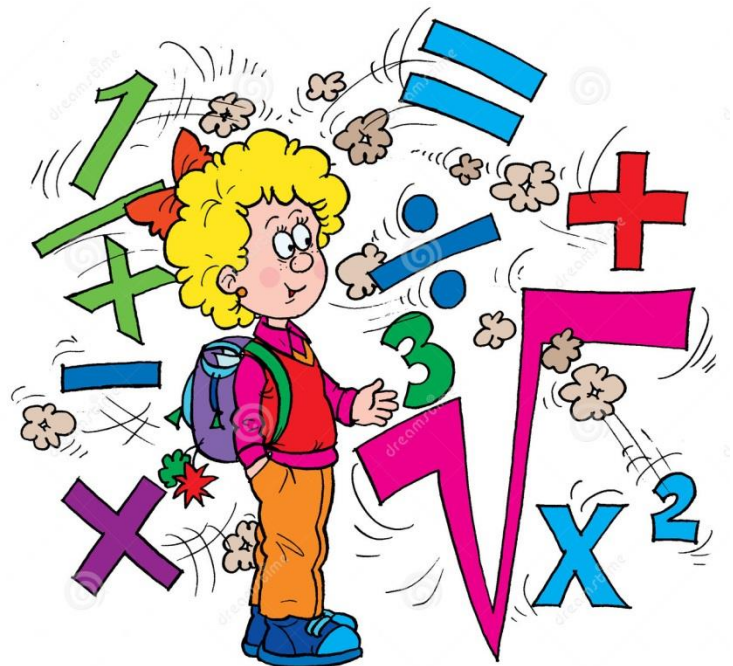


חוברת אבודה

במתמטיקה

לתלמידים הצולים

לבינה : 4-5 י"ל.



החל מכיתה י' לימוד מתמטיקה מתקיים ברמות של 3 י"ל, 4 י"ל ו-5 י"ל.

לידיעתכם, תלמידי 3 יח"ל ניגשים למבחן בגרות במתמטיקה ליחידת לימוד ראשונה (מבחן פנימי) כבר בסוף כיתה י'.

מבחן הבגרות וחומר הלימוד שונים בין רמות 3 יח"ל ו- 4, 5 יח"ל ולכן לא יהיו מעברים מרמה לרמה לאחר החלוקה בתחילת כיתה י'.

תלמידי 4, 5 יח"ל לומדים בכיתה י' את הנושאים המשותפים ל- 4, 5 יח"ל עד סוף שנת הלימודים תשע"ט ובתחילת כיתה יא' מתחלקים לשתי רמות שהן 4 יח"ל ו- 5 יח"ל. (לאחר החלוקה הנ"ל אין מעברים בין ההקבצות).

לכן, חשוב כבר בתחילת כיתה י' לשבץ אתכם לרמות לימוד שונות בהתאם **לקריטריונים הבאים:**

א. הציון השנתי באלגברה ובגיאומטריה של כיתה ט'

ב. הקבצה בה למד התלמיד

ג. המלצת המורה שלימד בכיתה ט'

ד. ציונכם במבחני שיבוץ ליחידות לימוד שהתקיים בסוף כיתה ט

ה. ציונכם במבחנים אשר יתקיימו בשבוע ההראשון של שנת הלימודים הבאה על הנושאים שנלמדו בכיתה ט.

על מנת להקל עליכם בחזרה על החומר ובהכנה למבחן, הכנו חוברת עם הסברים ותרגול בכל הנושאים הרלוונטיים שיופיעו במבחן שיבוץ.

חוברת העבודה מיועדת לכל תלמידים שלמדו בהקבצות א בכיתה ט.

כדי לממש הזדמנות להתקבל לרמות 4, 5 יח"ל במתמטיקה על התלמיד לעבוד על כל הנושאים וכל סוגי תרגילים שמופיעים בחוברת.

מאחלת לכם בהצלחה בשנה הבאה.

חופשה נעימה!

בברכה,

שטיינברג יאנה

רכזת מתמטיקה

פונקציה קווית

1. נתונה הפונקציה הקווית $y = -0.6x - 1.3$

(א) רשום פונקציה קווית שהגרף שלה מקביל לפונקציה הנתונה _____
(ב) רשום פונקציה קווית שהגרף שלה חותך את ציר ה-Y באותה הנקודה כמו הגרף של פונקציה הנתונה: _____

(ג) רשום פונקציה קווית שהגרף שלה מקביל לגרף של פונקציה הנתונה ועובר בראשית הצירים:

(ד) רשום פונקציה קווית שהגרף שלה מקביל לציר ה-X וחותך את ציר ה-Y באותה הנקודה בה חותך הגרף של הפונקציה הנתונה את ציר ה-Y: _____

2. (א) סמן במערכת צירים את הנקודות $(-10,1)$, $(2,-8)$

(ב) העבר ישר דרך נקודות האלה

מצא מתוך השרטוט, מהו שיפוע הישר ומהי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה-Y
רשום שתי פונקציות שהגרף שלהן יהיה מקביל לגרף ששרטטת.

3. נתונה הפונקציה $y = (6 - 3c)x + 30$

(א) עבור איזה ערך של C יהיה גרף הפונקציה מקביל לציר ה-X?

(ב) עבור איזה ערך של C יהיה גרף הפונקציה מקביל לישר $y = 3x - 2$?

(ג) רשום את משוואת הישר שהתקבל בסעיף ב'

(ד) רשום נקודה הנמצאת על הישר שמצאת בסעיף ג'

4. (א) גרף הפונקציה $2y - kx = -1$ עובר דרך הנקודה $(-3,-2)$. מצא את K ואת נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(ב) גרף הפונקציה $4(x + y) = 5(x - n)$ עובר דרך הנקודה $(-6,1)$. מצא את n .

(ג) מצא לאיזה ערך של k מייצגת המשוואה $(k + 4)x + (2k - 3)y = 8$

ישר החותך את ציר ה-X בנקודה $(0,2)$.

מציאת משוואת הישר.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{הנוסחאות: שיפוע לפי 2 נקודות}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{משוואת הישר לפי שיפוע ונקודה:}$$

10.

(א). מצא את משוואת הישר המקביל לישר $y = 2x + 5$ ועובר דרך $(5,3)$

(ב). מצא את משוואת הישר המקביל לישר $3y + 4x = 5$ ועובר דרך $(3,1)$

(ג). גרף הפונקציה $y = 2x + b$ עובר דרך הנקודה $(-1,5)$. מצא את b ואת נקודות החיתוך עם הצירים.

(ד). גרף הפונקציה $3x - 5y = p$ עובר דרך הנקודה $(0,0)$. מצא את p ואת נקודות החיתוך עם הצירים.

(ה). גרף הפונקציה $3(x + y) = 2(x - m)$ עובר דרך הנקודה $(-2,4)$. מצא את m ואת נקודות החיתוך עם הצירים.

11. האם הישר העובר דרך הנקודות $(-2,4)$ ו- $(8,11)$ מקביל לישר העובר דרך הנקודות $(4,6)$ ו- $(14,-9)$

11. מצא את משוואות הישרים המקבילים לישרים הכתובים מצד ימין ועוברים דרך נקודות החיתוך של הישרים הכתובים מצד שמאל:

$$\begin{cases} y + 5x = 0 \\ y - 3x + 16 = 0 \end{cases} \quad \text{(א). } 2y = 10x + 2$$

$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ y - x = -8 \end{cases} \quad \text{(ב). } 4y + x = 24$$

13. ישר, ששיפועו (-6) עובר דרך הנקודה $(2,-9)$. מצא את נקודת החיתוך של ישר הנ"ל עם הישר $y = -2x - 7$.

14. במשולש ABC משוואת הצלע AB : $y - x = 2$ ומשוואת הצלע AC : $y = \frac{-x}{2} - 4$.

הישר של הצלע השלישית עובר דרך הנקודה $(0,5)$ והוא מקביל לישר $y + 2x - 7 = 0$. מצא את קדקודי המשולש. (נקודות החיתוך של הישרים)

15. במקבילית ABCD הצלעות AB ו- AD נמצאות בהתאמה על הישרים:

$$y = -x + 5 \quad \text{ו-} \quad y = 2x - 1$$

נתון $C(2,-6)$. מצא את משוואות של הצלעות האחרות. (תיעזר בתכונה של צלעות נגדיות במקבילית)

16. נתונות שלוש נקודות $A(2,-1)$, $B(4,5)$ ו- $C(-1,4)$.

מצא את משוואת הישר המקביל לישר העובר דרך הנקודות A ו- B, ועובר דרך הנקודה C.

דפי סיכום בנושא " פרבולה, קו ישר – נקודות חיתוך, אי שוויוניים, קטעים

בניית גרף הפרבולה

נתונות הפונקציות הבאות:

$$f(x) = -3x^2 - 10x + 8$$

$$f(x) = 4x^2 + 4x + 1$$

$$f(x) = x^2 - 5x + 4$$

$$f(x) = -4x^2 + 5x - 12$$

$$f(x) = x^2 + 10x + 21$$

$$f(x) = 3x^2 - 8x + 7$$

ענה על השאלות הבאות ביחס לכל פונקציה:

- (1) מצא את שיעורי הקודקוד.
- (2) מהי משוואת ציר הסימטריה?
- (3) מצא נקודת החיתוך עם ציר ה-y, והנקודה הסימטרית לה.

מציאת פרמטרים.

1 גרף הפונקציה הריבועית $y = ax^2 + 6x - 5$ עובר דרך הנקודה $(2, -5)$. מצא את ערך הפרמטר a.

2 גרף הפונקציה הריבועית $y = 8x^2 + bx + 11$ עובר דרך הנקודה $(2, 29)$. מצא את ערך הפרמטר b.

3 גרף הפונקציה הריבועית $y = ax^2 + bx - 15$ עובר דרך הנקודות $(3, 21)$ ו- $(-1, -3)$. מצא את ערך הפרמטרים b ו-a.

4 גרף הפונקציה הריבועית $y = 7x^2 + bx + c$ עובר דרך הנקודות $(-3, 66)$ ו- $(2, 26)$. מצא את ערך הפרמטרים b ו-c.

