \frac{2x+3}{(\sqrt{x}-1)^2}$ 20. $y = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{3x+8}}$

25. $y = \frac{3x-15}{\sqrt{25-x^2}}$ 24. $y = 2 + \frac{3x}{x\sqrt{x}-1}$ 23. ★

22. הישר $x=3$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה $y = 3 - \frac{\sqrt{x^2+25}}{bx-6}$.

א. מצא את הערך של b .
ב. מצא את האסימפטוטות האחרות של הפונקציה.

22. ★ נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-2x-a}}$.

גורף הפונקציה חותך את האסימפטוטה האופקית שלו, הנמצאת מתחת לציר ה- x , בנקודה שבה $x = -12$.

א. מצא את הערך של a .
ב. האם גרף הפונקציה חותך גם את האסימפטוטה האופקית, הנמצאת מעל ציר ה- x ? נמק.

2. נתונה הפונקציה $f(x) = a + \frac{3x}{\sqrt{x^2+25}}$.

אחת האסימפטוטות של הפונקציה היא הישר $y = 2$.
א. מצא את הערך של a (רשום את שתי האפשרויות).
ב. עבור כל אחד מערכי a שמצאת בסעיף א' מצא את האסימפטוטה האופקית הנוספת של הפונקציה.

1. א. $y = 2, x = 1$ 21. $y = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 20. $y = 8, y = 4$ 19. $y = 2, y = 4$ 18. אין.
2. $x = 2, y = 3$ 23. $x = 1, y = 2$ 24. $x = -2, y = 1$ 25. $x = -5, y = 8$.
א. 2. $y = 2\frac{1}{2}, y = 3\frac{1}{2}$ 27. $y = 3\frac{1}{2}$ 24. $y = 2\frac{1}{2}$ 28. $y = 1$ 29. $y = -1$

13. אחת מהאסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $y = 2 + \frac{4x}{\sqrt{x^2+a}}$ חותכת את

הישר $y = -3x+5$ בנקודה ששטחה -4 .

- א. מצא את a .
ב. מצא את שאר האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה.

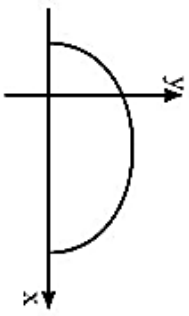
היעור $a > 0$) במידת הצורך ומצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציות הבאות:

14. $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-a}}$ 15. $y = \frac{\sqrt{x+a}}{x}$ 16. $y = \frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}}$
17. $y = \frac{x-a}{\sqrt{x^2-a^2}}$ 18. $y = \frac{2x}{\sqrt{x^2-2ax}} + 1$ 19. $y = \frac{x^2+x}{\sqrt{x^3+ax^2}}$

תשובות (אסימפטוטות המאונכות לצירים – פונקציות עם שורשים):

1. א. $x > 6$ ב. $x = 6$ ג. $x = 2$ 2. א. $x > 0$ ב. $x \neq 4$ ג. $x = 4$ 3. א. $x = 3$ ב. $x = -6$ ג. $x = -6$
4. א. $x = 0$ ב. $x \geq 0$ ג. $x < -6$ 5. א. $x > 2$ ב. $x \leq 0$ ג. $x < -2$
6. א. $x \neq 0$ 7. $y = -\frac{1}{2}$ 8. א. $x < -1$ 9. א. $x < -3$ ב. $x = -3$ ג. $x = 2$
10. $(1, 1)$ 11. א. $x = 2$ 12. א. $x = 2$ 13. א. $x = 2$ 14. $(-\sqrt{2}, 0)$ 15. $(\sqrt{2}, 0)$ 16. $(0, 0)$ 17. $(0, 0)$ 18. $(0, 0)$
19. א. $x = -a$ 20. א. $x = -a$ 21. א. $x = -a$ 22. א. $x = -a$ 23. א. $x = -a$ 24. א. $x = -a$ 25. א. $x = -a$

תר' 21,23,25 - חובה ל- 5 יח בלבד.



3) בציר מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצא לאילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה:

- בנקודה אחת.
- בשתי נקודות.
- בארף נקודה.

1. נתונה פונקציה $g(x)$ המקיימת $\frac{1}{f(x)} = g(x)$ מצא עפ"י התשובה של סעיף ד את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $g(x)$. נמק.

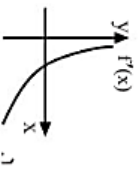
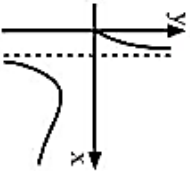
2. מצא עפ"י התשובה של סעיף ב את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

3. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

4) בציר מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{x}{2-\sqrt{x}}$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה.
- מצא את התחום שבו שיפועי המשקיים לנרף הפונקציה הם חיוביים והפונקציה היא שלילית.

- מצא לאילו ערכי x מתקיים אי השוויון $\frac{x}{2-\sqrt{x}} \leq -8$.
- שרטט את הגרף של הפונקציה $f(x)$.
- הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = (f(x))^2$. מצא את הנקודות עבורן מתקיים: $g'(x) = 0$.



תשובות (חקירת פונקציה – פונקציות עם שורשים):

- $x \geq 0$. ב. $(4, 12)$ מקסימום, $(0, 0)$ יורדת: $0 < x < 4$.
- מניימום. ג. עולה: $0 < x < 4$, יורדת: $x > 4$.
- $x > 4$. ד. $(0, 0)$, $(\sqrt[3]{1024}, 0)$. ה. $(4, -12)$.
- מניימום, $(0, 0)$ מקסימום. ז. $x > 4$.

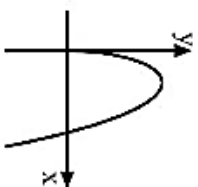
- $x \geq 0$. ב. $(4, -4)$ מניימום, $(0, 0)$ מקסימום. ג. עולה: $x > 4$, יורדת: $0 < x < 4$.
- $(9, 0)$, $(0, 0)$. ה. חובבת: $x > 9$, שלילית: $0 < x < 9$. ו. $k = -4$ או $k > 0$.
- $-4 < k \leq 0$. ז. $k < -4$. ח. $4 < x < 9$. ט. $x = 9$ מניימום. י. עולה: $x > 9$.
- יורדת: $0 < x < 9$. י. -4 .

חקירת פונקציה עם גרף נתון – פונקציות עם שורשים

הערה: ראה גם תרגילים 15–1 החל מעמ' 155.

1) בציר מתואר גרף הפונקציה $f(x) = 8\sqrt{x} - \frac{x^2}{4}$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- נתונה פונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = -f(x)$. היעור בתשובתך לסעיף ב ומצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

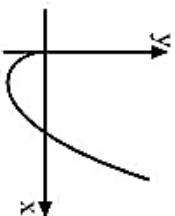


1. היעור בגרף של הפונקציה $f(x)$ ושרטט גרף של הפונקציה $f'(x)$ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ אין נקודות פיתול.

2. מצא את התחום בו הפונקציה $f'(x)$ שלילית וגם הפונקציה $f''(x)$ שלילית.

2) בציר מתואר גרף הפונקציה $f(x) = x\sqrt{x} - 3x$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
- מצא לאילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה:
- בנקודה אחת. (2) בשתי נקודות. (3) בארף נקודה.
- המשך התרגיל בעמ' המא
- מצא את התחום בו פונקציה $f(x)$ היא שלילית אבל הנגזרת שלה $f'(x)$ היא חיובית.
- ת. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת: $g'(x) = f(x)$. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$. ל- $f(x)$ ו- $g(x)$ אותו תחום הגדרה.
- מעבירים משיק לנרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה על הנרף שבה $x = 4$. מצא את שיפוע המשיק.



20) לפונקצייה $y = \sqrt{-x^3 + 2x^2 + 4x}$ יש נקודת קיצון פנימית בנקודה $x = 3$.

- מצא את a .
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקצייה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקצייה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקצייה.

22) נתון שברביעי הראשון הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2+b}{\sqrt{x^2-1}}$ עולה בתחום $x > \sqrt{2}$ ויורדת בתחום $1 < x < \sqrt{2}$.

- מצא את הפונקצייה.
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקצייה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקצייה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה.
- מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקצייה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקצייה.
- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקצייה $f'(x)$ עם ציר ה- x .

23) נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{ax-1}{\sqrt{bx^2-ax}}$ אסימפטוטה אנכית שלה בנקודה $(2, 2)$.

- מצא את a ו- b .
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקצייה.
- מצא את נקודת הקיצון של הפונקצייה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה.
- מחן האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקצייה?
- שרטט סקיצה של גרף הפונקצייה.
- מצא את התחום שבו $f(x)$ שלילית וגם $f'(x)$ שלילית.

תקירת פונקצייה כאשר הגרף לא נתון – פונקציות עם שורשים

תקור את הפונקציות הבאות בהתאם לשיעפים הבאים ומצא:

- תחום הגדרה.
- נקודות קיצון (כולל בקצוות).
- תחומי העלייה וירידה.
- נקודות חיתוך עם הצירים.
- אסימפטוטות המאונכות לצירים.
- שרטט את גרף הפונקצייה.

- | | | |
|-----------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| (5) $y = 2\sqrt{x} - x$ | (6) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2\sqrt{x}$ | (7) $y = \frac{\sqrt{x-4}}{x}$ |
| (8) $y = \sqrt{x} + \sqrt{8-x}$ | (9) $y = x\sqrt{2-x^2}$ | (10) $y = x^2\sqrt{6-x^2}$ |
| (11) $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x+3}$ | (12) $y = \frac{x+3}{\sqrt{x}+1}$ | (13) $y = \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+1}}$ |
| (14) $y = \frac{x^2}{\sqrt{x}+1}$ | (15) $y = \frac{x}{2\sqrt{x}-2}$ | (16) $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2-4x}}$ |

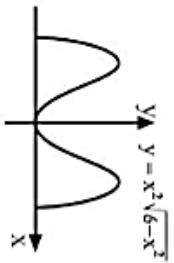
תקירת פונקצייה עם מציאת פרמטרים – פונקציות עם שורשים

17) לפונקצייה $f(x) = \sqrt{bx-x^2}$ יש נקודת קיצון פנימית בנקודה $x = 5$.

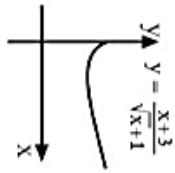
- מצא את b .
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקצייה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקצייה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקצייה עם הצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקצייה.
- מצא לאילו ערכי k הישר $y = kx + 5$ חותך את הפונקצייה?
- מצא באיך נקודה. (2) בנקודה אחת. (3) בשתי נקודות.
- מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקצייה $f'(x)$.

18) לפונקצייה $y = \sqrt{x^2+ax+5}$ יש נקודת קיצון בקצה תחום ההגדרה בנקודה $x = 5$.

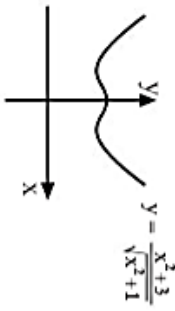
- מצא את a ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקצייה ואת תחומי העלייה והירידה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקצייה.



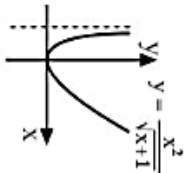
110 א. $-\sqrt{6} \leq x \leq \sqrt{6}$. ב. $(0, 0)$ מניימום, $(2, 4\sqrt{2})$ מקסימום, $(-2, 4\sqrt{2})$ מקסימום, $(\sqrt{6}, 0)$ מניימום, $(-\sqrt{6}, 0)$ מניימום.
ג. עולה: $-2 < x < -\sqrt{6}$ או $0 < x < 2$. יורדת: $0 < x < \sqrt{6}$ או $-2 < x < 0$.
ד. $(-\sqrt{6}, 0)$, $(\sqrt{6}, 0)$, $(0, 0)$. ה. אין.