פתרון

5 קודקוד הפרבולה $y = ax^2 + bx + 83$ נמצא בנקודה $(3, -7)$ מצא את הערכים של a ו-c

פתרון

6 קודקוד הפרבולה $y = 4x^2 + bx + c$ נמצא בנקודה $(-1.5, -4)$ מצא את הערכים של b ו-c

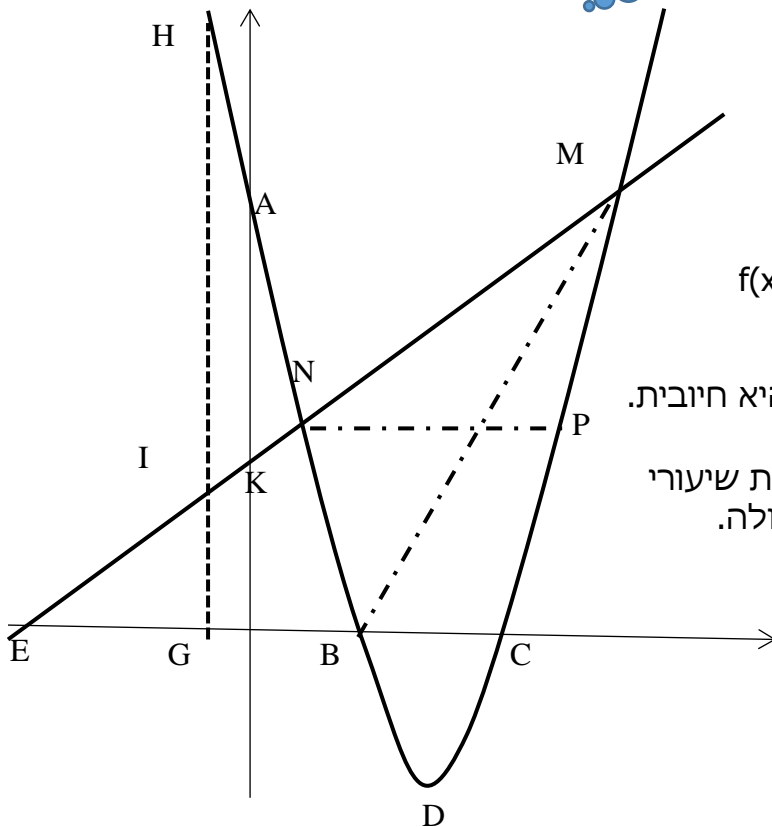
פתרון

7 קודקוד הפרבולה $y = ax^2 + bx + 32$ נמצא בנקודה $(-5, -7)$ מצא את הערכים של b ו-c.

8 נתונה הפרבולה $y = x^2 + bx + 13$. ידוע ששיעור ה-x בקודקוד הפרבולה הוא 3. מצא את הערך של b ואת שיעור ה-y של קודקוד הפרבולה.

- | | | | | | |
|---------|---------|--------------|----------------|---------------|---------------|
| 1) a=-3 | 2) b=-7 | 3) a=6, b=-6 | 4) b=-1, c=0 | 5) b=-12, a=2 | תשובות |
| | | | 5) b=-12, c=83 | 6) b=12, c=5 | |
| | | | 7) b=10, a=1 | 8) y=4, b=-6 | |

חובה לפתור כל שאלה זוגית בין השאלות 2-8



1. לפניך שרטוט גרפים של הפונקציות

$$f(x) = x^2 - 8x + 12$$

$$g(x) = x + 4$$

(א) מצא את שיעורי הנקודות A, B, C, M, N, K, E, D.

(ב) מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x) = x^2 - 8x + 12$ היא חיובית.

(ג) מצא את התחום שבו הפונקציה $g(x) = x + 4$ היא חיובית.

(ד) דרך הנקודה N העבירו אנך לציר ה-Y. מצא את שיעורי הנקודה P בה חותך אנך זה את גרף הפרבולה.

(ה) מצא את התחומים בהם מתקיימים אי-השוויונים הבאים:

$$(1) f(x) \geq 12$$

$$(2) f(x) < 5$$

$$(3) g(x) \leq 10$$

(ו) מצא את התחום בו מתקיים אי-השוויון $g(x) > f(x)$

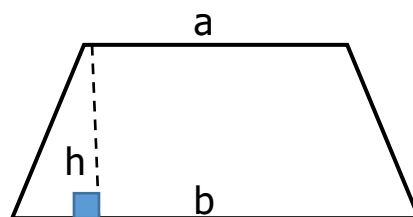
(ז) כתוב את משוואת הישר העובר דרך הנקודות B ו-M.

(ח) מצא את שטח המשולש MBE.

(ט) מצא את שטח הטרפז ENPC.

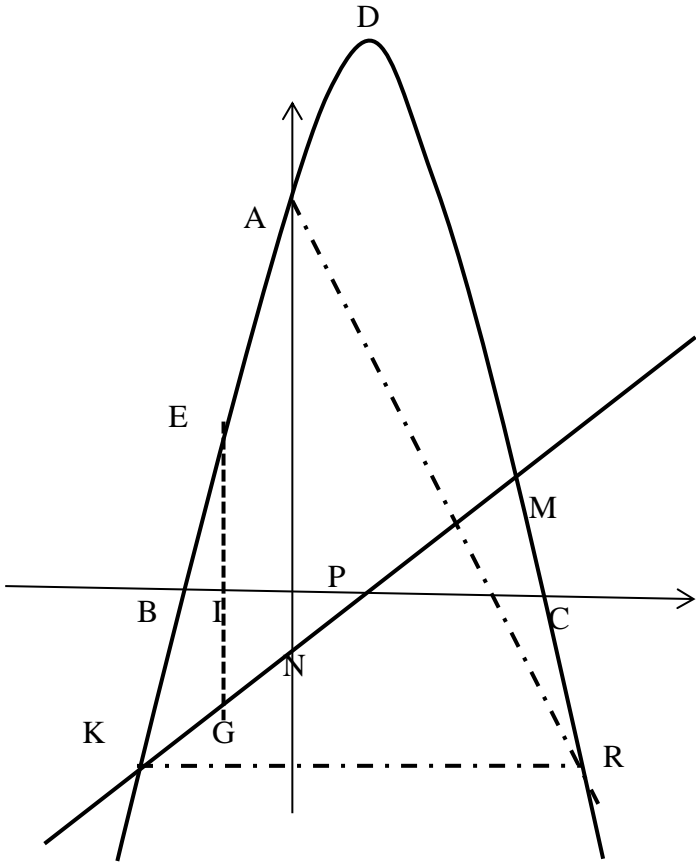
(י) נתון כי: GH מאונך לציר ה-X. $GI = 3$. חשב את GH.

נוסחה לחישוב שטח הטרפז: a, b בסיסי הטרפז, h גובה הטרפז



2. לפניך שרטוט גרפים של הפונקציות
הבאות: $g(x)=2x-2$

$$f(x)=-x^2+3x+10$$



א. מצא את שעורי הנקודות A, B, C, D, K, M, N, P.

ב. מצא את התחום שבו הפונקציה $g(x)$ חיובית.

ג. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית/שלילית.

ד. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ עולה/יורדת.

ה. מצא את התחומים בהם מתקיימים
א- השוויונים הבאים:

- $f(x) > g(x)$
- $f(x) < g(x)$
- $f(x) \geq 10$
- $g(x) > 10$

ו. דרך הנקודה K העבירו ישר המקביל לציר ה-x. ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה R. חשב את אורך הקטע KR.

ז. מצא את משוואת הישר העובר בנק' P ומקביל לישר AR.

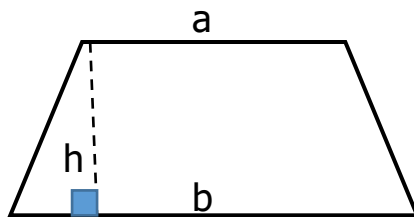
ח. מצא את שטח המשולש ARK.

ט. מצא את שטח הטרפז BPRK.

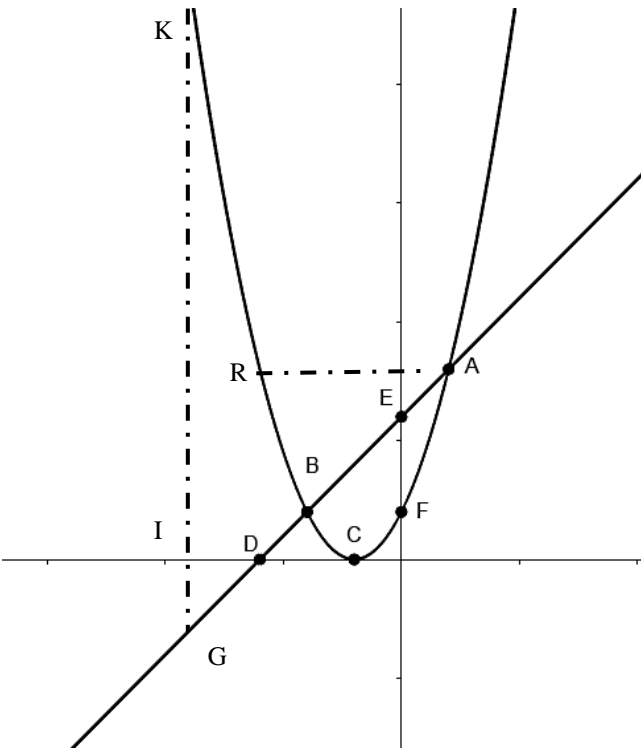
י. נתון כי: GE מאונך לציר ה-x. $GI = 4$. חשב את EI.

יא. מהו התחום בו מתקיים: $f(x) < 6$

נוסחה לחישוב שטח הטרפז: a, b בסיסי הטרפז, h גובה הטרפז



3. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$
 $g(x) = x + 6$



א. מצא את שעורי הנקודות A, B, C, D, E, F.
 ב. מצא את התחום שבו הפונקציה $g(x)$ חיובית.

ג. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית/ שלילית.

ד. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ עולה/יורדת.

ה. דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-x. ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה R. חשב את אורך הקטע AR.

ו. מצא את התחומים בהם מתקיימים
 אי-השוויונים הבאים:

- $f(x) > g(x)$ •
- $f(x) < g(x)$ •
- $f(x) \geq 8$ •
- $g(x) < 8$ •

ז. מצא את שטחי המשולשים ARF, CAR, FDC.

ח. כתוב את משוואת הישר FR

ט. נתון כי: GK מאונך לציר ה-x. $GI = 3$. חשב את KI.

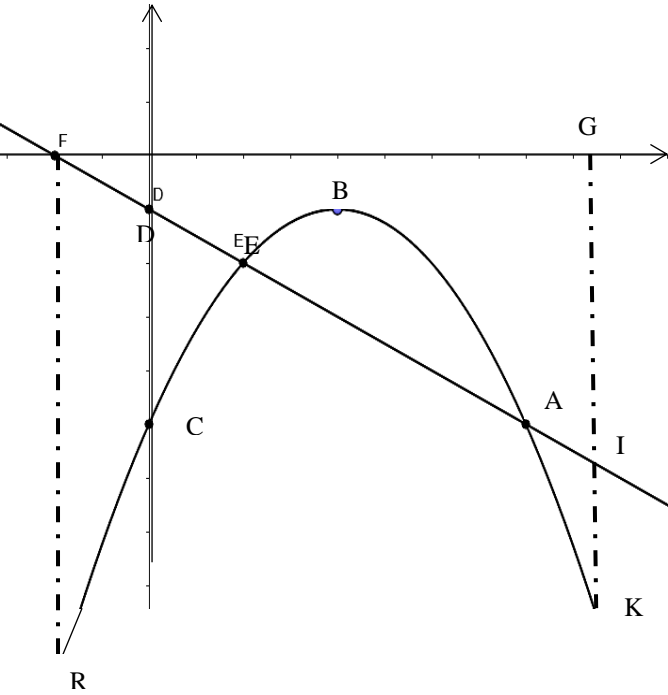
י. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה R ומקביל לישר $g(x)$.

יא. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה F ומקביל לציר ה-x.

יב. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה C ומקביל לציר ה-y.

4. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 5$

$$g(x) = -\frac{1}{2}x - 1$$



א. מצא את שעורי הנקודות F, E, D, C, B, A .

ב. מצא את התחום שבו הפונקציה $g(x)$ שלילית.

ג. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית/ שלילית.

ד. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ עולה/יורדת.

ה. מצא את התחומים בהם מתקיימים

- $f(x) < g(x)$
- $f(x) \geq g(x)$
- $f(x) \geq -5$
- $g(x) > -2$

ו. דרך הנקודה F העבירו ישר המקביל לציר ה- Y . ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה R . חשב את אורך הקטע FR .

ז. מצא את שטחי המשולשים DCF, DAC .

ח. כתוב את משוואת הישר FC

ט. נתון כי: GK מאונך לציר ה- X . $GI = 6$. חשב את KI ואת השטח של AIK .

י. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה C ומקביל לישר $g(x)$.

יא. נתון ישר $y = k$. הישר החותך את הפרבולה רק בנקודה אחד. מצא את k .

יב. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה E ומקביל לציר ה- Y .

5. נתונות שתי פונקציות: $g(x) = -x^2 + 4x - 3$

$$f(x) = -x + 1$$

א. מצא את שעורי הנקודות A, B, C, D, E, F.

ב. מצא את התחום שבו הפונקציה $g(x)$ שלילית.

ג. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית.

ד. מצא את התחום שבו הפונקציה $g(x)$ עולה/יורדת.

ה. מצא את התחומים בהם מתקיימים

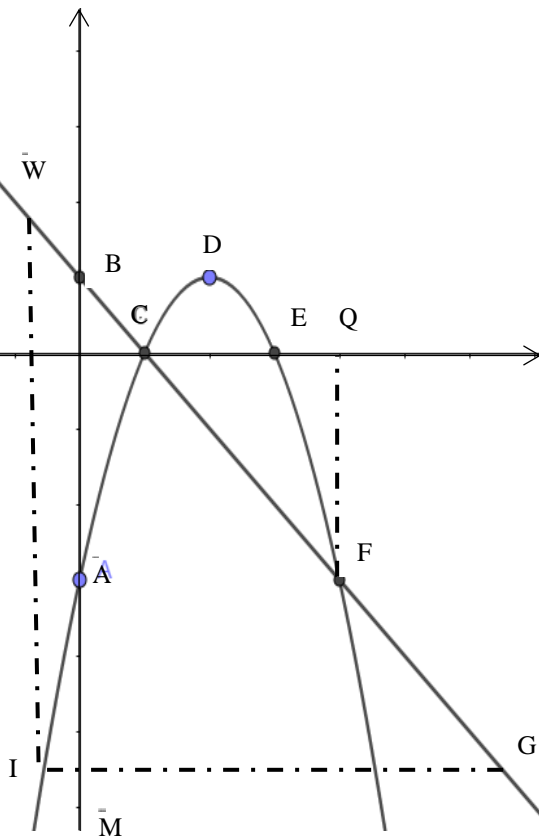
אי-השוויונים הבאים:

$f(x) < g(x)$ •

$f(x) \geq g(x)$ •

$f(x) \geq -3$ •

$g(x) \leq -3$ •



ו. דרך הנקודה F העבירו ישר המקביל לציר ה-Y.

ישר זה חותך את הפרבולה. בנקודה Q. חשב את אורך הקטע FQ.

ז. מצא את שטחי המשולשים ABE, ECF, AEC.

ח. כתוב את משוואת הישר BQ ואת משוואת הישר העובר דרך

נק' A ומקביל ל-BQ.

ט. נתון כי: GM מאונך לציר ה-Y. $GM = 9$. חשב את האורך

של MI ואת האורך של IW.

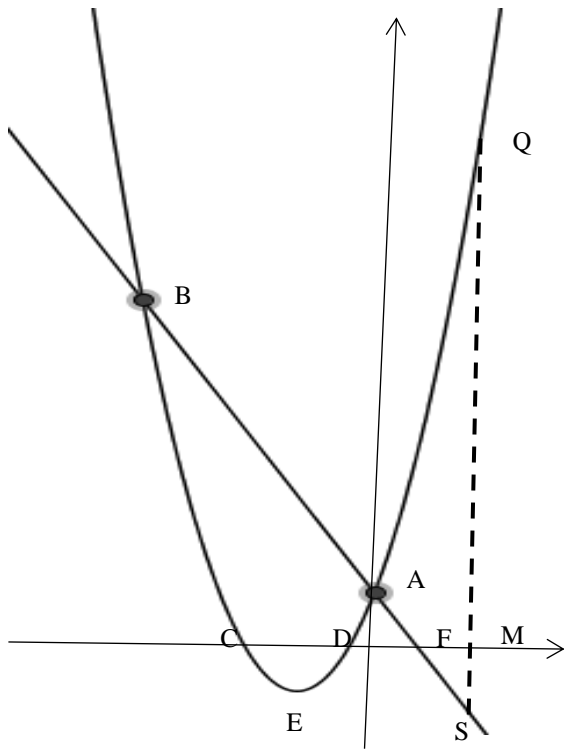
י. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה A ומקביל לישר $f(x)$.

יא. נתון ישר $y = k$. הישר החותך את הפרבולה בשתי נקודות. תן דוגמא לערך של k.

יב. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה E

ומקביל לציר ה-Y.

6. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = x^2 + 4x + 3$
 $g(x) = -2x + 3$



א. מצא את שעורי הנקודות A, B, C, D, E.
 ב. מצא את התחום שבו הפונקציה $g(x)$ שלילית.

ג. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית/ שלילית.

ד. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ עולה/יורדת.

ה. מצא את התחומים בהם מתקיימים

אי-השוויונים הבאים:

- $f(x) > g(x)$
- $f(x) \leq g(x)$
- $f(x) \leq 3$
- $g(x) \geq 15$

ו. דרך הנקודה $M(3,0)$ העבירו ישר המקביל לציר ה-Y. ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה Q ואת הישר בנקודה S. חשב את אורך הקטע SQ.

ז. מצא את שטחי המשולשים AFC, BCF, ASQ.

ח. כתוב את משוואת הישר BQ ואת משוואת הישר העובר דרך נק' A ומקביל ל-BQ.

ט. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה E

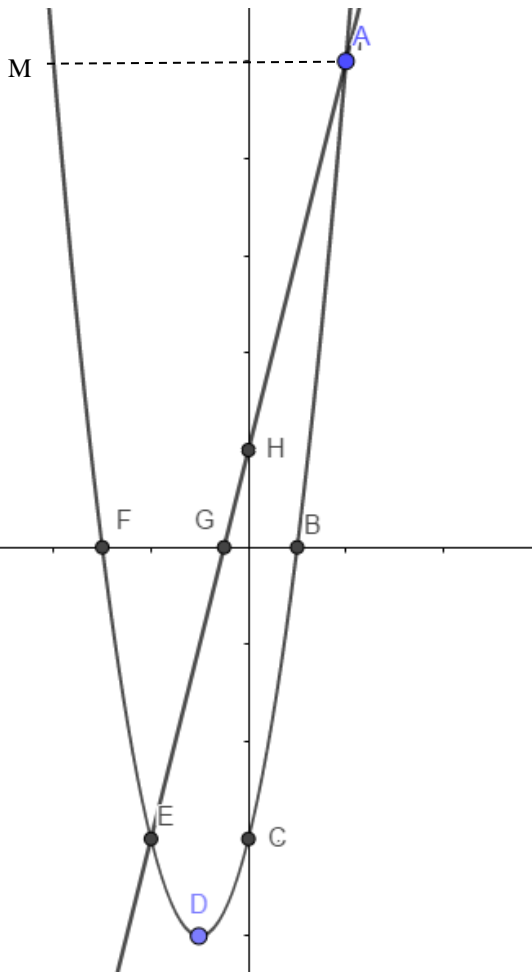
ומקביל לציר ה-X.

י. נתון ישר $y=k$. הישר לא חותך את הפרבולה באף נקודה. תן דוגמא לערך של k.

7. לפניך שרטוט גרפים של הפונקציות

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 6$$

$$g(x) = 4x + 2$$



(א) מצא את שיעורי הנקודות A, B, C, D, E, F, G, H.

(ב) מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$ היא חיובית.

(ג) מצא את התחום שבו הפונקציה $g(x) = 4x + 2$ היא חיובית.

(ד) דרך הנקודה M העבירו אנך לציר ה-Y. מצא את שיעורי הנקודה M בה חותך אנך זה את גרף הפרבולה.

(ה) מצא את התחומים בהם מתקיימים אי-השוויונים הבאים:

$$f(x) \geq g(x) \quad (1)$$

$$f(x) < g(x) \quad (2)$$

$$f(x) < -6 \quad (3)$$

$$10 > g(x) \quad (4)$$

(ו) כתוב את משוואת הישר העובר דרך הנקודות B ו-E.

(ז) מצא את שטח המשולש GBE.

(ח) מצא את שטח משולש FGA.

8. לפניך גרפים של שתי פונקציות הבאות:

$$g(x) = 2x - 2$$

$$f(x) = x^2 - x - 12$$

(א) מצא את שיעורי הנקודות A, B, C, D, K, N, M, P.

(ב) מצא את התחום בו הפונקציה $g(x)$ שלילית.

(ג) מצא את התחומים בהם הפונקציה $f(x)$ חיובית/שלילית.

(ד) מצא את התחום בו הפונקציה $f(x)$ עולה/יורדת.

(ה) דרך נקודה B העבירו ישר המקביל לציר ה-x.

ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה E. מצא את שיעורי נקודה E.

(ו) מצא את התחומים בהם מתקיימים אי השוויונים הבאים:

$$f(x) < g(x) \quad (1), \quad f(x) \leq -6 \quad (2), \quad g(x) < 10 \quad (3)$$

(ז) מצא את שטחי המשולשים הבאים: ΔBEM , ΔAPM

(ח) מצא את שטח הטרפז PNEB

(ט) נתון $IH = 10$. חשב אורך הקטע GH.

(י) כתוב את משוואת הישר העובר דרך הנקודות N ו-B.

(יא) מהנקודה B הורידו אנך לציר ה-x, החותך את ציר ה-x בנקודה F. מצא את שטח הטרפז PEBF

9. לפניך שרטוט גרפים של הפונקציות הבאות:

$$g(x) = 3x + 5$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 15$$

(א) מצא את שיעורי הנקודות: P, M, E, D, K, C, B, A.

(ב) מצא את התחום בו הפונקציה $g(x)$ חיובית.

(ג) מצא את התחום בו הפונקציה $f(x)$ שלילית/חיובית.

(ד) מצא את התחום בו הפונקציה $f(x)$ עולה/יורדת.

(ה) דרך נקודה E העבירו ישר המקביל לציר ה-x. ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה R. מצא את שיעורי נקודה R.

(ו) מצא את התחומים בהם מתקיימים אי השוויונים הבאים:

$$f(x) \geq g(x) \quad (1)$$

$$f(x) < -7 \quad (2)$$

$$g(x) < 14 \quad (3)$$

(ז) מצא את השטחים של המשולשים הבאים: ΔERA , ΔERM .

(ח) נתון $GH=13$. חשב אורך הקטע GI.

(ט) כתוב את משוואת הישר העובר דרך הנקודות C ו-E.

(י) מהנקודה E הורידו אנך לציר ה-x, החותך את ציר ה-x בנקודה F. מצא את השטח של הטרפז(המרובע) FCRE.

תשובות:

תרגיל 1.

א. $E(-4,0)$, $B(2,0)$, $C(6,0)$, $N(1,5)$, $M(8,12)$, $D(4,-4)$, $K(0,4)$, $A(0,12)$

ב. $x > 6, x < 2$

ג. $x > -4$

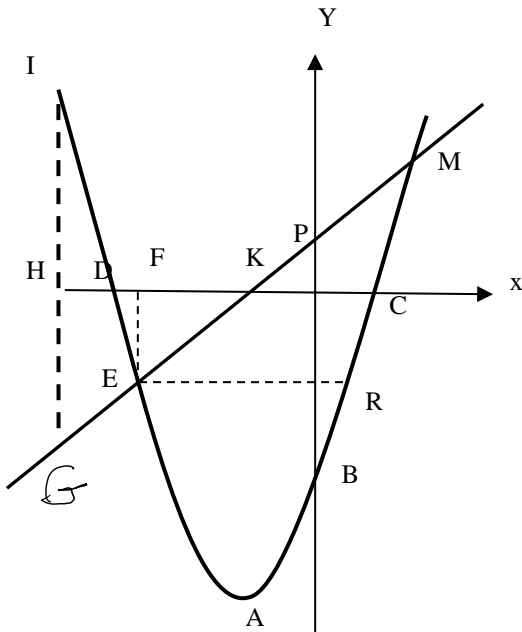
ד. $P(7,5)$

ה. (1) $x \leq 0$, (2) $x \geq 8$, (3) $1 < x < 7$

ו. $1 < x < 8$

ז. $Y=2x-4$

ח. 36 יח"ש ט. 40 יח"ש י. 21 יח"



תרגיל 2.

א. $P(1,0), B(-2,0), C(5,0), N(0,-2), M(4,6), D(1.5,12.25), K(-3,-8), A(0,10)$

ב. $x > 1$

ג. חיובית $-2 < x < 5$ שלילית $x < -2, x > 5$

ד. יורדת $x > 1.5$ עולה $x < 1.5$

ה. (1) $-3 \leq x \leq 4$ (2) $x > 4, x < -3$ (3) $0 \leq x \leq 3$ (4) $x > 6$

ו. $KR=9$

ז. $Y=-3x+3$

ח. 81 יח"ש ט. 48 יח"ש י. 6 יח' י"א. $x > 4, x < -1$

תרגיל 3.

א. $E(0,6), B(-4,2), C(-2,0), F(0,2), D(-6,0), A(2,8)$

ב. $x > -6$

ג. חיובית $x \neq 2$, שלילית אף X .

ד. יורדת $x < -2$ עולה $x > -2$

ה. 8 יח'

ו. (1) $x > 2, x < -4$ (2) $-4 < x < 2$ (3) $x \geq 2, x \leq -6$ (4) $x < 2$

ז. $S_{ARF} = 24, S_{CAR} = 32, S_{FDC} = 4$

ח. $y = -x + 2$

ט. 24.5 יח' = KI , י' $Y=x+14$ י"א $y = 2$ י"ב $x=-1$

תרגיל 4.

א. $E(2,-2), B(4,-1), C(0,-5), F(-2,0), D(0,-1), A(8,-5)$

ב. $x > -2$

ג. חיובית אף X , שלילית כל X .

ד. יורדת $x > 4$ עולה $x < 4$

ה. (1) $x > 8, x < 2$ (2) $2 \leq x \leq 8$ (3) $0 \leq x \leq 8$ (4) $x < 2$

ו. 10 יח'

ז. $S_{ADC} = 16, S_{DCF} = 4$

ח. $y = -2.5x - 5$

ט. 4 יח' = $KI, S_{AIK} = 10$ י' $Y=-0.5x-5$ י"א $k = -1$ י"ב $x=2$

תרגיל 5.

א. $E(3,0), B(0,1), C(1,0), F(4,-3), D(2,1), A(0,-3)$

ב. $x > 3, x < 1$

ג. חיובית $x < 1$

ד. יורדת $x > 2$ עולה $x < 2$

ה. (1) $1 < x < 4$ (2) $x \geq 4, x \leq 1$ (3) $x \leq 4$ (4) $x \geq 4, x \leq 0$

ו. 4 יח'

ז. $S_{AEC} = 3, S_{ECF} = 4, S_{ABE} = 6$

ח. $y = -\frac{1}{4}x + 1, y = -\frac{1}{4}x - 3$

ט. יח' י' $Y=-x-3$ י"א $k < 1$ י"ב $x=3$

תרגיל 6.

י. $E(-2,-1), B(-6,15), C(-3,0), F(1.5,0), D(-1,0), A(0,3)$

יא. $x > 1.5$

יב. חיובית $-1 < x < -3$, שלילית $-3 < x < -1$

יג. יורדת $x < -2$ עולה $x > -2$

יד. (1) $x < -6$, $x > 0$ (2) $-6 \leq x \leq 0$ (3) $-4 \leq x \leq 0$ (4) $x < -6$

טו. 29 יח'

טז. $S_{AFC} = 6.75, S_{BCF} = 33.25, S_{ACQ} = 43.5$

יז. $y = \frac{2}{3}x + 3$, $y = \frac{2}{3}x + 19$ וט. $\gamma = -1$ י' כל $k < -1$

תרגיל 7

א. $A(2,10), B(1,0), C(0,-6), D(-1,-8), E(-2,-6), F(-3,0), G(-0.5,0), H(0,2)$

ב. $x < -3, x > 1$

ג. $x > -0.5$

ד. $M(-4,10)$

ה. (1) $x \leq -2, x \geq 2$, (2) $-2 < x < 2$, (3) $-2 < x < 0$, (4) $x > 2$.

ו. $y = 2x - 2$

ז. 4.5

ח. 12.5

תרגיל 8.

א. $A(-3;0), N(4;0), C(0;-2), K(0;-12), P(1;0), M(5;8), B(-2;-6), D(0.5;-12.25)$

ב. $X < 1$

ג. $X > 4, x < -3$

ד. עולה $x > 0.5$, יורדת $x < 0.5$

ה. $E(3;-6)$

ו. (1) $-2 < x < 5$, (2) $-2 \leq x \leq 3$, (3) $x < 6$

ז. $S_{APM} = 16, S_{BEM} = 35$

ח. $S_{PNEB} = 24$

ט. $GH = 12$

י. $y = x - 4$

יא. $S_{PEBF} = 24$

תרגיל 9.

א. $A(-1;-16), B(0;15), C(3;0), D(-5;0), P(0;5), K(-1\frac{2}{3};0)$

ב. $x > -1\frac{2}{3}$

ג. שלילית $-5 < x < 3$, חיובית $x < -5, x > 3$

ד. עולה $x > -1$ יורדת $x < -1$

ה. $R(2;-7)$

ו. (1) $x \geq 5$, (2) $x \leq -4$, (3) $x < 30$

ז. $S_{ERA} = 27, S_{ERM} = 75$

ח. $GI = 22$

ט. $\gamma = x - 3$ י. $S_{FCRE} = 45$

שאלות חשיבה

1. נתונה הפונקציה $g(x)$ שמוגדרת לכל x . בנקודה $(3, -2)$ יש נקודת קיצון יחידה והיא מינימום.

(א) קבע מה נכון ומה לא נכון. נמק את תשובתך!

1. הפונקציה עולה בתחום $x > 3$ _____

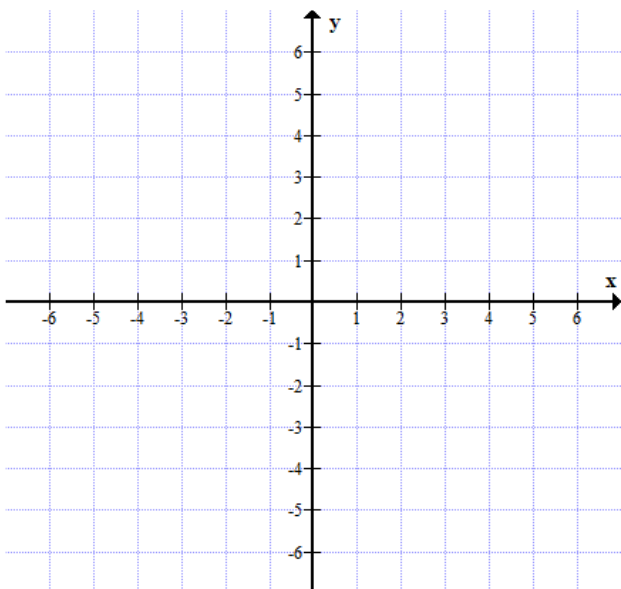
2. הפונקציה יורדת בתחום $x < 3$ _____

3. גרף הפונקציה יכול לעבור בראשית הצירים _____

4. לפונקציה אין נקודות אפס _____

5. יש $y = -3$ שתי נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה _____

6. למשוואה $y = -2$ יש פתרון יחיד. _____



2. א. מצא את נקודות חיתוך עם ציר ה- x של

הפונקציה $f(x) = (x+4)(x-2)(x-5)$.