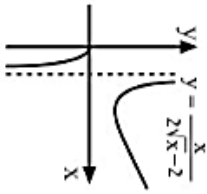
112 א. $x \geq 0$. ב. $(0, 3)$ מקסימום, $(1, 2)$ מניימום. ג. עולה: $x > 1$. יורדת: $0 < x < 1$. ד. $(0, 3)$. ה. אין.



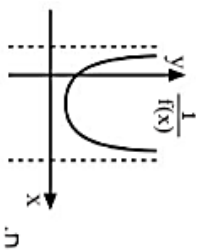
113 א. כל x . ב. $(-1, \frac{4}{\sqrt{2}})$ מניימום, $(0, 3)$ מקסימום, $(1, \frac{4}{\sqrt{2}})$ מניימום.
ג. עולה: $-1 < x < 0$ או $x > 1$. יורדת: $0 < x < 1$ או $x < -1$. ד. $(0, 3)$. ה. אין.



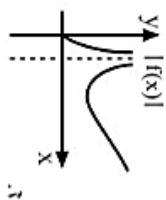
114 א. $x > -1$. ב. $(0, 0)$ מניימום. ג. עולה: $x > 0$. יורדת: $-1 < x < 0$. ד. $(0, 0)$. ה. $x = -1$.



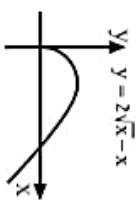
115 א. $x \neq 1, x \geq 0$. ב. $(0, 0)$ מקסימום, $(4, 2)$ מניימום. ג. עולה: $x > 4$. יורדת: $0 < x < 1$ או $1 < x < 4$. ד. $(0, 0)$. ה. $x = 1$.



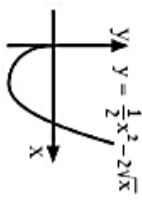
3 א. $-1 \leq x \leq 3$. ב. $(1, 2)$ מקסימום, $(-1, 0)$ מניימום, $(3, 0)$ מניימום. ג. עולה: $-1 < x < 1$. יורדת: $1 < x < 3$. ד. $(-1, 0)$, $(0, \sqrt{3})$, $(3, 0)$. ה. (1) $k = 2$. (2) $0 \leq k < 2$ או $k > 2$. (3) $k < 0$. ג. $x = -1, x = 3$. ז. $(1, \frac{1}{2})$ מניימום.



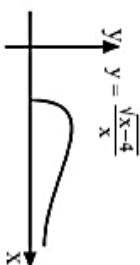
4 א. $x \geq 0, x \neq 4$. ב. $(0, 0)$ מניימום, $(16, -8)$ מקסימום. ג. עולה: $0 < x < 4$ או $4 < x < 16$. יורדת: $4 < x < 16$. ד. $x = 4$. ה. $x > 4$. ו. $x > 4$. ז. $(16, 64)$, $(0, 0)$.



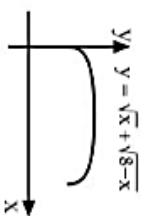
5 א. $x \geq 0$. ב. $(1, 1)$ מקסימום, $(0, 0)$ מניימום. ג. עולה: $0 < x < 1$. יורדת: $x > 1$. ד. $(4, 0)$, $(0, 0)$. ה. אין.



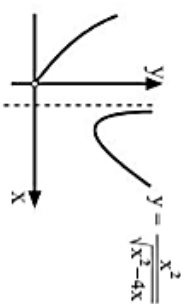
6 א. $x \geq 0$. ב. $(1, -1\frac{1}{2})$ מניימום, $(0, 0)$ מקסימום. ג. עולה: $x > 1$. יורדת: $0 < x < 1$. ד. $(0, 0)$, $(\sqrt[3]{16}, 0)$. ה. אין.



7 א. $x \geq 4$. ב. $(8, \frac{1}{4})$ מקסימום, $(4, 0)$ מניימום. ג. עולה: $4 < x < 8$. יורדת: $x > 8$. ד. $(4, 0)$. ה. $y = 0$.



8 א. $0 \leq x \leq 8$. ב. $(4, 4)$ מקסימום, $(0, \sqrt{8})$ מניימום, $(8, \sqrt{8})$ מניימום. ג. עולה: $4 < x < 8$. יורדת: $0 < x < 4$. ד. $(0, \sqrt{8})$. ה. אין.



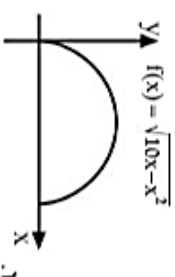
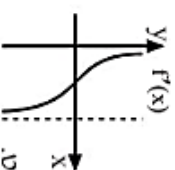
116 א. $x > 4$ או $x < 0$. ב. $(6, 6\sqrt{3})$ מניימום. ג. עולה: $x > 6$. יורדת: $4 < x < 6$ או $x < 0$. ד. אין. ה. $x = 4$.

חקירת פונקציות עם שורשים – ללא פרמטרים (חזרה)

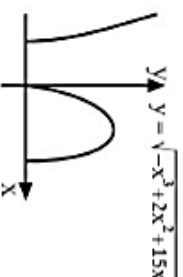
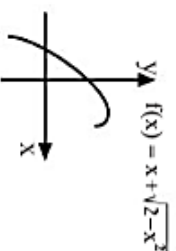
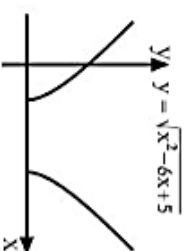
נתונה הפונקציה $y = \frac{\sqrt{x^2-9}}{x}$.

- מצא את תחום ההגדרה.
- מצא את האסימפטוטות המקבילת לצירים.
- מצא את נקודות הקיצון.
- מצא את תחומי העלייה והירידה.
- שרטט את גרף הפונקציה.
- מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה שעובר דרך ראשית הצירים.

★ (3)



1.



117. א. $10 \leq x \leq 10$. ב. $0 \leq x \leq 10$. ג. $(5, 5)$

מקסימום, $(0, 0)$ מינימום, $(10, 0)$

מינימום. ד. עולה: $0 < x < 5$, יורדת:

ה. $5 < x < 10$, $(10, 0)$, $(0, 0)$.

ז. $0 < x < 10$ או $a > 5$. $a = 5$ (2)

ח. $0 \leq a < 5$. $a = 10$.

118. א. $x \leq 1$, $a = -6$ או

ב. $x \geq 5$, $(1, 0)$ מינימום,

$(5, 0)$ מינימום; עולה: $x > 5$,

יורדת: $x < 1$.

119. א. $a = 1$, $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$.

ב. $(1, 2)$ מקסימום, $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$

מינימום, $(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ מינימום;

עולה: $-\sqrt{2} < x < 1$, יורדת:

ג. $1 < x < \sqrt{2}$, $(0, \sqrt{2})$, $(-1, 0)$.

ה. חובבית: $-1 < x \leq \sqrt{2}$ שלילית:

ו. $-\sqrt{2} \leq x < -1$, $1 < x < -1$.

120. א. $a = 15$, $x \leq -3$ או

ב. $0 \leq x \leq 5$, $(-3, 0)$ מינימום,

$(0, 0)$ מינימום, $(3, 6)$ מקסימום,

$(5, 0)$ מינימום. ד. עולה: $0 < x < 3$,

יורדת: $x < -3$ או $3 < x < 5$.

$$f(x) = \frac{4x}{b\sqrt{x}-3} \quad \text{שיטת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה } x = 1$$

7

$$f(x) = \frac{5x+4}{x+\sqrt{x}} \quad \text{נתונה הפונקציה}$$

מצא את:

- מצא את שני הערכים האפשריים של b .
- הצב $b=f(x)$ את הערך הקטן מושגי הערכים של b ומצא:
- (1) תחום הגדרה. (2) נקודות חיתוך עם הצירים. (3) תחומי עליונה וירידה.
- (4) נקודות קיצון. (5) אסימפטוטה אנכית לציר ה- x .
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- היא פונקציה המקיימת: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ מצא את תחום ההגדרה ואת נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה עם האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x .
- מצא את תחומי החיבורות והשלליות של הפונקציה $f'(x)$.

הקזרת פונקציות עם שורשים – מצא את פרמטרים (הזרה)

$$f(x) = x - a\sqrt{x} + b \quad \text{לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה } (4, -1)$$

מצא את a ו- b .

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. הוכח את אי השוויון $x - 4\sqrt{x} + 4 \geq 0$ לכל $x \geq 0$ בשתי דרכים:

(1) בהסתמך על חקירת הפונקציה הישיל.

(2) מבלי להסתמך על חקירת הפונקציה הישיל.

ז. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f'(x)$.

ח. שרטט עש"י הגרף של הפונקציה $f(x)$ את הגרף של הפונקציה $f'(x)$ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ אין נקודות פיתול.

לפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^2}$ יש נקודת קיצון פנימית ב- $x = \sqrt{8}$.

א. מצא את a .

ב. מצא את תחום ההגדרה.

ג. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים.

ד. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים.

ה. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים.

ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ז. היא פונקציה המקיימת: $g(x) = b f(x) + c$ המקסימום המוחלט של $g(x)$ הוא 2 והמינימום המוחלט שלה הוא -3 . מצא את b ו- c .

כל העמוד רק עבור 5 י"ח

$$f(x) = \frac{ax}{2\sqrt{x}-x} \quad \text{ישר שיפועו 1 משיק לגרף הפונקציה בנקודה } x=9$$

א. מצא את a ורשום את הפונקציה.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ג. הראה שהפונקציה עולה בכל נקודה בתחום הגדרתה.

ד. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ה. הראה שהפונקציה לא חותכת את האסימפטוטה שלה המקבילה לציר ה- x .

ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

א

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{bx^2} \quad \text{לפונקציה יש קיצון בנקודה } (8, \frac{\sqrt{2}}{8})$$

א. מצא את a ו- b .

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ג. האם יש לפונקציה נקודות קיצון נוספות?

ד. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.

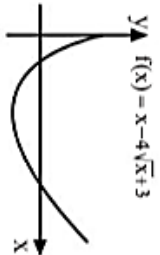
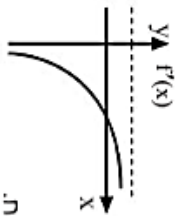
ה. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

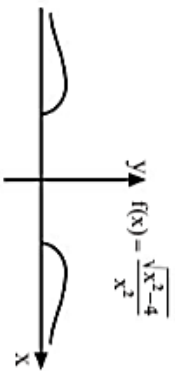
ז. $f'(x)$.

ח. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f'(x)$.

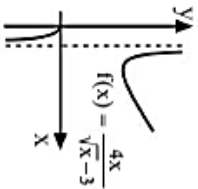
ט. היעור בגרף של הפונקציה $f(x)$ ושרטט את הגרף של הפונקציה $f'(x)$ אם נתון



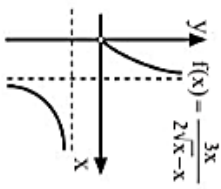
5. א. $x \geq 0$. ב. $b = 3, a = 4$. ג. $(9, 0), (1, 0), (0, 3)$. ד. עולה: $x > 4$, יורדת: $x < 4$. ה. $y = 1, x = 0$. ו. $0 < x < 4$.