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה במערכת

צירים (רמז: בדוק באיזה תחום הפונקציה

שלילית ובאיזה תחום חיובית).

ג. הסבר מדוע יש לפונקציה לפחות נקודת

מינימום אחת ולפחות נקודת מקסימום

אחת.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$.

הפונקציה מוגדרת לכל x .

א. מצא את נקודת החיתוך עם ציר ה- y .

ב. מצא את נקודות החיתוך עם ציר ה- x .

ג. האם ניתן לקבוע את תחומי החיוביות

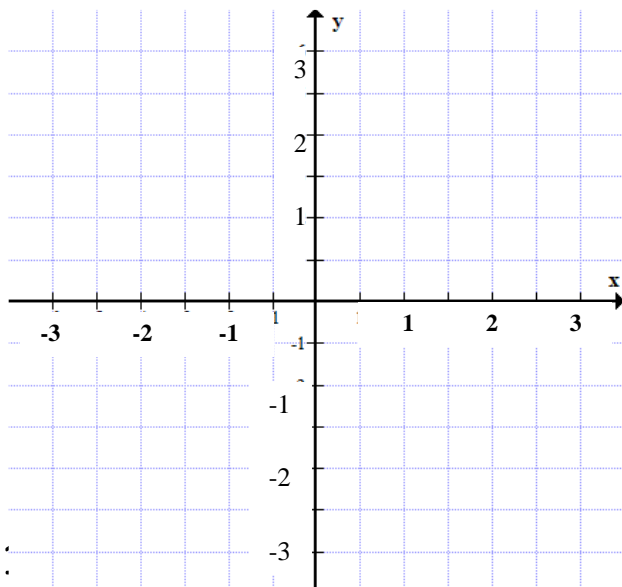
והשליליות של הפונקציה? **בנימק תעזר באלגברה!**

ד. נתון כי נקודה $(0.45, 0.65)$ היא נקודת מקסימום

ונקודה $(2.2, -2.1)$ היא נקודת מינימום.

האם ניתן לקבוע את תחומי העליה וירידה של הפונקציה? **נמק!**

ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



אלגברה



חובה לפתור את התרגילים המסומנים ב-

משוואות ממעלה שניה

- 1) $\frac{1}{x-3} + \frac{7}{x+3} = \frac{14}{x^2-9}$ $x = 4$
- 😊 2) $\frac{x+2}{4x^2-1} - \frac{4x-1}{2x+1} = \frac{x}{2x-1} - 1$ $x = 0, x = 1$
- 😊 3) $\frac{x+12}{2x^2-4x} - \frac{6}{x+2} = \frac{6}{x^2-4} - \frac{2}{x}$ $x = 4, x = -\frac{2}{7}$
- 4) $\frac{3}{2x-4} - \frac{3x}{x^2-4} + \frac{2x+1}{2x+4} = 0$ $x = 1, x = 2$
- 5) $\frac{1}{(x-5)^2} + \frac{x-3}{3(x-5)} = 5$ $x = 6, x = 4\frac{1}{7}$
- 😊 6) $\frac{1}{(x+3)^2} + \frac{5}{x-3} - \frac{x+2}{x^2-9}$ $x = -2, x = -45$
- 😊 7) $\frac{2x+1}{2x-3} + \frac{7x}{9-4x^2} = 1 + \frac{x-4}{2x+3}$ $x = 0, x = 6$
- 😊 8) $\frac{x+1}{6x-4} + \frac{x+4}{3x+2} = 4 - \frac{10}{9x^2-4}$ $x = 1, x = -\frac{38}{63}$
- 😊 9) $\frac{x-6}{x^2-25} - \frac{11}{x+5} = 1 + \frac{x}{15-3x}$ $x = 6, x = -18.5$
- 10) $\frac{x+1}{2x-3} - \frac{7}{2x+3} = \frac{5x+4}{4x^2-9}$ $x = 2, x = 5$
- 11) $5 - \frac{45}{4x^2-1} = \frac{3}{2x-1} - \frac{39}{2x+1}$ $x = 1, x = -4\frac{3}{5}$
- 😊 12) $\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{1}{2x-4} = \frac{3}{2}$ $x = 3, x = 1\frac{1}{3}$

במשוואות הבאות תיעזר/י בפירוק של תרינום ארוך על מנת למצוא מכנה משותף:

😊 13) $\frac{60}{2x^2 + x - 3} - \frac{60}{2x^2 - x - 6} = \frac{15}{2 - x}$

14) $\frac{24}{5x^2 + 14x - 3} - \frac{9}{5x^2 + 4x - 1} = \frac{3}{x^2 + 4x + 3}$

15) $\frac{x - 1}{2x - 3} - \frac{6x + 1}{2x^2 - x - 3} = \frac{x}{x + 1}$

😊 16) $\frac{4x - 3}{2x^2 - 3x + 1} - \frac{8}{4x^2 - 1} = \frac{6x - 5}{2x^2 - x - 1}$

17) $\frac{56}{x^2 + x - 2} + \frac{84}{2x^2 - 2x - 12} = \frac{10}{x - 3}$

18) $\frac{14}{2x^2 + 4x - 30} + \frac{9}{x^2 + 4x - 21} = \frac{-126}{x^2 + 12x + 35}$

😊 19) $\frac{x + 1}{3x - 2} + \frac{2x^2 - 1}{3x^2 - 5x + 2} = \frac{x}{x - 1}$

😊 20) $\frac{x + 4}{2x^2 + 3x - 2} - \frac{3}{2x - 1} = \frac{2}{x + 2}$

תשובות:

13	14	15	16	17	18	19	20	תרגיל'
1.5; -3	5	-2	1.5; 0	5	-3.8; 5	2	אף X	תשובה

פתרון משוואות ע"י פירוק לגורמים.

- 1) $x^2 - 5x = 0$ $x = 0, x = 5$
- 2) $6x^2 - 3x = 0$ $x = 0, x = \frac{1}{2}$
- 3) $(x - 4)(5 + x) = 0$ $x = 4, x = -5$
- 4) $8x^3 - 24x^2 = 0$ $x = 0, x = 3$
- 5) $4x^4 + 14x^3 = 0$ $x = 0, x = -3.5$
- 6) $(5 - x)(2 + x)(x - \frac{3}{4}) = 0$ $x = 5, x = -2, x = \frac{3}{4}$
- ☺ 7) $(15 - x)(x^2 - 4) = 0$ $x = 15, x = 2, x = -2$
- 8) $(9 - x^2)(x + 13) = 0$ $x = 3, x = -3, x = -13$
- ☺ 9) $x^7 - 4x^5 = 0$ $x = 0, x = 2, x = -2$
- ☺ 14) $x^4 + 6x^3 + 9x^2 = 0$ $x = 0, x = -3$
- 15) $x^5 + 8x^4 + 15x^3 = 0$ $x = -5, x = -3, x = 0$
- ☺ 16) $3x^4 + x^3 - 12x^2 - 4x = 0$ $x = 0, x = -\frac{1}{3}, x = \pm 2$
- ☺ 17) $x^4 + x^3 + x + 1 = 0^4$ $x = -1$
- 18) $(-2x^2 - 3x + 2)(x + 1) = 0$ $x = \frac{1}{2}, x = -1, x = -2$
- ☺ 19) $(x^2 - 2x - 8)(x^2 - 2x - 3) = 0$ $x = 3, -1, 2, -4$
- ☺ 20) $(x^2 + 5x)(-2x^2 + 6x - 5) = 0$ $x = 0, x = -5$

פתרון משוואות ע"י הצבה.

דוגמא 1: $(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3 = 0$

1. יש לשים לב כי בתרגיל זה קיים ביטוי החוזר על עצמו פעמיים. לכן, נבחר לסמן אותו ב- t .
 $x^2 - 2x = t$

2. נציב במשוואה ונקבל משוואה חדשה עם נעלם t :

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

3. ניתן לפתור את המשוואה בעזרת פירוק של תרינום לגורמים:

$$(t - 3)(t + 1) = 0$$

$$t = 3 \quad t = -1$$

4. נציב את ערך ה- t בביטוי של שלב 1:

$$x^2 - 2x = 3$$

או

$$x^2 - 2x = -1$$

5. נפתור כל אחד מהמשוואות:

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$(x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = 3 \quad x = -1$$

$$x = 1$$

דוגמא 2: $(x^2 + x)(x^2 + x + 10) = 24$

6. יש לשים לב כי בתרגיל זה קיים ביטוי החוזר על עצמו פעמיים. לכן, נבחר לסמן אותו ב- t .
 $x^2 + x = t$

7. נציב במשוואה ונקבל משוואה חדשה עם נעלם t :

$$t(t + 10) = 24$$

8. נפתח סוגריים ונפתור את המשוואה בעזרת פירוק של תרינום לגורמים:

$$t^2 + 10t - 24 = 0$$

$$(t + 12)(t - 2) = 0$$

$$t = -12 \quad t = 2$$

9. נציב את ערך ה- t בביטוי של שלב 1:

$$x^2 + x = 12$$

או

$$x^2 + x = 2$$

10. נפתור כל אחד מהמשוואות:

$$x^2 + x + 12 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-47}}{2}$$

$$(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$x = -2 \quad x = 1$$

אין פתרון

במידה ולא ניתן לפרק תרינום, ניעזר בנוסחת השורשים:

1. $(x^2 - 7x)^2 = 8(x^2 - 7x)$
- ☺ 2. $(2x^2 - x - 1)^2 = -2x^2 + x + 1$
3. $(x^2 - 4x)(x^2 - 4x) = 25$
- ☺ 4. $(x^2 - 3x + 5)(x^2 - 3x + 5) = 9$
5. $(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12 = 0$
6. $(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3 = 0$
- ☺ 7. $(x^2 + 3x)^2 - 14(x^2 + 3x) + 40 = 0$
8. $(2x^2 - 5x)^2 - 2x^2 + 5x - 6 = 0$
9. $(x^2 + 2x - 1)^2 - 9(x^2 + 2x - 1) + 14 = 0$
10. $(x^2 - 6x + 3)^2 + 7(x^2 - 6x + 3) + 10 = 0$
- ☺ 11. $\left(x + \frac{6}{x}\right)^2 - 12\left(x + \frac{6}{x}\right) + 35 = 0$
- ☺ 12. $2\left(x + \frac{1}{x-1}\right)^2 - 3\left(x + \frac{1}{x-1}\right) - 9 = 0$
- ☺ 13. $2(x^2 - 3)^2 - 11(x^2 - 3) - 6 = 0$
- ☺ 14. $(x^2 - 2x)^2 + (x^2 - 2x) - 6 = 0$
15. $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 1) + 3 = 0$
16. $(x^2 + x)(x^2 + x + 10) = 24$
17. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 = 0$
18. $(x - 1)^2 - 5(x - 1) = -6$
19. $(2x^2 - 7x)^2 + 2x^2 - 7x = 20$
- ☺ 20. $\left(\frac{x^2+12}{x}\right)^2 + 15\left(\frac{x^2+12}{x}\right) + 56 = 0$

תשובות:

- 1) -1,8,7,0
- 2) -0.5,1,0.5,0
- 3) -1,5
- 4) 2,1
- 5) -2,3,-1,2
- 6) 3,-1,1
- 7) -5,2,-4,1
- 8) 0.5,2,-0.5,3
- 9) -4,2,-3,1
- 10) 5,1,4,2
- 11) 1,6,2,3
- 12) 2,0.5,-1
- 13) $\pm 3, \pm \sqrt{2.5}$
- 14) $1 \pm \sqrt{3}$
- 15) 1,-1,-2
- 16) 1,-2
- 17) 1
- 18) 3,4
- 19) -0.5,1,4,2.5
- 20) -6,-2,-4,-3

פתרון משוואות ע"י צימצום.
(פרק לגורמים את המונה ואת המכנה וצמצם את השבר)

	משוואה	תשובות
.1	$\frac{x^3 - 9x}{x - 3} = 10$	$x = -5, x = 2$
.2	$\frac{x^3 - 4x}{x + 2} = 3$	$x = -1, x = 3$
.3	$\frac{x^2 - 4}{x + 2} = x^2 - 14$	$x = -3, x = 4$

משוואות דו-ריבועיות. (להיעזר בהצבת t במקום x^2)

- | | | |
|------|----------------------------------|---|
| ☺ 1) | $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ | $x = \pm 3, x = \pm 2$ |
| 2) | $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$ | $x = \pm 2$ |
| 3) | $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$ | $x = \pm 3$ |
| 4) | $x^4 - 21x^2 + 80 = 0$ | $x = \pm 4, x = \pm \sqrt{5}$ |
| ☺ 6) | $3x^4 - 8x^2 + 5 = 0$ | $x = \pm 1, x = \pm \sqrt{\frac{5}{3}}$ |
| ☺ 7) | $x^2(x^2 - 9) + 5 = x^2 - 4$ | $x = \pm 1, x = \pm 3$ |
| ☺ 8) | $\frac{x^2+2}{x^2-2} = 2x^2 - 5$ | $x = \pm 1, x = \pm 5$ |

משוואות ממעלה שנייה ומעלה- סיכום.

בחר/י באחד מהשיטות המתאימות לפתרון המשוואה: פירוק לגורמים, צמצום, הצבת t .

משוואות	תשובות
1) $x^2 - 5x = 0$ ☺	$x = 0, x = 5$
2) $3x^4 - 8x^2 + 5 = 0$ ☺	$x = \pm 1, x = \pm \sqrt{\frac{5}{3}}$
3) $(\frac{x^2+12}{x})^2 - 15(\frac{x^2+12}{x}) + 56 = 0$ ☺	$x = 6, 2, 4, 3$
4) $(9 - x^2)(x + 13) = 0$	$x = 3, x = -3, x = -13$
5) $x^7 - 4x^5 = 0$	$x = 0, x = 2, x = -2$
6) $(t^2 - 2t)^2 - 11(t^2 - 2t) + 24 = 0$	$t = 3, -1, 4, -2$
7) $x^5 + 8x^4 + 15x^3 = 0$ ☺	$x = -5, x = -3, x = 0$
8) $\frac{x^2 - 4}{x + 2} = x^2 - 14$	$x = 4, -3$

9) $(x^2 - 2x - 8)(x^2 - 2x - 3) = 0$		$x = 3, -1, 2, -4$
10) $x^4 - 21x^2 + 80 = 0$		$x = \pm 4, x = \pm\sqrt{5}$
11) $(x + \frac{4}{x})^2 - (x + \frac{4}{x}) - 20 = 0$	☺	$x = -1, -4, 2$
12) $3x^4 + x^3 - 12x^2 - 4x = 0$	☺	$x = 0, x = -\frac{1}{3}, x = \pm 2$
13) $\frac{x^2 + 2}{x^2 - 2} = 2x^2 - 5$	☺	$x = \pm 1, x = \pm 5$
14) $(x^2 + x + 1)(x^2 + x - 3) + 3 = 0$	☺	$x = \pm 1, x = -2, 0$
15) $\frac{x^3 - 9x}{x - 3} = 10$		$x = -5, 2$
16) $x^4 + x^3 + x + 1 = 0^4$	☺	$x = -1$
17) $(x^2 + x)(x^2 + x + 10) = 24$		$x = 1, x = -2$
18) $(-2x^2 - 3x + 2)(x + 1) = 0$	☺	$x = \frac{1}{2}, x = -1, x = -2$
19) $\frac{x^3 - 4x}{x + 2} = 3$	☺	$x = -1, 3$
20) $x^2(x^2 - 9) + 5 = x^2 - 4$		$x = \pm 1, x = \pm 3$
21) $(2x^2 - 7x)^2 - 20 = 7x - 2x^2$	☺	$x = -\frac{1}{2}, 1, 4, 2\frac{1}{2}$
22) $2(x^2 - 3) - 11(x^2 - 3) = 6$		$x = \pm 3, x = \pm\sqrt{2.5}$
23) $(x - 1)^2 + 6 = 5(x - 1)$		$x = 3, x = 4$

שיטות שונות לפתרון מערכת משוואות

פיתרון בשיטת השוואת מקדמים. (חובה לפתור 1,2,3,6,7)

מס'	תרגיל	תשובה	מס'	תרגיל	תשובה
1	$\begin{cases} 3x - 4y = 32 \\ 3x + 7y = 10 \end{cases}$	(8, -2)	6	$\begin{cases} 7x - 5y = 2 \\ -10x + 9y = 12 \end{cases}$	(6, 8)
2	$\begin{cases} -4x - 3y = 10 \\ 2x - y = -20 \end{cases}$	(-7, 6)	7	$\begin{cases} 5x + 7y = -12 \\ -4y + 9x = -5 \end{cases}$	(-1, -1)
3	$\begin{cases} 7x - 2y = 13 \\ -3x + 4y = 7 \end{cases}$	(3, 4)	8	$\begin{cases} 7x - 9y = 10 \\ 11x - 12y = 20 \end{cases}$	(4, 2)
4	$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 5x - 2y = 3 \end{cases}$	(1, 1)	9	$\begin{cases} 2x - 7y = 12 \\ 9x - 5y = 1 \end{cases}$	(-1, -2)
5	$\begin{cases} 5x + 4y = -8 \\ 5y + 9x = 1 \end{cases}$	(4, -7)	10	$\begin{cases} 4x + 3y = -1 \\ 9x + 5y = 3 \end{cases}$	(2, -3)

פתרון מערכת משוואות (כולל מציאת מ"מ בתהליך הפישוט) - חובה לפתור תר' 5-10

מס'	תרגיל	תשובה	מס'	תרגיל	תשובה
1	$\begin{cases} \frac{x + 3y}{7} = \frac{2y - x}{8} \\ \frac{x + 2}{6} = \frac{3 - y}{-5} \end{cases}$	(-2, 3)	6	$\begin{cases} \frac{3x + y}{6} - \frac{2x - 4}{5} = 1 \\ \frac{x - 1}{3} - \frac{y + 9}{-2} = -(y - 2) \end{cases}$	(7, -3)
2	$\begin{cases} \frac{2 + y}{4} - \frac{x - 8}{8} = 0 \\ \frac{x + y + 3}{3} + \frac{2x + y}{-4} = 0 \end{cases}$	(4, -4)	7	$\begin{cases} \frac{3y}{5} - \frac{4x + 1}{3} = 5 - y \\ \frac{3y - 7}{4} = \frac{3x + 4}{5} \end{cases}$	(2, 5)
3	$\begin{cases} \frac{3 + y}{5} - \frac{x - 3}{10} = -1 \\ \frac{2x - y}{7} + \frac{8x + 3y}{21} = 2 \end{cases}$	(3, -8)	8	$\begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{5y + 8}{4} = 5 \\ \frac{2x + 1}{7} = y - \frac{4y + 1}{3} \end{cases}$	(3, -4)
4	$\begin{cases} \frac{x - 3y}{4} - \frac{x - y}{5} = -y \\ \frac{x + y}{8} - \frac{x - 3y}{6} = -1 \end{cases}$	(9, -1)	9	$\begin{cases} \frac{2(x - 3)}{7} + \frac{y - 2}{4} = \frac{4x - 5}{14} \\ 3(2y - x) - 2y + 14 = 0 \end{cases}$	(10, 4)
5	$\begin{cases} \frac{y - x}{4} - \frac{y - 1}{3} = x + 1 \\ \frac{3 + y}{5} + \frac{y - 3x}{2} = y \end{cases}$	(-1, 7)	10	$\begin{cases} \frac{(y - x)2}{3} - \frac{3(y + 3)}{4} = -4 \\ 3(x + 2y) - 7y = 1 \end{cases}$	(2, 5)

אי שוויונים.

שלבי עבודה:

1. לאפס אגף הימני של אי שוויון
 2. מצא נקודות אפס של הביטוי באגף שמאלי (ע"י פירוק לגורמים או פתרון משוואה)
 3. סמן את נקודות האפס על ציר המספרים לפי הסדר.
 4. אם סימן של אי שוויון הוא \leq או \geq סמן נקודות אפס בנקודה מלאה, אם לא – אז בנקודה ריקה.
 5. בדוק סימן של הביטוי ע"י הצבת מספר כל שהו מהתחום הנבדק
 6. בחר את התחומים בהם התקבל סימן שמתאים לסימן של אי שוויון. ורשום את התוצאה.
- ❖ באי שוויון רציאונלי צריך לסמן על הציר גם נקודות אפס של המכנה ותמיד בנקודה ריקה.