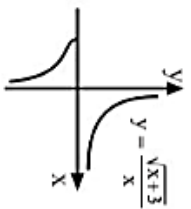
6. א. $a = 4$. ב. $a \leq -2$ או $x \geq 2$. ג. $(\sqrt{8}, \frac{1}{4}), (-2, 0), (2, 0)$. ד. $(-2, 0), (2, 0)$. מקסימום, $(-\sqrt{8}, \frac{1}{4})$. מקסימום, $(2, 0)$. מינימום, $(-2, 0)$. ז. $y = 0$. ח. $c = -3, b = 4$. ט. $y = 0$.



7. א. $b = 4.2$ או $b = 1$. ב. $(0, 0)$. ג. $x \geq 0, x \neq 9$. ד. $(0, 0)$. עולה: $x > 36$, יורדת: $9 < x < 36$. מינימום, $(36, 48)$. א. $0 < x < 9$ או $x > 9$. ב. $x = 9$. ג. $x = 9$. ד. $x > 0$. ה. $(0, 0)$. מקסימום, $(36, \frac{1}{48})$; $x \neq 9$.



8. א. $a = 3$. ב. $y = \frac{3x}{2\sqrt{x}-x}$. ג. $x \neq 4, x > 0$. ד. $x = 4, x = -3$. ה. שלילית.



10. א. $a = 3, b = 1$. ב. $x \geq -3, x \neq 0$. ג. $x > 4$. ד. $x > 4$. ה. $x > 4$. ו. $x = 0$. ז. $x = 0$. ח. $x = 0$. ט. $x = 0$.

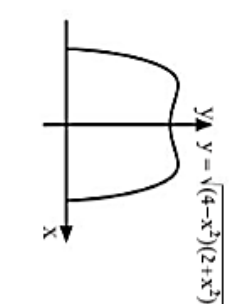
10. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{\sqrt{x+a}}{cx}$ בנקודה $(-2, -\frac{1}{2})$ שיעל גרף הפונקציה

הוא $-\frac{1}{2}$.

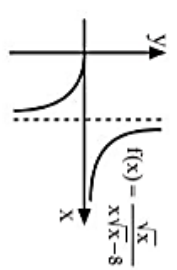
- א. מצא את a ו- c .
 ב. מצא את תחום ההגדרה.
 ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה והראה שהיא יורדת בכל נקודה פנימית בתחום המדרתה.

ד. מצא את האיסימפטוטות המאונכות לצירים. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

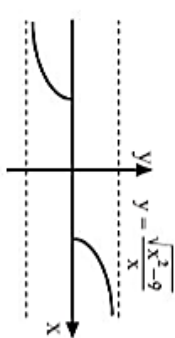
תשובות (תרגילים להזרה – חקירת פונקציות עם שורשים):



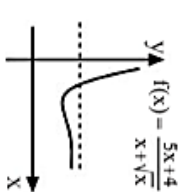
1. א. $2 \leq x \leq 2$. ב. $(-2, 0), (0, \sqrt{8}), (2, 0)$. ג. $(-2, 0)$. מינימום, $(-1, 3)$. מקסימום, $(0, \sqrt{8})$. מינימום, $(1, 3)$. מקסימום, $(2, 0)$. עולה: $-1 < x < 0$ או $-2 < x < 1$. יורדת: $0 < x < 1$ או $1 < x < 2$. א. $1 < x < 2$ או $k < 0$ או $k > 3$. ב. $k > 3$ או $k < 0$. ג. $0 \leq k < \sqrt{8}$ או $k < 3$. ד. $\sqrt{8} < k < 3$.



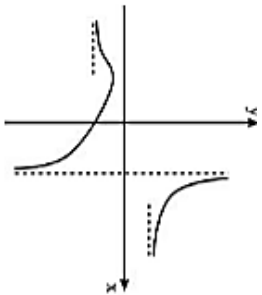
2. א. $x \geq 0, x \neq 4$. ב. $(0, 0)$. ג. $x = 4, y = 0$. ד. $x = 0$. ה. $x > 0$. ו. $x > 0$. ז. $x < 4$. ח. $x < 4$. ט. $x \neq 4$.



3. א. $x \geq 3$ או $x \leq -3$. ב. עבור $x \geq 3$: $y = 1$. עבור $x \leq -3$: $y = -1$. ג. $(3, 0)$. מינימום, $(-3, 0)$. ד. עולה: $x > 3$ או $x < -3$. ה. $x < -3$. ו. $x = \frac{1}{2}$.

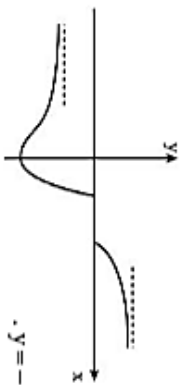


4. א. $x > 0$. ב. $x = 5, y = 5$. ג. $(4, 4)$. מינימום. ד. עולה: $x > 4$. יורדת: $0 < x < 4$. ה. $(\frac{16}{25}, 5)$. ח. $x > 4$. ט. חייבת: $x > 4$. י. שלילית: $0 < x < 4$.



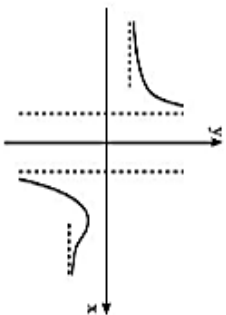
24. א. $x \neq 2$. ב. $(-2.5; -\frac{\sqrt{5}}{3})$ מקסימום.

ג. עללייה: $x < -2.5$; ירידה: $x > 2$
 או $-2.5 < x < 2$
 ד. $(0; -\frac{\sqrt{5}}{2})$.
 ה. $y = -1$, $x = 2$.



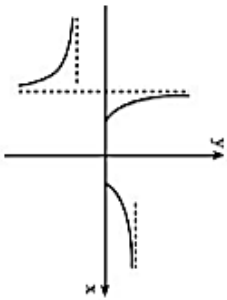
25. א. $x \geq 3$ או $x \leq 1$ ב. $(3; 0)$ מינימום, $(1; 0)$ מקסימום, $(0; -\frac{\sqrt{3}}{3})$ מינימום.

ג. עללייה: $x > 3$ או $0 < x < 1$; ירידה: $x < 0$
 ד. $(3; 0)$, $(1; 0)$, $(0; -\frac{\sqrt{3}}{3})$.
 ה. $y = \frac{1}{2}$, $x = -\frac{1}{2}$.



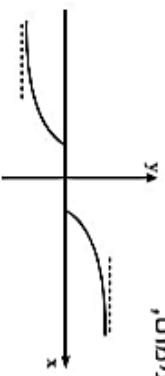
26. א. $x > 5$ או $x < -5$.

ב. $(2.5; -2\sqrt{6})$ מקסימום.
 ג. עללייה: $5 < x < 25$ או $x < -5$; ירידה: $x > 25$.
 ד. אין.
 ה. $x = 5$, $y = -1$.



27. א. $x \geq \frac{1}{2}$ או $x \leq -2$.

ב. $(\frac{1}{2}; 0)$ מינימום, $(-\frac{1}{2}; 0)$ מינימום.
 ג. עללייה: $x > \frac{1}{2}$; ירידה: $-2 < x < -\frac{1}{2}$
 או $x < -2$.
 ה. $(-\frac{1}{2}; 0)$, $(\frac{1}{2}; 0)$.
 ו. $y = -3$, $x = -2$.



28. א. $x \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ או $x \leq -\frac{1}{\sqrt{2}}$ ב. $(\frac{1}{\sqrt{2}}; 0)$ מינימום, $(-\frac{1}{\sqrt{2}}; 0)$ מקסימום.

ג. עללייה: $x > \frac{1}{\sqrt{2}}$ או $x < -\frac{1}{\sqrt{2}}$; ירידה: אין. ד. $(\frac{1}{\sqrt{2}}; 0)$, $(-\frac{1}{\sqrt{2}}; 0)$.
 ה. $y = \sqrt{2}$, $y = -\sqrt{2}$.

רק לתלמידי 5 יח' - חובה תר' זוגיים

חקור את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון (כולל הנקודות שבקצה תחום ההגדרה).
 ג. תחומי עללייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
 ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים. ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

24. $y = \frac{1-x}{\sqrt{x^2-25}}$ 25. $y = \frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{2x-3}$ 26. $y = \frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{2x-3}$ 27. $y = \frac{\sqrt{9x^2-1}}{x+2}$

28. $y = \frac{\sqrt{2x^2-1}}{x}$ 29. $y = 2 + \frac{\sqrt{x^2-9}}{x-4}$ 30. נתונה הפונקציה $y = \frac{5x}{x-4\sqrt{x}}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
 הסבר מדוע יש רק אסימפטוטה אחת המקבילה לציר ה-y.
 ג. הוכח כי הפונקציה יורדת בכל תחום הגדרתה.
 ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

- חקור את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים:
 א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון (כולל הנקודות שבקצה תחום ההגדרה).
 ג. תחומי עללייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
 ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים. ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

31. $y = \frac{x-3}{\sqrt{2x-6}}$ 32. $y = \frac{10-2x}{\sqrt{x^2-25}}$ 33. $y = \frac{\sqrt{x^2-x-2}}{x-2}$

חקירת פונקציות עם שורשים – מציאת פרמטרים

1. לפונקציה $f(x) = x\sqrt{ax^2 + bx}$ יש נקודת קיצון ב- $(3;3\sqrt{3})$.
- מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .
 - מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) נקודות חיתוך עם הצירים.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - לאילו ערכי x שיפועי המשיקים לגרף הפונקציה הם שליליים?

2. נתונה הפונקציה $f(x) = k\sqrt{x} + \sqrt{m-x}$.
- הישר $y = 2$ משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$.
 - מצא את ערכי הפרמטרים k ו- m .
 - מהו המרחק בין נקודות המינימום המוחלט של הפונקציה?
 - מצא לאילו ערכים של הפרמטרים a ו- b , נקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה $f(x) = x^2 - ax + b$ היא נקודת קיצון של הפונקציה $g(x) = x^2 - ax + b$.

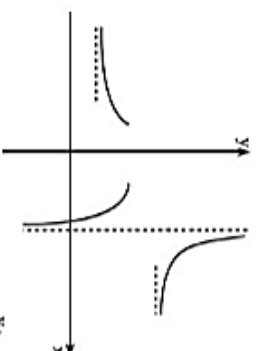
3. לפונקציה $y = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{k - x^2}}$ יש אסימפטוטה אנכית כאשר $x = \sqrt{5}$.
- מצא את הערך של הפרמטר k .
 - מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך עם הצירים. (5) אסימפטוטות אנכיות.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - מצא נקודה הנמצאת על גרף הפונקציה ברביע השני שמרחקה מציר ה- x שווה למרחקה מציר ה- y .

4. נתונה הפונקציה $y = \frac{\sqrt{x^2 - b^2}}{x^3}$, $b > 0$.

- המרחק בין נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x הוא 2. מצא את ערך הפרמטר b .
- חקור את הפונקציה ומצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך עם הצירים. (5) אסימפטוטות מקבילות לצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא לאילו ערכים של k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה: (1) באף נקודה. (2) בנקודה אחת. (3) ב-2 נקודות.

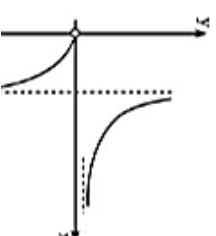
29

- $x \neq 4$, $x \geq 3$ או $x \leq -3$.
- מקסימום, (3;2), מוקסימום.
 - עלליה: $x < -3$; ירידה: $x > 4$ או $3 < x < 4$.
 - (3;306;0).
 - $y = 1$, $x = 4$.



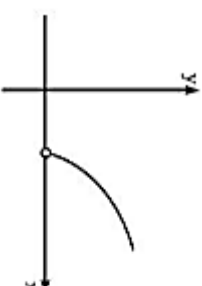
30

- $x \neq 16$, $x > 0$.
- $y = 5$, $x = 16$.