דוגמא 1

$$x^3 - 8x^2 + 15x \geq 0$$

1. נפרק לגורמים את האגף השמאלי:

$$x(x^2 - 8x + 15) \geq 0$$

$$x(x - 3)(x - 5) \geq 0$$

נקודות אפס הן:

$$x = 0 \quad x = 3 \quad x = 5$$

2. נסמן אתן על ציר המספרים בנקודה מלא כי :

3. נבדוק סימן של הביטוי ע"י הצבת מספר מכל תחום:

• עבור $x < 0$ נציב (-1):

$$(-)(-)(-) = -$$

• עבור $0 < x < 3$ נציב 1:

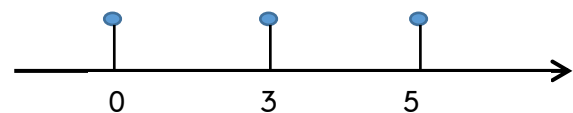
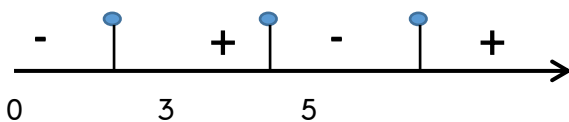
$$(+)(-)(-) = +$$

• עבור $3 < x < 5$ נציב 4:

$$(+) (+)(-) = -$$

• עבור $x > 5$ נציב 6:

$$(+) (+)(+) = +$$



4. תחומים המתאימים לסימן של אי שוויון

הם אלה שבהם התקבל +.

לכן, הפתרונות הם:

$$0 \leq x \leq 3, \quad x \geq 5$$



**תרגילים – בעמ' 26-27 חובה לפתור את כל התרגילים האי זוגיים.
אי שוויונים ריבועים:**

מס'	תרגיל	תשובה	מס'	תרגיל	תשובה
1	$x^2 - 2x - 15 < 0$	$-3 < x < 5$	11	$4x^2 - 20x + 25 < 0$	X אף
2	$x^2 - 6x + 5 > 0$	$x < 1 \quad x > 5$	12	$x^2 - 20x + 100 \leq 0$	X=10
3	$-x^2 - x + 20 \leq 0$	$x \leq -5 \quad x \geq 4$	13	$x^2 + 4x + 3 \leq 0$	$-3 \leq x \leq -1$
4	$x^2 - 4x \geq 0$	$x \leq 0 \quad x \geq 4$	14	$-x^2 + 10x - 21 > 0$	$3 < x < 7$
5	$3x^2 - 48 > 0$	$x < -4 \quad x > 4$	15	$-3x^2 + 7x + 10 < 0$	$x < -1 \quad x > 3\frac{1}{3}$
6	$x^2 - 4x + 4 > 0$	$x \neq 2$	16	$6 - x - 7x^2 \geq 0$	$-1 \leq x \leq \frac{6}{7}$
7	$x^2 + 8x + 16 \geq 0$	כל X	17	$-x^2 + 10x - 25 < 0$	$x \neq 5$
8	$2x^2 + 18 \leq 0$	אף X	18	$2x^2 + 8x - 25 \leq 3x^2 + 14x$	$x \leq -5 \quad x \geq -1$
9	$-x^2 - 5 < 0$	כל X	19	$(x + 4)(x + 7) < 70$	$-14 < x < 3$
10	$x^2 + 20x + 100 < 10x + 79$	$-7 < x < -3$	20	$(4x - 1)(x - 3) > (2x - 5)(x + 1)$	$x < 1 \quad x > 4$

אי שוויונים ממעלה שלישית ומעלה:

מס'	תרגיל	תשובה	מס'	תרגיל	תשובה
1	$x^2 - 9x < 0$	$0 < x < 3, x < -3$	8	$(x^2 - 7x + 10)(x + 1) > 0$	$x > 5, -1 < x < 2$
2	$x^3 + 4x^2 + 3x < 0$	$-1 < x < 0, x < -3$	9	$(2x^2 - 5x + 2)(x - 2) \leq 0$	$x \leq 0.5, 2 \leq x \leq 7$
3	$x^3 - 8x^2 + 15x \geq 0$	$0 \leq x \leq 3, x \geq 5$	10	$(x^2 - 2x + 1)(x - 7) < 0$	$x \neq 1, x < 7$
4	$x^3 - 10x^2 + 25x > 0$	$x \neq 5 \quad x > 0$	11	$(x - 4)^2(1 - x) \geq 0$	$x = 4, x \leq 1$
5	$x^3 + 2x^2 + 4x > 0$	$x > 0$	12	$x^4 - 81 > 0$	$x < -3 \quad x > 3$
6	$x^4 - 4x^2 \geq 0$	$x = 0, x \leq -2, x \geq 2$	13	$2x^3 - 5x^2 - 3x \geq 0$	$-0.5 \leq x \leq 0, x \geq 3$
7	$x^4 - 8x < 0$	$0 < x < 2$	14	$(x - 4)^2(x - 2)(x - 7) < 0$	$2 < x < 7, x \neq 4$

**אי שוויונים רציונליים:
(חשב! אסור לבטל מכנה משותף!)**

מ ס'	תרגיל	תשובה	מ ס'	תרגיל	תשובה
1	$\frac{4x-7}{5x+9} \geq 0$	$x \geq 1.75, x < -1.8$	10	$\frac{6x-x^2-11}{x-8} \leq 0$	$x > 8$
2	$\frac{x-6}{4(x+2)} \geq 0$	$x \geq 6, x < -2$	11	$\frac{x-2}{(x-3)^2} \leq 0$	$x \leq 2$
3	$\frac{x^2-7x+10}{x+1} > 0$	$x > 5, -1 < x < 2$	12	$\frac{x^2-2x+1}{x-7} < 0$	$x < 7, x \neq 1$
4	$\frac{x(x+6)}{x-4} > 0$	$x > 4, -6 < x < 0$	13	$\frac{1-x^2}{25-10x+x^2} < 0$	$x < -1, x > 1, x \neq 5$
5	$\frac{1-x}{x^2-x-6} \leq 0$	$x > 3, -2 < x \leq 1$	14	$\frac{x^2-15x+36}{x^2-x-6} \leq 0$	$x \neq 3, -2 < x \leq 12$
6	$\frac{8}{x^2-6x+8} < 0$	$2 < x < 4$	15	$\frac{x^2-10x+21}{x^2-4x+7} < 0$	$3 < x < 7$
7	$\frac{x^2-8x+12}{25-x^2} \leq 0$	$x < -5, 2 \leq x < 5,$ $x \geq 6$	16	$\frac{x^2-3x-40}{x^2-2x-8} \leq 0$	$-5 \leq x < 2$ $4 < x \leq 8$
8	$\frac{x^2-6x+5}{x^2-11x+24} > 0$	$x < 1, 3 < x < 5,$ $x > 8$	17	$\frac{x^2-4x+3}{x^2-12x+35} > 0$	$x < 1, 3 < x < 5,$ $x > 7$
9	$\frac{(x+1)(8-x)}{(2-x)(5-x)} \geq 0$	$5 < x \leq 8,$ $-1 \leq x < 2$	18	$\frac{-14x^2+49x}{3x^2-11x-60} \leq 0$	$-3.5 \leq x < 6\frac{2}{3}$ $-3 < x \leq 0$

שברים אלגבריים

(רק עבור תלמידים המעוניינים להמשיך ב-5 יח.)

נושא ללמידה עצמית. מבוסס על נושא "פירוק לגורמים"

הגדרה: שבר שהמונה והמכנה שלו הם תבניות מספר נקרא שבר אלגברי. למשל:

$$\frac{7y-y^3c}{c^2+3y} \cdot \frac{x+3}{2x}, \quad \frac{5-a^3}{7a+4}$$

צימצום שברים אלגבריים . (כמו צמצום שברים פשוטים) שליבי עבודה:

1. פרק את המונה וגם את המכנה (אם ניתן) לגורמים בדרך המתאימה.
2. צמצם את השבר בגורם המשותף שמופיע גם במונה וגם במכנה.
3. רשום את התוצאה.

שימו לב! כל עוד מונה ומכנה לא מפורקים לגורמים – לא ניתן לבצע צמצום!

דוגמא 1: נתון שבר אלגברי: $\frac{6m^2-2m}{36m^2-4}$
1. נפרק לגורמים את המונה ואת המכנה:

במונה ניתן להוציא ג"מ $2m$ ואז במונה נקבל: $2m(3m-1)$

ובמכנה ניתן קודם להוציא ג"מ 4 $4(9m^2-1)$

ואז לפרק לפי הפרש ריבועים $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$$4(9m^2 - 1) = 4(3m - 1)(3m + 1)$$

2. נרשום כל הפירוקים בתוך השבר הנתון :

$$\frac{6m^2-2m}{36m^2-4} = \frac{2m(3m-1)}{4(9m^2-1)} = \frac{2m(3m-1)}{4(3m-1)(3m+1)}$$

3. ניתן לראות שגם במונה וגם במכנה מופיע אותו גורם $(3m-1)$ לכן, מותר לנו לצמצם את השבר בגורם זה.

$$\frac{6m^2-2m}{36m^2-4} = \frac{2m(3m-1)}{4(9m^2-1)} = \frac{2m(3m-1)}{4(3m-1)(3m+1)} = \frac{2m}{4(3m+1)}$$

דוגמא 2: $\frac{a^2-5a+6}{2a^3-8a}$

1. נפרק לגורמים את המונה ואת המכנה:

המונה ניתן לפרק כתרינום: $a^2 - 5a + 6 = (a - 2)(a + 3)$ ובמכנה קודם להוציא ג"מ $2a$

$$\frac{a^2 - 5a + 6}{2a^3 - 8a} = \frac{(a - 2)(a + 3)}{2a(a^2 - 4)}$$

ואז נמשיך לפרק את המכנה לפי הפרש ריבועים: $a^2 - 4 = (a - 2)(a + 2)$

2. רואים כי גם במונה וגם במכנה מופיע גורם משותף $(a-2)$, לכן, נצמצם בו:

$$\frac{a^2 - 5a + 6}{2a^3 - 8a} = \frac{(a-2)(a+3)}{2a(a^2-4)} = \frac{(a-2)(a+3)}{2a(a-2)(a+2)} = \frac{a+3}{2a(a+2)}$$

צמצם שברים אלגבריים. (מומלץ להיעזר בשלבי עבודה ודוגמאות)

1. $\frac{2xy+2}{3x^2}$

2. $\frac{3x^2y+6x^3}{3x^2}$

3. $\frac{m^3+m^2}{m+1}$

4. $\frac{xy + xc}{x^2}$

5. $\frac{3m^2-3my}{m-y}$

6. $\frac{12a^2b+6ab^2}{2a+b}$

7. $\frac{m^3-m}{m}$

8. $\frac{2x-2y}{2}$

9. $\frac{6a^3-6ab^3}{a^3-b^3}$

10. $\frac{d^3c^3+d^2c^2+dc}{5dc^2}$

11. $\frac{4x^2-4}{x^2+2x-3}$

12. $\frac{x^2+2x-15}{x^2+6x+5}$

13. $\frac{ax+ac+bx+bc}{2a+2b}$

14. $\frac{a^3-2a^2-15a}{2a^2-18}$

15. $\frac{100-49b^2}{10+7b}$

16. $\frac{25b^2-1}{(5b-1)(5b+1)}$

17. $\frac{a^5-ac^2}{5a^2-5c}$

18. $\frac{x^2-6x+9}{(x-3)^2}$

19. $\frac{x^2+5x+6}{(x+3)^2}$

20. $\frac{2a^3-24a^2+72a}{a^3-36a}$

1	$xy + 1$	11	$\frac{4(x+1)}{x+3}$
2	$y + 2x$	12	$\frac{x-3}{x+1}$
3	m^2	13	$\frac{x+c}{2}$
4	$\frac{y+c}{x}$	14	$\frac{a(a-5)}{2(a-3)}$
5	$3m$	15	$10 - 7b$
6	$6ab$	16	1
7	$m^2 - 1$	17	$\frac{a^2+c}{5}$
8	$x - y$	18	1
9	$6a$	19	$\frac{x+2}{x+3}$
10	$\frac{d^2c^2 + dc + 1}{5c}$	20	$\frac{2(a-6)}{a+6}$

תשובות:

כפל שברים אלגבריים.