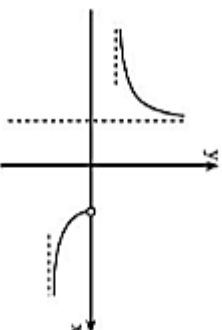
31

- $x > 3$.
- אין.
- עלליה: $x > 3$; ירידה: אין.
- אין.
- ת. אין.



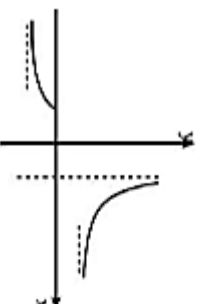
32

- $x < -5$ או $x > 5$.
- אין.
- עלליה: $x < -5$; ירידה: $x > 5$.
- אין.
- $y = 2$, $x = -5$.

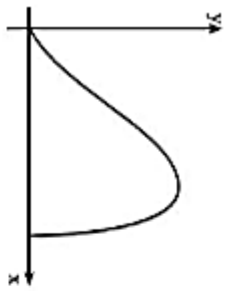


33

- $x \leq -1$ או $x > 2$.
- מקסימום, (-1;0).
- עלליה: $x < -1$; ירידה: $x > 2$.
- (-1;0).
- $y = -1$, $x = 1$, $x = 2$.

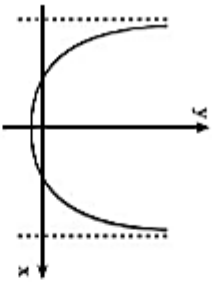


תשובות:



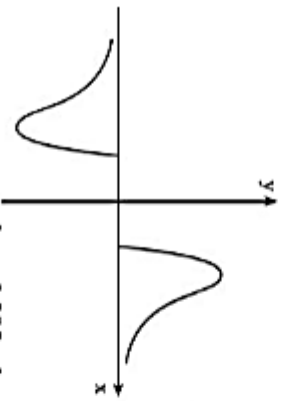
1. א. $b = 4, a = -1$ ב. $0 \leq x \leq 4$ (1) (2) מקסימום $(3; 3\sqrt{3})$ מינימום $(0; 0)$ מינימום $(4; 0)$ מינימום $(4; 0)$ (3) $(0; 0), (4; 0)$ ד. $3 < x < 4$.

2. א. $k = 1, m = 2$ ב. $m = 2, k = 1$ ג. $b = 3, a = 2$.

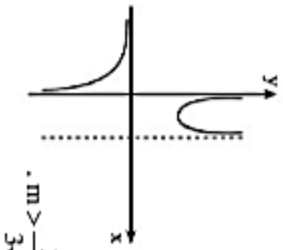


3. א. $-\sqrt{5} < x < \sqrt{5}$ (1) ב. $(0; -0.447)$ מינימום (2) עליונה: $0 < x < \sqrt{5}$; ירידה: $0 < x < -\sqrt{5}$ (3) $(0; -0.447), (-1; 0), (1; 0)$ (4) $x = -\sqrt{5}, x = \sqrt{5}$ (5) $(-1.8305; 1.8305)$ ד.

4. א. 1. ב. $x \geq 1$ או $x \leq -1$ (1) (2) מינימום $(1; 0)$, מקסימום $(\sqrt{1.5}; 0.385)$, מינימום $(-1; 0)$ (3) עליונה: $-\sqrt{1.5} < x < -1$ או $1 < x < \sqrt{1.5}$; ירידה: $x < -\sqrt{1.5}$ או $x > \sqrt{1.5}$ (4) $(-1; 0), (1; 0)$ (5) $y = 0$ ד. $k > 0.385$ או $k < -0.385$ (2) $0.385 < k < -0.385$ (3)



5. א. $x < 1, x \neq 0$ (1) $(\frac{2}{3}; 1.5\sqrt{3})$ מינימום (2) עליונה: $\frac{2}{3} < x < 1$; ירידה: $0 < x < \frac{2}{3}$ (3) או $x < 0$ ב. $x = 0, x = 1$ (4) או $x = 0$ (5) ג. לא. ד. $m = \frac{2}{3\sqrt{3}}$ או $m < 0$ (1) $0 \leq m < \frac{2}{3\sqrt{3}}$ (2) $m > \frac{2}{3\sqrt{3}}$ (3)



5. א. $x < 1, x \neq 0$ (1) $(\frac{2}{3}; 1.5\sqrt{3})$ מינימום (2) עליונה: $\frac{2}{3} < x < 1$; ירידה: $0 < x < \frac{2}{3}$ (3) או $x < 0$ ב. $x = 0, x = 1$ (4) או $x = 0$ (5) ג. לא. ד. $m = \frac{2}{3\sqrt{3}}$ או $m < 0$ (1) $0 \leq m < \frac{2}{3\sqrt{3}}$ (2) $m > \frac{2}{3\sqrt{3}}$ (3)

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{1-x}}$

- א. מצא: (1) תחום הגדרה (2) נקודות קיצון (3) תחומי עליונה וירידה (4) נקודות חיתוך עם הצירים (5) אסימפטוטות מקבילות לצירים.
- ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ג. האם יש פתרון למשוואה $x\sqrt{1-x} = 3$?
- ד. מצא לאיזה ערך של m יש למשוואה $x\sqrt{1-x} = m$ אף פתרון. (1) פתרון אחד (2) שני פתרונות (3) אף פתרון.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-a}}$, $a > 0$

- א. תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x > 2$ או $x < -2$. מצא את הערך של a .
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לציר ה- y .
- ג. (1) מצא את האסימפטוטה של הפונקציה המקבילה לציר x עבור $x > 0$ (2) מדוע $y = -1$ היא אסימפטוטה של הפונקציה עבור $x < 0$?
- ד. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה, ושרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

אנליזה - חקירת פונקציה - תרגילים רבי סעיפים. עמ' 33-36 רק עבור 5 יח"ל

$$f(x) = b - \frac{2 - x^2}{1 + ax^2} \quad \text{(א) נתונה פונקציה}$$

שתיים מהאסימפטוטות של הפונקציה נחתכות בנקודה (1,2).

1. הראה כי $a = -1, b = 3$

2. הציב את ערכי הפרמטרים בפונקציה וחקרו לפי השלבים הבאים:

- תחום הגדרה, אסימפטוטות אנכיות ואופקיות.
- נקודות חיתוך עם הצירים
- נקודות קיצון, תחומי עליה וירידה

3. שרטט סקיצה של $f(x)$.

4. מהם תחומי חיוביות ושליליות של הפונקציה?

5. כמה פתרונות למשוואה $f(x) = 3$?

6. (1) מצא לאילו ערכי X הפונקציה $f(x)$ שלילית והנגזרת $f'(x)$ חיובית?

(2) מצא לאילו ערכי X מתקיים: $f'(x) \cdot f(x) > 0$

7. נתונה פונקציה חדשה $m(x) = f(x - 3)$.

(1) מהן נקודות חיתוך של הפונקציה $m(x)$ עם ציר ה- X

(2) מהן שיעורי נק' הקיצון של הפונקציה $m(x)$

(3) מצא אסימפטוטות מקבילות לצירים של הפונקציה $m(x)$.

8. נתונה פונקציה חדשה $n(x) = f(x) - 3$.

(1) האם לפונקציה $n(x)$ יש נקודות חיתוך עם ציר ה- X ?

(2) מהן שיעורי נק' הקיצון של הפונקציה $n(x)$?

(3) מצא אסימפטוטות מקבילות לצירים של הפונקציה $n(x)$.

9. נתונה פונקציה חדשה $k(x) = 4 \cdot f(x) + c$.

(1) אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $k(x)$ היא ישר $Y=10$. מצא את הערך של C .

(2) נתונה פונקציה חדשה $r(x) = -\frac{1}{2} \cdot f(x) + 7$.

מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $r(x)$.

(3) נתונה פונקציה חדשה $t(x) = 2 \cdot f(x) + d$. ידוע כי נקודת קיצון של הפונקציה זו

היא (0,4). מצא את הערך של d .

(4) נתונה פונקציה חדשה $l(x) = q \cdot f(x) + 8$. ידוע כי נקודת קיצון של הפונקציה זו

היא (0,-3). מצא את הערך של q .

10. ★ נתונה פונקציה נתונה $e(x) = -f(x - 1)$. שרטט סקיצה של הפונקציה $e(x)$.

★ 11. נתונה פונקציה $p(x) = [f(x)]^2$. מהי אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $p(x)$?

★ 12. הגדירו פונקציה חדשה $s(x) = |f(x)|$.

(1) שרטט סקיצה של פונקציה הנ"ל

(2) מצא את נקודות הקיצון של $s(x)$ וקבע את סוגן.

★ 13. (1) מהי אסימפטוטה אופקית של גרף הנגזרת של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?

(2) שרטט את גרף הנגזרת $f'(x)$.

★ 14. הפונקציה $f(x)$ היא הנגזרת של $g'(x)$, כלומר $g'(x) = f(x)$.

(1) מצא את שיעורי ה- X של נקודות הקיצון של פונקציה $g(x)$ וקבע את סוגן.

(2) מצא את תחומי עליה וירידה של הפונקציה $g(x)$

(3) מצא שיעורי ה- X של הנקודות על גרף של $g(x)$ שבהן שיפוע המשיק לגרף

הפונקציה $g(x)$ הוא 3.

(4) שרטט סקיצה של $g(x)$.

(ב) נתונה פונקציה: $f(x) = a + \frac{2x^2 - x - 62}{b - x^2}$

אחד מנקודות הקיצון שלה בנקודה $(2, 0.25)$.

1. הראה כי $a = 2, b = 36$

2. הציב את ערכי הפרמטרים בפונקציה וחקרו לפי השלבים הבאים:

• תחום הגדרה, אסימפטוטות אנכיות ואופקיות.

• נקודות חיתוך עם הצירים

• נקודות קיצון, תחומי עליה וירידה

3. שרטט סקיצה של $f(x)$.

4. מהם תחומי חיוביות ושליליות של הפונקציה?

5. כמה פתרונות למשוואה $f(x) = -2$? למשוואה $f^2(x) = 1$?

6. נתון ישר: $y = k$. עבור אילו ערכי k הישר חותך את הפרבולה בנקודה אחת? שתי נקודות? אף נקודה?

7. (1) מצא לאילו ערכי X הפונקציה $f(x)$ חיובית והנגזרת $f'(x)$ שלילית?

(2) מצא לאילו ערכי X מתקיים: $f'(x) \cdot f(x) > 0$

8. נתונה פונקציה חדשה $m(x) = f(x + 4)$.

(1) מהן נקודות חיתוך של הפונקציה $m(x)$ עם ציר ה- X

(2) מהן שיעורי נק' הקיצון של הפונקציה $m(x)$

(3) מצא אסימפטוטות מקבילות לצירים של הפונקציה $m(x)$.

9. נתונה פונקציה חדשה $n(x) = f(x) + 1$.

(1) האם לפונקציה $n(x)$ יש נקודות חיתוך עם ציר ה- X ?

(2) מהן שיעורי נק' הקיצון של הפונקציה $n(x)$?

(3) מצא אסימפטוטות מקבילות לצירים של הפונקציה $n(x)$.

10. נתונה פונקציה חדשה $k(x) = 3 \cdot f(x) + c$

(1) אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $k(x)$ היא ישר $Y=4$. מצא את הערך של C .

(2) מה צריך להיות ערך של c על מנת שגרף הפונקציה ישיק לציר ה- X ?

11. נתונה פונקציה חדשה $r(x) = -2 \cdot f(x) - 1$.

מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $r(x)$.

12. נתונה פונקציה חדשה $t(x) = 8 \cdot f(x)$. מצא משוואת הישר העובר דרך נקודת

מינימום של $t(x)$ ודרך נק' החיתוך של גרף הפונקציה $t(x)$ עם ציר ה- X .

13. נתונה פונקציה חדשה $l(x) = q \cdot f(x) + 5$. ידוע כי נקודת קיצון של הפונקציה זו היא

(2,6). מצא את הערך של q .

14. נתונה פונקציה נתונה $e(x) = -f(x - 1)$. שרטט סקיצה של הפונקציה $e(x)$.

15. הגדירו פונקציה חדשה $s(x) = |f(x)|$ ★

(1) שרטט סקיצה של פונקציה הנ"ל

(2) מצא את נקודות הקיצון של $s(x)$ וקבע את סוגן.

16. הפונקציה $f(x)$ היא הנגזרת של $g'(x)$, כלומר $g'(x) = f(x)$ ★

(1) מצא את שיעורי ה- X של נקודות הקיצון של פונקציה $g(x)$ וקבע את סוגן.

(2) מצא את תחומי עליה וירידה של הפונקציה $g(x)$

(3) מצא שיעורי ה- X של הנקודות על גרף של $g(x)$ שבהן שיפוע המשיק לגרף ★

הפונקציה $g(x)$ הוא 3.

(4) שרטט סקיצה של $g(x)$.

17. (1) מהי אסימפטוטה אופקית של גרף הנגזרת של פונקציית הנגזרת $f'(x)$? ★

(2) שרטט את גרף הנגזרת $f'(x)$.



$$f(x) = \frac{ax+b}{\sqrt{x^2-9}} \quad \text{3. נתונה הפונקציה:}$$

משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $X=5$ היא: $x + 16y = 21$

(א) הראה כי $a = 1, b = -1$

(ב) מצא את תחום הגדרה של הפונקציה

(ג) מצא את אסימפטוטות המקבילות לצירים

(ד) מצא נקודות קיצון ותחומי עליה, ירידה

(ה) מצא נקודות חיתוך עם הצירים (אם יש)

(ו) שרטט סקיצה.

(ז) מצא באיזה תחום מתקיים: $f(x) \cdot f'(x) > 0$

(ח) האם ערכה של הפונקציה יכול להיות (-0.5) ? נמק!

(ט) עבור אילו ערכים חיוביים של X משיקים לגרף הפונקציה עולים?

(י) מצא עבור אילו ערכי p , משיק לגרף הפונקציה $f(x-p)$ המקבילים לציר ה- X

עובר בנקודה בה $X=14$.

(יא) נגדיר פונקציה חדשה: $k(x) = \frac{3-3x}{\sqrt{x^2-9}}$. הפונקציה החדשה מקיימת: $k(x) = m \cdot f(x)$

• מהו ערך של m ?

• שרטט סקיצה של $k(x)$ וציין בה את נקודות הקיצון, אסימפטוטות וחיתוך עם הצירים.

(יב) הפונקציה $h(x) = f(x) - 5$ היא הנגזרת של $g(x)$, כלומר $g'(x) = h(x)$.

(4) סרטט סקיצה של $h(x)$

(5) ציין לגבי $h(x)$: מהן אסימפטוטות המקבילות לצירים, מהי נק' הקיצון.

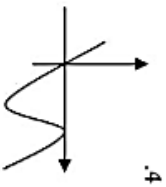
סמן ב- a את נק' החיתוך של $h(x)$ עם ציר ה- X , וענה:

(6) כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $g(x)$? נמק את תשובתך.

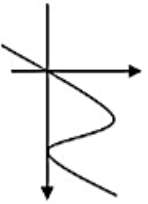
(7) מצא את תחומי עליה וירידה של הפונקציה $g(x)$ (לבטא עם a)

(8) קבע את הסוג של נקודות קיצון.

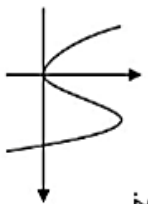
עמ' 37-41 רק עבור 4 יח"ל - פונקצית שורש



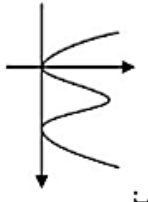
4.



3.



2.



1.

11. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{x-5}$
א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. תחום ההגדרה.
2. נקודות הקיצון ואת סוגן.
3. תחומי העלייה והירידה.
4. נקודות החיתוך עם הצירים.

12. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 - 4\sqrt{x}$
א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. תחום ההגדרה.
2. נקודות הקיצון ואת סוגן.
3. תחומי העלייה והירידה.
4. נקודות החיתוך עם הצירים.

13. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 \cdot \sqrt{7-x}$
א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. תחום ההגדרה.
2. נקודות הקיצון ואת סוגן.
3. תחומי העלייה והירידה.
4. נקודות החיתוך עם הצירים.

משוואת המשיק - תרגילים המוללים פרמטרים

9. הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = p\sqrt{x} - x^2$ במקודה בה $x = 1$ מאונך לישר $7x - \frac{x}{2} = y$.
א. מצא את p .
ב. מצא את משוואת המשיק.

10. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{-x^2 + bx + 1}$ במקודה בה $x = 2$ הוא $\frac{1}{3}$.
א. מצא את b (מספר שלם).
ב. מצא את משוואת המשיק.

11. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = x \cdot \sqrt{x+a}$ במקודה בה $x = 0$ הוא 2.
א. מצא את a ($a > 0$).
ב. מצא את משוואת המשיק.

12. הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{x+m}{\sqrt{x}}$ במקודה בה $x = 1$ מאונך לישר המשיק לגרף הפונקציה

א. מצא את m .
ב. מצא את משוואות שני המשיקים.

13. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = a\sqrt{x}$ במקודה $x = 9$ שווה לשיפוע המשיק לגרף $g(x) = (x+a) \cdot \sqrt{x}$. מצא את הפרמטר a ואת משוואת המשיק לגרף $g(x)$.

14. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = 3 \cdot \sqrt{ax^2 + bx}$ במקודה $(1, 9)$ הנמצאת על גרף הפונקציה הוא 5. מצא את הפרמטרים a ו- b ואת משוואת המשיק.

א. $p = 8$. ב. $y = 2x + 5$. ג. $a = 4$. ד. $y = 2x$.

א. $m = 3$. ב. הישר $y = -x + 5$ משיק לגרף $f(x)$; הישר $y = x + 1$ משיק לגרף $g(x)$.
א. $a = -36$. ב. $a = 16$. ג. $y = -6x - 40$. ד. $a = 1$, $b = 8$. ה. $y = 5x + 4$.

11. א. 1. $0 \leq x \leq 5$. 2. אין נקודות קיצון פנימיות. בקצה התחום: $(5, 0)$ חומ. 3. עולה: $x < 5$; יורדת: $x > 5$.

12. א. 1. $0 \leq x \leq 1$. 2. פנימיות: $(1, -3)$ חומ. בקצה התחום: $(0, 0)$ max. 3. עולה: $x < 1$; יורדת: $1 < x < 6$. 4. $(0, 0)$, $(2, 52, 0)$. 5. השרטוט משמאל.

13. א. 1. $x \leq 7$. 2. פנימיות: $(6, 216)$ max. בקצה התחום: $(7, 0)$ חומ. 3. עולה: $x < 6$; יורדת: $6 < x < 7$. 4. $(0, 0)$, $(7, 0)$. 5. השרטוט משמאל. ג. גרף 2.

ג. הקירה מלאה ללא פרמטרים (כולל מנה)

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x}-2}$
- א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
1. תחום ההגדרה.
 2. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. תחומי העלייה והירידה.
 4. האסימפטוטה האנכית של גרף הפונקציה.
 5. נקודת החיתוך עם הצירים.
- ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא עבור אילו ערכי x מתקיים $8 < \frac{x}{\sqrt{x}-2}$. נמק.

1. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+4}$
- א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
1. תחום ההגדרה.
 2. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. תחומי העלייה והירידה.
 4. נקודת החיתוך עם הצירים.
- ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא עבור אילו ערכי x חותך הישר $y = ax$ את גרף הפונקציה בנקודה אחת בלבד.

2. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x+9}{\sqrt{x}}$
- א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
1. תחום ההגדרה.
 2. נקודת הקיצון ואת סוגה.
 3. תחומי העלייה והירידה.
 4. נקודות החיתוך עם הצירים, אם קיימות כאלה.
 5. האסימפטוטה האנכית של גרף הפונקציה.
- ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. מבלי לפתור ישירות את אי השוויון הוכח כי עבור כל x חיובי מתקיים: $6 \leq \frac{x+9}{\sqrt{x}}$

11. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{9-x^2}}$
- א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
1. תחום ההגדרה.
 2. נקודת הקיצון ואת סוגה (במידה וקיימת כזו).
 3. תחומי העלייה והירידה.
 4. האסימפטוטות המקבילות לצירים.
 5. נקודת החיתוך עם הצירים.
- ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. מבלי לפתור ישירות את המשוואה: $k = \frac{x}{\sqrt{9-x^2}}$, מצא כמה פתרונות יש לה עבור כל k . נמק.

3. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x}$
- א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
1. תחום ההגדרה.
 2. נקודת הקיצון ואת סוגה.
 3. נקודת החיתוך עם הצירים.
 4. האסימפטוטה האנכית של גרף הפונק.
- ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא עבור אילו ערכי x מתקיים: $0 < f'(x)$.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{x+2}$
- א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
1. תחום ההגדרה.
 2. נקודת הקיצון ואת סוגה.
 3. נקודת החיתוך עם הצירים.
 4. האסימפטוטה האנכית של גרף הפונקציה.
- ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. מבלי לפתור ישירות את אי השוויון, קבע עבור אילו ערכי x מתקיים: $1 < f(x)$. נמק.

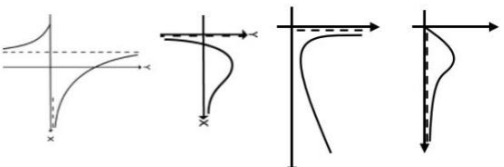
ד. תקינה מלאה כולל פרמטרים

פתרונות:

1. לפונקציה $8 - ax - \sqrt{-x^2 + ax}$ יש נקודת קיצון פנימית ששיעור ה-x שלה הוא $3 = x$.
 א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. ערכו של הפרמטר a ותחום ההגדרה.
 2. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. תחומי העלייה והירידה.
 4. נקודות החיתוך עם הצירים.
 ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 ג. המדריו פונקציה חדשה: $g(x) = -f(x)$.
 מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודת הקיצון הפנימית שלה.

2. שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = x - \sqrt{x}$ בנקודה שבה $x = 4$ הוא -1 .
 א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. ערכו של הפרמטר a ותחום ההגדרה.
 2. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. תחומי העלייה והירידה.
 4. נקודות החיתוך עם הצירים.
 ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 ג. נקודת הקיצון הפנימית ושתי נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים יוצרות משולש קבוע האם משולש זה הוא ישר זווית. נמק.

3. לפונקציה $b \cdot \sqrt{x} - x^2 = f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית הנמצאת על הישר $x = 1$.
 א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. ערכו של הפרמטר b ותחום ההגדרה.
 2. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. תחומי העלייה והירידה.
 4. נקודות החיתוך עם הצירים.
 ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 ג. מצא באיזה תחום מתקיים: $0 < f'(x)$ וגם $0 < f(x)$. נמק.



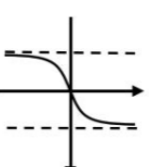
1. א. 1. $0 \leq x$ 2. פנימית: $\max(4, 0.25)$. בקצה התחום: $\min(0, 0)$.
 3. עולה: $0 < x < 4$; יורדת: $4 < x$. 4. $(0, 0)$.
 ב. השרטוט משמאל: א. $a = 0$ או $a = 0.25$.

2. א. 1. $0 < x$ 2. פנימית: $\min(9, 6)$. אין בקצה התחום.
 3. יורדת: $0 < x < 9$; עולה: $x > 9$. 4. אין.
 5. $x = 0$. השרטוט משמאל.

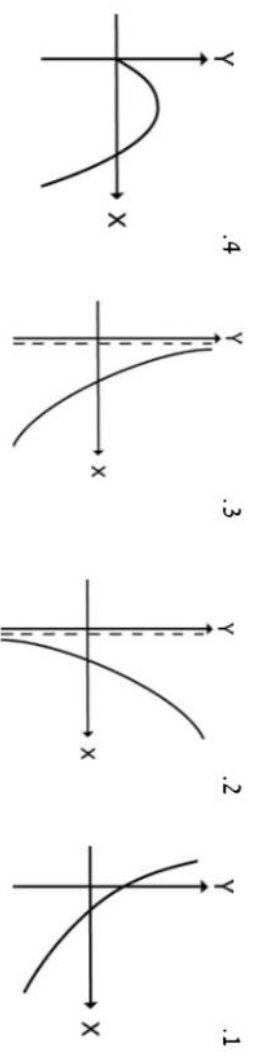
3. א. 1. $0 < x$ 2. פנימית: $\max(4, 0.25)$. אין בקצה התחום.
 3. $(1, 0)$. 4. $x = 0$. 5. השרטוט משמאל. א. $0 < x < 4$.

4. א. 1. $-2 < x$ או $-4 \leq x < -2$. 2. בקצה התחום: $\max(-4, 0)$.
 3. $(-4, 0)$, $(0, 1)$. 4. $x = -2$. 5. השרטוט משמאל. א. $x < 0 < -2$.

1. א. 1. תחום ההגדרה: $3 < x < -3$. 2. אין. 3. עולה בכל תחום ההגדרה.
 4. $x = 3$, $x = -3$. 5. $(0, 0)$.
 ב. השרטוט משמאל. א. עבור כל ערך של a יתכן פתרון אחד למשוואה.



12. שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = a\sqrt{x} - x^2$ בנקודה שבה $x = 4$ הוא -7 .
 א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. ערכו של a ותחום ההגדרה.
 2. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. תחומי העלייה והירידה.
 4. נקודות החיתוך עם הצירים.
 ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 ג. מצא את תחום ההגדרה של הנגזרת $f'(x)$ וקבע איזה מהגורפים הבאים עשוי להיות גרף הנגזרת. נמק.



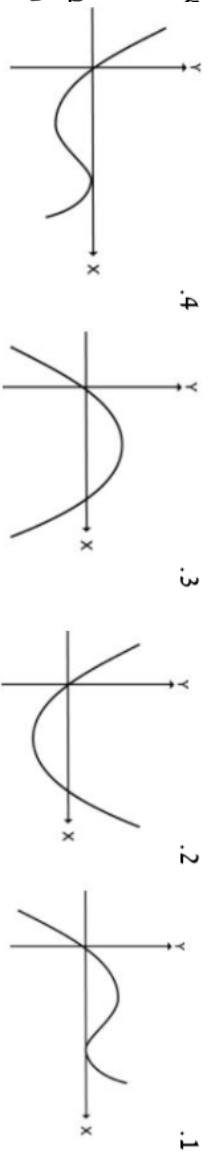
4. המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = x - a \cdot \sqrt{x + 8}$ בנקודה בה $x = -4$ מאונך לישר $y + 2x = 0$.
 א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. ערכו של הפרמטר a ותחום ההגדרה.
 2. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. תחומי העלייה והירידה.
 4. נקודות החיתוך עם הצירים.
 ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 ג. המדריו פונקציה חדשה: $g(x) = f(x) + 2$. מצא עבור אילו ערכי x יהיו לגרף הפונקציה שתי נקודות חיתוך עם ציר ה- x .

5. נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x) = x \cdot \sqrt{p-x}$ נמצאת על האיסימפטוטה האנכית הפונקציה $g(x) = \frac{x^2}{x-4}$.
 א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. ערכו של הפרמטר p ותחום ההגדרה.
 2. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. תחומי העלייה והירידה.
 4. נקודות החיתוך עם הצירים.
 ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 ג. המדריו פונקציה חדשה: $g(x) = -f(x)$. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודת הקיצון הפנימית שלה.

14. הישר המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-a}$ בנקודה בה $x = 4$ מקביל לישר: $y = -\frac{3}{8}x + 10$.

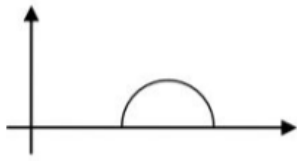
- א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. ערכו של a (מספר שלם) ותחום ההגדרה.
 2. נקודת הקיצון ואת סוגן.
 3. תחומי העלייה והירידה.
 4. האסימפטוטה המקבילה לציר ה- y .
 5. נקודת החיתוך עם הצירים.
 ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 ג. מצא עבור אילו ערכי p למשוואה: $f(x) = p$ אין פתרון.

- ג. מצא עבור גרף הפונקציה: $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{b-4x^3}$ את:
 א. ערכו של הפרמטר b ותחום ההגדרה.
 1. ערכו של הפרמטר b ותחום ההגדרה.
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 ג. מצא עבור אילו ערכי k למשוואה $k = f(x)$ יש שלושה פתרונות.

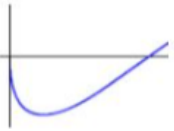


6. אחת מנקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה: $f(x) = ax^2 \cdot \sqrt{b-x}$ היא: $(4, 16)$.
 א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. ערכם של a ו- b ותחום ההגדרה.
 2. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 3. תחומי העלייה והירידה.
 4. נקודות החיתוך עם הצירים.
 ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 ג. מבין הגורפים המצורפים מצא איזה עשוי להיות גרף הנגזרת $f'(x)$. נמק.

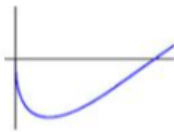
פתרונות:



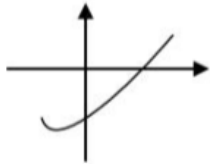
1. א. $m = 6$, תחום ההגדרה: $2 \leq x \leq 4$. 2. פנימית: $\max(3,1)$.
קצה: $\min(2,0), \min(4,0)$. 3. עולה: $2 < x < 3$; יורדת: $3 < x < 4$.
4. $(2,0), (4,0)$. ב. השרטוט משמאל. ג. $y = -1$.



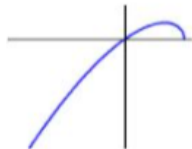
2. א. $m = 8$, תחום ההגדרה: $0 \leq x$. 2. פנימיות: $\min(16,-16)$.
קצה: $\max(0,0)$. 3. עולה: $x < 16$; יורדת: $0 < x < 16$. 4. $(0,0), (64,0)$.
ב. השרטוט משמאל. ג. המשולש אינו ישר זוית.



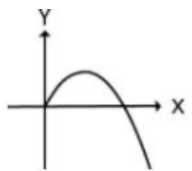
3. א. $b = 4$, תחום ההגדרה: $0 \leq x$. 2. פנימיות: $\min(1,-3)$.
קצה: $\max(0,0)$. 3. עולה: $x > 1$; יורדת: $0 < x < 1$.
4. $(0,0), (2.52,0)$. ב. השרטוט משמאל. ג. $1 < x < 2.52$.



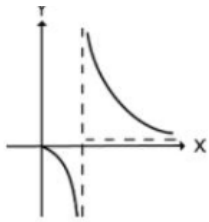
4. א. $a = 2$, תחום ההגדרה: $-8 \leq x$. 2. פנימית: $\min(-7,-9)$.
קצה: $\max(-8,-8)$. 3. עולה: $-7 < x$; יורדת: $-8 < x < -7$.
4. $(0,-5.66), (8,0)$. ב. השרטוט משמאל. ג. $8 \leq m < 9$.



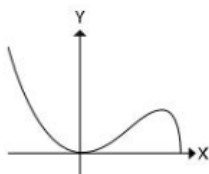
5. א. $p = 6$, תחום ההגדרה: $x \leq 6$. 2. פנימית: $\max(4,5.66)$. קצה: $\min(6,0)$.
3. עולה: $x < 4$; יורדת: $4 < x < 6$. 4. $(0,0), (6,0)$.
ב. השרטוט משמאל. ג. $y = -5.66$.



12. א. $a = 4$, $0 \leq x$. 2. פנימית: $\max(1,3)$. קצה: $\min(0,0)$. 3. עולה: $0 < x < 1$;
יורדת: $x > 1$. 4. $(0,0), (2.52,0)$. ב. השרטוט משמאל.
ג. תחום ההגדרה: $x > 0$ והגרף המתאים הוא גרף 3.



14. א. $a = 2$, תחום ההגדרה: $2 < x$ או $0 \leq x < 2$. 2. בקצה התחום: $\max(0,0)$.
3. עולה: אף x ; יורדת: $x > 2$ או $0 < x < 2$. 4. $x = 2$. 5. $(0,0)$.
ב. השרטוט משמאל. ג. אף p .

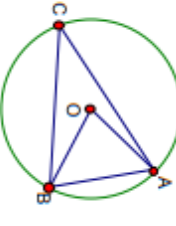

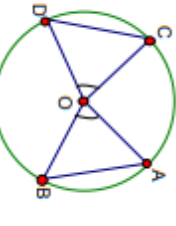

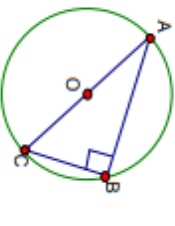
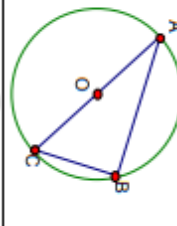
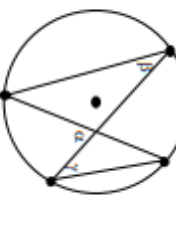



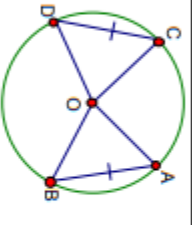
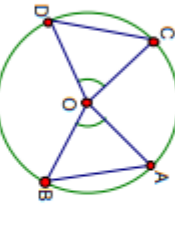
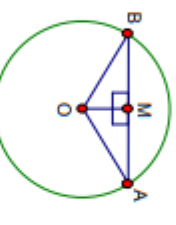
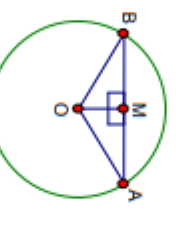
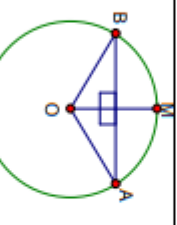
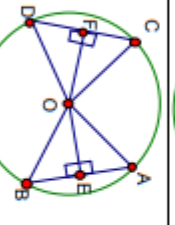
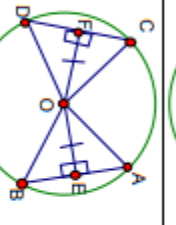
15. א. $b = 7$, $x \leq 1.21$. 2. $(0,0), (1.21,0)$. 3. פנימיות: $\min(0,0), \max(1, 1.73)$. בקצה התחום: $\min(1.21,0)$.
ב. השרטוט משמאל. ג. $0 < k < 1.73$.

תרגילי חזרה בגיאומטריה מתוך ספר 'גיאומטריה של המישור' בני גורן

8	166	זוויות במעגל	
12,13,14,17,19,22,25,26,30	167-172		
2,6,8,10,11,12,13,16,18,20	174-180		
23,25,28,29,33,38	181-184		
6,8,11,12,19-23	191-200	משיק למעגל	
40-45, 38	200-201		
העל	213-214	מעגל חסום וחוסם	
הכל	216-217	למידה עצמית של המשפטים	
הכל	220	מתוך הספר	
57,58	222		
16,17,19	237	משפט פיתגורס ושטחים ★	
הכל	238		
הכל	246-247		
הכל פרט ל-17	250		
30-33	254		
20-22, 19*, 13-17	270-270	משפט טאלס ★	
הכל פרט ל-32,34	274-275		
הכל ללא מס' 44	277-278	משפט חוצה זווית	
48,49,51	280		
6-10,16-21,26-29,34-36,41,42	283-285	דמיון משולשים -משפטי דמיון	
לא לפתור עמודים אלה		קטעים מיוחדים במשולשים דומים	
44,45,47,48,50	295-296	יחס בין שטחים של משולשים דומים	
הכל ללא תר 56	299-300	דמיון במרובעים	
הכל ללא 8, 13	301-304	דמיון במעגל	
ללא 48-50, 43, 32, 23	304-313	תרגול עצמי מ-gool תר' 34-41	

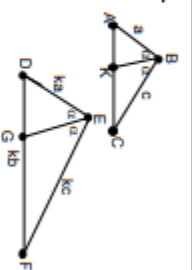
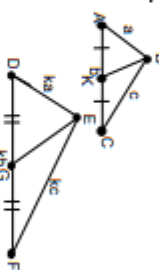
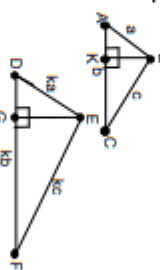


משפטים בגיאומטריה







$\angle AOB = 2\angle ACB$		זווית מרכזית במעגל גדולה פי 2 מכל זווית היקפית הנשענת על אותה הקשת.
$\angle ACB = \angle ADB$		כל הזוויות היקפיות במעגל הנשענות על אותה קשת שוות זו לזו.
$\angle AOB = \angle COD$ \Downarrow $AB = CD$		זוויות היקפיות שוות במעגל נשענות על מיתרים שווים.
$\angle ACB = \angle ADB$		כל הזוויות היקפיות במעגל הנשענות על אותו מיתר מאותו הצד שוות זו לזו.
$\angle ABC = 90^\circ$ \Downarrow קוטר AC-המעגל		זווית היקפית בת 90° נשענת על הקוטר.
קוטר AC-המעגל \Downarrow $\angle ABC = 90^\circ$		זווית היקפית הנשענת על הקוטר היא זווית ישרה.
$\alpha = \beta + \gamma$		זווית פנימית במעגל שווה לסכום שתי הזוויות היקפיות הנשענות על הקשתות הכלולות בין שוקי הזווית ובין המשכייתן.
$\alpha = \gamma - \beta$		זווית הייצוגית למעגל שווה להפריש שבין שתי הזוויות היקפיות הנשענות על הקשתות הכלולות בין שוקי הזווית.

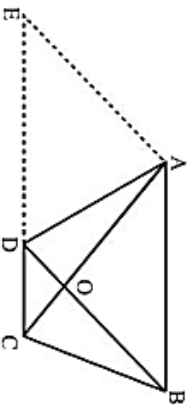
$AB = CD$ \Downarrow $\angle AOB = \angle COD$		על מיתרים שווים במעגל נשענות זוויות מרכזיות שוות זו לזו.
$\angle AOB = \angle COD$ \Downarrow $AB = CD$		במעגל זוויות מרכזיות שוות נשענות על מיתרים שווים.
$OM \perp AB$ \Downarrow $AM = MB$		אנך ממרכז המעגל למיתר במעגל חוצה את המיתר.
$\angle AOM = \angle BOM$		אנך ממרכז המעגל למיתר במעגל חוצה את הזווית המרכזית הנשענת על המיתר.
$OM \perp AB$ \Downarrow $\widehat{AM} = \widehat{BM}$		אנך ממרכז המעגל למיתר במעגל חוצה את הקשת המתאימה למיתר.
$AB = CD$, $OE \perp AB$, $OF \perp CD$ \Downarrow $OE = EF$		מיתרים שווים במעגל נמצאים במרחקים שווים ממוקדו.
$OE = EF$, $OE \perp AB$, $OF \perp CD$ \Downarrow $AB = CD$		מיתרים במעגל הנמצאים במרחקים שווים מהמרכז שווים זה לזה.

<p>אם במרובע יש זוג זוויות נגדיות הוא שסובטן 180° אז ניתן לחסום אותו במעגל.</p>		<p>$\angle BAD + \angle BCD =$ $= \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$ \Downarrow ניתן לחסום את מרובע ABCD במעגל O</p>
<p>במרובע חוסם מעגל סכום זוג אחד של צלעות נגדיות שווה לסכום הזוג השני.</p>		<p>ABCD – מרובע חוסם מעגל O \Downarrow $AB+CD=AD+BC$</p>
<p>משפט פיתגורס: בכל משולש ישר זווית סכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים שווה לשטח הריבוע הבנוי על היתר.</p>		<p>$\angle ABC = 90^\circ$ \Downarrow $a^2 + b^2 = c^2$</p>
<p>אם במשולש סכום שטחי הריבועים הבנויים על שתי צלעות המשולש שווה לשטח הריבוע הבנוי על הצלע השלישית אז הוא ישר זווית.</p>		<p>$a^2 + b^2 = c^2$ \Downarrow $\angle ABC = 90^\circ$</p>
<p>משפט תלס: שני ישרים מקבילים החותכים שוקי זווית מקצים עליהן קטעים פרופורציוניים.</p>		<p>$BD \parallel CE$ \Downarrow $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$</p>
<p>הרחבה ראשונה של משפט תלס: הנקודות D ו-E נמצאות בהתאמה על הצלעות AC ו-AB במשולש ABC. אם $DE \parallel BC$ אז $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.</p>		<p>$BD \parallel CE$ \Downarrow $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$</p>
<p>הרחבה שנייה של משפט תלס: הקטעים BD ו-AE נחתכים בנקודה C. אם $AB \parallel DE$ אז $\frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD} = \frac{AB}{DE}$.</p>		<p>$AB \parallel DE$ \Downarrow $\frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD} = \frac{AB}{DE}$</p>

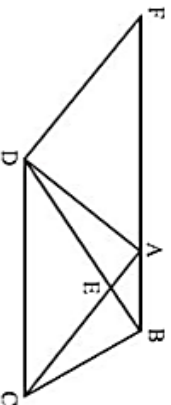
<p>c- משיק למעגל O בנקודה A \Downarrow $OA \perp c$</p>		<p>משיק למעגל מאונך לרדיוס הנפגש איתו בנקודת ההשקה.</p>
<p>c- משיק למעגל O בנקודה A \Downarrow $OA \perp c$</p>		<p>ישר המאונך לרדיוס במקצת הוא משיק למעגל.</p>
<p>c- משיק למעגל O בנקודה A \Downarrow $OA \perp c$</p>		<p>שני משיקים למעגל היוצאים מאותה נקודה שווים זה לזה.</p>
<p>למעגל O בנקודות A ו-B \Downarrow $BC=AC$</p>		<p>הקטע המחבר את מרכז המעגל עם הנקודה שממנה יוצאים שני המשיקים חוצים את הזווית שבין המשיקים.</p>
<p>למעגל O בנקודות A ו-B \Downarrow $\angle C_1 = \angle C_2$</p>		<p>הזווית בין משיק למעגל במעגל הנפגשים בנקודת ההשקה שווה לזווית הדיקופית הנשענת על הקשת המתאמה למיתר הכלואה בין המיתר לבין המשיק.</p>
<p>למעגל O בנקודות A ו-B \Downarrow $\angle BAD = \angle BCA$</p>		<p>קטע המרכזים של שני מעגלים נחתכים חוצה את המיתר המשותף ומאונך לו.</p>
<p>למעגל O בנקודות A ו-B \Downarrow $AB \perp CD, CE=ED$</p>		<p>C ו-D נקודות חיתוך של מעגלים B-1 ו-A \Downarrow $AB \perp CD, CE=ED$</p>
<p>למעגל O בנקודות A ו-B \Downarrow $C \in AB$</p>		<p>C נקודת ההשקה של מעגלים B-1 ו-A \Downarrow $C \in AB$</p>
<p>למעגל O בנקודות A ו-B \Downarrow $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$</p>		<p>בכל מרובע החסום במעגל סכום כל שתי זוויות נגדיות הוא 180°.</p>

<p>חוצי זוויות מתאימות במשולשים דומים מתייחסות זה לזה כמו יחס הזמיון שבין המשולשים.</p>		$\angle ABK = \angle CDE, \angle BKC = \angle EFG,$ $= \angle DEG = \angle FEK,$ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ \Downarrow $\frac{BK}{EG} = \frac{AB}{DE}$
<p>תכונות מתאימות במשולשים דומים מתייחסות זה לזה כמו יחס הזמיון שבין המשולשים.</p>		$AK = KD, DG = EG,$ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ \Downarrow $\frac{BK}{EG} = \frac{AB}{DE}$
<p>גבולות מתאימות במשולשים דומים מתייחסות זה לזה כמו יחס הזמיון שבין המשולשים.</p>		$BK \perp AC, EG \perp DF,$ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ \Downarrow $\frac{BK}{EG} = \frac{AB}{DE}$
<p>הזיקפים של משולשים דומים מתייחסים זה לזה כמו יחס הזמיון שבין המשולשים.</p>		$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ \Downarrow $\frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle DEF}} = \frac{AB}{DE}$
<p>שטחים של משולשים דומים מתייחסים זה לזה כמו ריבוע יחס הזמיון שבין המשולשים.</p>		$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ \Downarrow $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2$

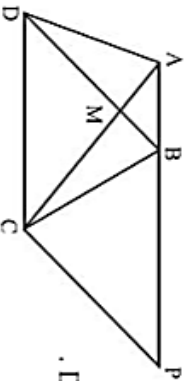
<p>אם שני ישרים מקצים על שוקי זווית קטעים פרופורציוניים אז הם מקבילים זה לזה.</p>		$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ \Downarrow $BD \parallel CE$
<p>חוצה זווית במשולש מחלק את הצלע שמואל הזווית לישני קטעים המתייחסים זה לזה כמו היחס שבין שתי הצלעות הכולאות את הזווית.</p>		$\angle CAD = \angle BAD$ \Downarrow $\frac{CD}{BD} = \frac{AC}{AB}$
<p>קטע המחבר קודקוד במשולש עם הצלע שמואל ומחלק אותה לישני קטעים המתייחסים זה לזה כמו היחס שבין שתי הצלעות האחרות חוצה את הזווית שמואל הצלע.</p>		$\frac{CD}{BD} = \frac{AC}{AB}$ \Downarrow $\angle CAD = \angle BAD$
<p>משפט דמיון ראשון: אם שתי צלעות במשולש אחד מתייחסות באותו יחס לשתיה צלעות מתאימות במשולש שני והזווית שבין הצלעות שווה בהתאמה אז המשולשים דומים.</p>		$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}, \angle A = \angle D$ \Downarrow $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
<p>משפט דמיון שני: אם שתי זוויות במשולש אחד שוות בהתאמה לשתיה זוויות במשולש שני אז המשולשים דומים.</p>		$\angle A = \angle D, \angle C = \angle F$ \Downarrow $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
<p>משפט דמיון שלישי: אם שתי הצלעות במשולש אחד מתייחסות באותו יחס לשתי הצלעות המתאימות במשולש שני אז המשולשים דומים.</p>		$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ \Downarrow $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



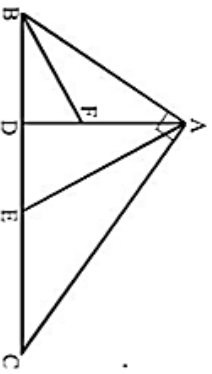
15. בטרפז ABCD ($AB \parallel CD$),
 $AB = 3 \cdot CD$. אלכסוני הטרפז
 נפגשים בנקודה O. דרך הנקודה A
 מעבירים מקביל ל- BD , החותך
 את המשך הצלע CD בנקודה E.
 נסמן ב-S את שטח המשולש DOC.
 הגע באמצעות S את שטח המרובע ABCE.
תשובה: 28·S.



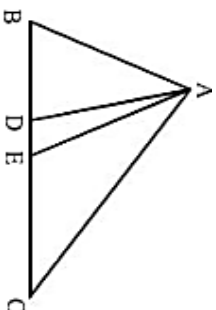
16. בטרפז ABCD ($AB \parallel DC$), האלכסונים
 נפגשים בנקודה E. נתון: $AC \parallel DF$,
 $S_{ABE} = 3$, $CE = 3 \cdot AE$.
 חשב את S_{ACDF} .
תשובה: 72 סמ"ר.



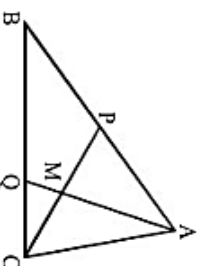
17. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$).
 נתון: $PC \parallel BD$, $DC = m \cdot AB$.
 א. הגע באמצעות m את היחס בין שטח
 המקבילית DBPC לשטח המשולש DCM.
 ב. נתון: $S_{DBPC} = 3 \cdot S_{DCM}$. מצא את m.
תשובה: א. $\frac{2(m+1)}{m}$. ב. 2.



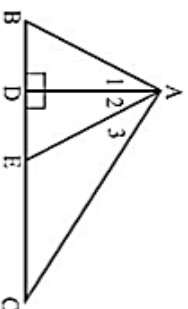
22. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AB \perp AC$).
 AD הוא הגובה ליתר BC, חוצה את
 הזווית DAC ו- $BF \perp AC$ חוצה את הזווית ABD.
 א. הוכח: $\triangle ADB \sim \triangle CDA$.
 ב. נתון: 8 ס"מ = AE , 6 ס"מ = AD ,
 4 ס"מ = BD . מהו אורך הקטע BF?
תשובה: ב. $5\frac{1}{3}$ ס"מ.



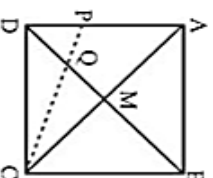
37. במשולש ABC, הקטע AE הוא תיכון
 לצלע BC והקטע AD הוא חוצה הזווית
 של $\angle BAC$. נתון: $AB = \frac{2}{3} AC$.
 הוכח: $S_{ADE} = \frac{1}{5} S_{ABC}$.



38. שטחו של המשולש ABC הוא 210 סמ"ר.
 CP הוא התיכון לצלע AB.
 AQ הוא חוצה-הזווית של $\angle BAC$.
 נתון: 30 ס"מ = AB , 20 ס"מ = AC .
 חשב את שטח המשולש APM.

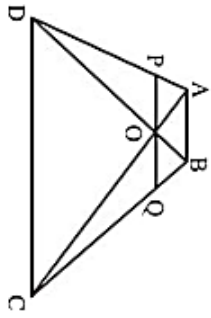


39. במשולש ABC, התיכון AE והגובה AD
 מחלקים את הזווית BAC לשלוש
 זוויות שוות ($\angle \alpha_1 = \angle \alpha_2 = \angle \alpha_3$).
 הוכח: $\angle BAC = 90^\circ$.

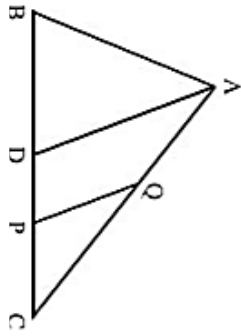


40. המרובע ABCD הוא ריבוע
 שאלכסוניו נפגשים בנקודה M.
 CP חוצה את הזווית ACD
 וחותך את האלכסון BD בנקודה Q.
 הוכח: $AP = 2MQ$.

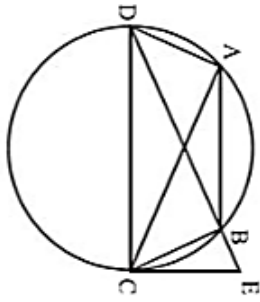
חלק 2 - גיאומטריה



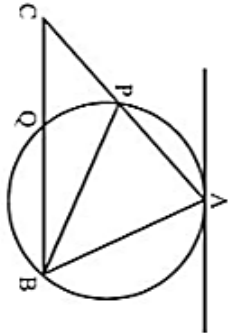
38. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$).
 נתון: $AB:DC = 1:3$, $PQ \parallel DC$,
 מצא את היחס $S_{APQ}:S_{PQOC}$.
תשובה: 1:15.



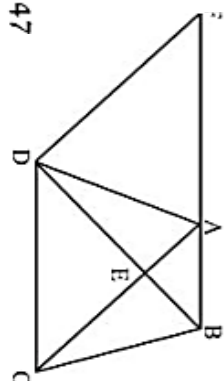
28. הטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) חסום במעגל.
 המשיק למעגל בנקודה C נפגש בנקודה E
 עם המשך האלכסון DB.
 CD הוא קוטר המעגל.
 א. הוכח: $ADAC = AECD$.
 ב. נתון: $AC = 25$ ס"מ, $DE = 36$ ס"מ.
 חשב את רדיוס המעגל.



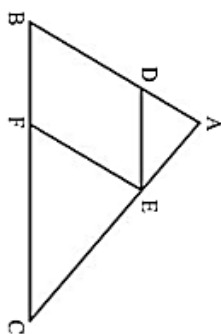
29. המשכי המיתרים AP ו-BQ נפגשים
 בנקודה C. BC מקביל לישר
 המשיק למעגל בנקודה A.
 א. הוכח: $AB^2 = AP \cdot AC$.
 ב. הוכח: אם P אמצע AC,
 $S_{ABP} = S_{ACP}$.



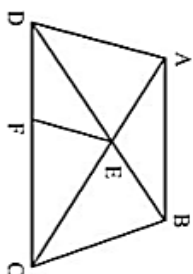
30. הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על מעגל
 כך שהנקודה C היא אמצע הקשת DB.
 המשיק למעגל בנקודה A נפגש
 עם המשך המיתר BD בנקודה E.
 א. הוכח: $DE \cdot AB = AD \cdot AE$.
 ב. הוכח: $BC^2 = AC \cdot CF$.



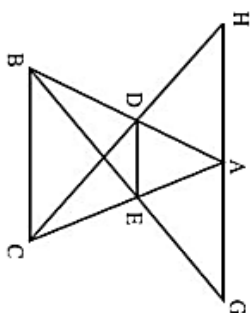
33. בטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) האלכסונים
 נחתכים בנקודה E. הנקודה F על
 המשך הצלע AB. נתון: $AC \parallel DF$,
 $AB = 2 \cdot DC = 24$ סמ"ר, $S_{DEC} = 4$.
 א. חשב את S_{AEF} ואת S_{BCE} .
 ב. חשב את S_{ACDF} .



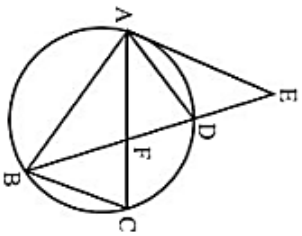
34. במשולש ABC חסומה מקבילית BDEF.
 נתון: $4 = S_{EAD}$, $EF = 4$ ס"מ.
 א. חשב את אורך הקטע AD.
 ב. נתון גם: 3 סמ"ר $= S_{EAD}$.
 חשב את שטח המקבילית BDEF.



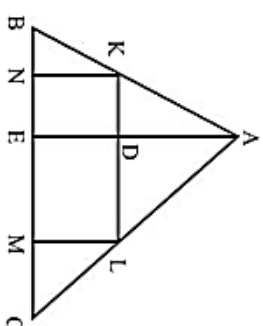
35. בטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) האלכסונים
 נפגשים בנקודה E.
 נתון: $AD \parallel EF$, $EF \parallel BC$, $S_{AEF} = 9$.
 א. חשב את היחס בין CF ל-CD.
 ב. חשב את היחס בין AB ל-CD.
תשובה: א. $\frac{2}{3}$. ב. $\frac{1}{2}$.



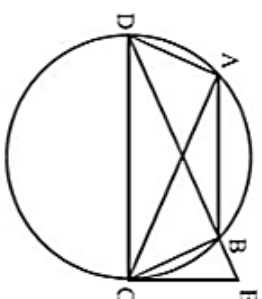
39. בשרטוט נתון: $BC \parallel DE$. דרך הנקודה A
 מעבירים ישר המקביל ל-BC וחותך את
 המשכי הקטעים BE ו-CD בנקודות G
 ו-H. נתון: 3 ס"מ $= DE$, 7 ס"מ $= BC$.
 א. חשב את אורך הקטע AH.
 ב. חשב את היחס $S_{AHE}:S_{AHD}$.



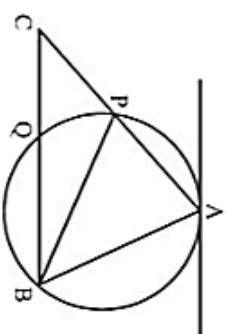
39. הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על מעגל
 כך שהנקודה C היא אמצע הקשת DB.
 המשיק למעגל בנקודה A נפגש
 עם המשך המיתר BD בנקודה E.
 א. הוכח: $DE \cdot AB = AD \cdot AE$.
 ב. הוכח: $BC^2 = AC \cdot CF$.



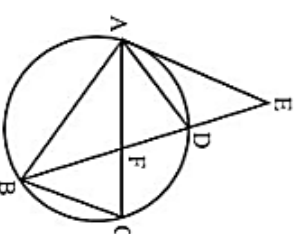
44. במשולש ABC חסום מלבן KLMN.
 הגובה AE לצלע BC חותך את צלע המלבן KL בנקודה D. נתון: $6 \text{ ס"מ} = BC$,
 $KL = 2KN$, $5 \text{ ס"מ} = AE$.
 א. חשב את אורך הקטע AD.
 ב. חשב את יחס השטחים: $\frac{S_{AKD}}{S_{KLN}}$.
 תשובה: א. 3.125 ס"מ. ב. $\frac{25}{9}$.



28. הטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) חסום במעגל.
 המשיק למעגל בנקודה C נפגש בנקודה E עם המשך האלכסון DB.
 CD הוא קוטר המעגל.
 א. הוכח: $ADAC = AECD$.
 ב. נתון: 25 ס"מ = AC, 36 ס"מ = DE.
 חשב את רדיוס המעגל.



29. המשכי המיתרים AP ו-BQ נפגשים בנקודה C. BC מקביל לישר המשיק למעגל בנקודה A.
 א. הוכח: $AB^2 = AP \cdot AC$.
 ב. הוכח: אם P אמצע AC,
 $S_{ABCP} = S_{ABCP}$.



30. הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על מעגל כך שהנקודה C היא אמצע הקשת DB. המשיק למעגל בנקודה A נפגש עם המשך המיתר BD בנקודה E.
 א. הוכח: $DE \cdot AB = AD \cdot AE$.
 ב. הוכח: $BC^2 = AC \cdot CF$.