שלבי עבודה:

1. פרק כל מונה וכל מכנה לגורמים (אם ניתן) בדרך המתאימה.
2. צמצם את השברים בגורם המשותף שמופיע גם במונה וגם במכנה של אחד מהשברים. (ניתן לצמצם גם באלכסון)
3. כפול את הגורמים שנשארו לאחר הצימצום במונה - המכפלה תהיה המונה של התוצאה
4. כפול את הגורמים שנשארו לאחר הצימצום במכנה - המכפלה תהיה המכנה של התוצאה.

דוגמה 1:

בשבר הראשון לא ניתן לבצע פירוקים
בשבר השני: מונה נפרק לפי תרינום
ובמכנה נוציא גורם משותף 2

$$\frac{2m+c}{m-2} \cdot \frac{m^2+5m-14}{4m+2c} =$$

$$\frac{(2m+c)}{(m-2)} \cdot \frac{(m+7)(m-2)}{2(2m+c)} =$$

ניתן לצמצם את המכפלה בגורמים המשותפים שמופיעים גם במונה וגם במכנה: $(2m+c)$
 $-(m-2)$

$$= \frac{\cancel{(2m+c)} \cdot (m+7)\cancel{(m-2)}}{\cancel{(m-2)} \cdot 2\cancel{(2m+c)}}$$

לאחר הצימצום, נכפיל את הגורמים שנותרו במונה ואת הגורמים שנותרו במכנה:

$$\frac{1 \cdot (m+7) \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{m+7}{2}$$

דוגמה 2:

$$\frac{a^2-16}{a^2+2a+1} \cdot \frac{a^2-1}{3a-12} = \frac{(a-4)(a+4)}{(a+1)(a+1)} \cdot \frac{(a-1)(a+1)}{3(a-4)} = \frac{(a+4)(a-1)}{3(a+1)}$$

כפול את השברים הבאים: (נא להיעזר בשלבי עבודה ובדוגמאות)

1) $\frac{x+y}{x^2-2x+1} \cdot \frac{3x-3}{4x+4y}$

2) $\frac{2a+b}{a-2} \cdot \frac{a^2+5a-14}{4a+2b}$

3) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{x-3}$

4) $\frac{a^2+ab}{a-b} \cdot \frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$

5) $\frac{x^2+x-2}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{3x+6}$

6) $\frac{4c^4-9}{a^2+20a+19} \cdot \frac{2a+38}{2c^2-3}$

7) $\frac{x^2y^2-1}{5x-10} \cdot \frac{x^2+x-6}{2x^2y^2+2xy}$

8) $\frac{a^2-4a+4}{36-k^6} \cdot \frac{(6-k^3)^2}{a^2-2a}$

9) $\frac{m^2-n^2}{m^2+20m+19} \cdot \frac{5m^2+5m}{(m+n)^2}$

10) $\frac{x^2+x-2}{x^2-81} \cdot \frac{2x+18}{x^2-6x+5}$

11) $\frac{a^2+2a+1}{b^2-16} \cdot \frac{3b-12}{a^2-1}$

12) $\frac{a^2m^2-3am^2}{8ac^2-12a^2c} \cdot \frac{6c-9a}{a^2-9}$

$$13) \frac{2x^3-8x}{5a+5b} \cdot \frac{ab+2a+b^2+2b}{2x+4} \quad 14) \frac{6a^2b+6ab^2}{x^2-2x-8} \cdot \frac{x+2}{3a+3b}$$

תשובות :

1	$\frac{3}{4(x-1)}$	8	$\frac{(a-2)(6-k^3)}{a(6+k^3)}$
2	$\frac{a+7}{2}$	9	$\frac{5(m-n)}{(m+19)(m+n)}$
3	$\frac{x-2}{x-1}$	10	$\frac{2(x+2)}{(x-9)(x-5)}$
4	a	11	$\frac{3(a+1)}{(b+4)(a-1)}$
5	$\frac{(x-1)(x+2)}{3}$	12	$\frac{3m^2}{4(a+3)}$
6	$\frac{2(2c^2+3)}{a+1}$	13	$\frac{(x-2)(b+2)}{5}$
7	$\frac{(xy-1)(x+3)}{10xy}$	14	$\frac{ab}{3(x-4)}$

חילוק שברים אלגבריים.

שלבי עבודה:

- על מנת לחלק שבר בשבר הפוך את החילוק לכפל ואת השבר השני להופכי לו. (כמו בחילוק של שברים פשוטים)
- חזור על שלבי עבודה של כפל שברים אלגבריים.

למשל:

$$\frac{a-5}{a+3} : \frac{a^2-25}{3a+9} = \frac{a-5}{a+3} \cdot \frac{3a+9}{a^2-25} = \frac{(a-5)}{(a+3)} \cdot \frac{3(a+3)}{(a-5)(a+5)} = \frac{3}{a+5}$$

חלק את השברים הבאים: (נא להיעזר בשלבי עבודה ובדוגמאות).

$$1) \frac{m^2+2m+1}{3k+6} : \frac{m+1}{k^2-4}$$

$$2) \frac{3ab-7ac}{m+2} : \frac{5a}{m^2-4}$$

$$3) \frac{10a-4}{9x^2-1} : \frac{16-100a^2}{6x+2}$$

$$4) \frac{a^2-3a+10}{x^2-4} : \frac{a^2-25}{x^2-2x-8}$$

$$5) \frac{6x+12}{a^2-1} : \frac{x^2+5x+6}{a^2+3a+2}$$

$$6) \frac{5x+5}{a^2+2a+1} : \frac{x^3+20x^2+19x}{10a^3-10a}$$

$$7) \frac{x^2+4x+3}{x^2-1} : \frac{2x+6}{(x+1)^2}$$

$$8) \frac{k^2-7k+12}{x^2+5x+6} : \frac{k^2-4k+3}{x^2+4x+4}$$

$$9) \frac{m^2+2m-15}{c+b} : \frac{m^2-9}{4bc^2+4b^2c}$$

$$10) \frac{3x-3b}{x^2-4} : \frac{x^2-xb+2x-2b}{2x-4}$$

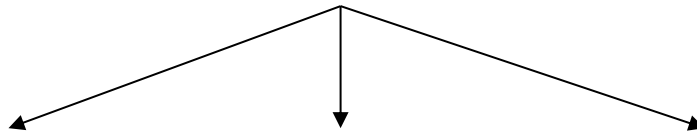
$$11) \frac{5a-20}{a^3-9a} : \frac{a^2-8a+16}{a^2-3a}$$

$$12) \frac{mx-my}{m^2(x^2-y^2)} : \frac{m}{mx+my+2x+2y}$$

תשובות :

1	$\frac{(m+1)(c-2)}{3}$	7	$\frac{(x+1)^2}{2(x-1)}$
2	$\frac{(3b-7c)(a-2)}{5}$	8	$\frac{(k-4)(x+2)}{(x+3)(k-1)}$
3	$-\frac{4}{(3x-1)(4+5a)}$	9	$\frac{4bc(m+5)}{m+3}$
4	$\frac{(a+2)(x-4)}{(x-2)(a+5)}$	10	$\frac{6}{(x+2)^2}$
5	$\frac{6(a+2)}{(a-1)(x+3)}$	11	$\frac{5}{(a+3)(a-4)}$
6	$\frac{50a(a-1)}{x(a+1)(x+19)}$	12	$\frac{m+2}{m^2}$

שברים אלגבריים.



חילוק של שברים	כפל של שברים	צמצום שברים
<p>להפוך חילוק לכפל ולבצע לפי שלבים של כפל: דוגמא: $\frac{2a-12}{6} \div \frac{a^2-6a}{4a} = \frac{2(a-6)}{6} \cdot \frac{4a}{a(a-6)} =$ $= \frac{2(a-6) \cdot 4a}{6a(a-6)} = \frac{4}{3}$</p>	<p>4. לפרק לגורמים גם מכנה וגם מונה. 5. לצמצם בגורם המשותף שמופיע אחד במונה והשני במכנה (אפשר של שברים שונים) 6. להכפיל את הגורמים שנארו לאחר הצמצום : מונה במונה ומכנה במכנה דוגמא: $\frac{a+2}{a+3} \cdot \frac{3a+9}{a^2-4} = \frac{a+2}{a+3} \cdot \frac{3(a+3)}{(a+2)(a-2)} =$ $= \frac{(a+2) \cdot 3 \cdot (a+3)}{(a+3)(a+2)(a-2)} = \frac{3}{a-2}$</p>	<p>1. לפרק לגורמים את המכנה וגם את המונה. 2. לצמצם בגורם המשותף שמופיע אחד במונה והשני במכנה 3. לרשום את הגורמים שנותרו. $\frac{m^2+2m-8}{m^2-16} = \frac{(m+4)(m-2)}{(m+4)(m-4)} = \frac{m-2}{m-4}$</p>

חיבור/חיסור שברים אלגבריים.

שלבי עבודה:

(מאוד מזכיר משוואות עם מציאת מכנה משותף, אך **המכנה המשותף לא מתבטל**)

1. פרק כל מכנה לגורמים (אם ניתן) בדרך המתאימה.
2. בחר מכנה משותף לכל השברים
(מכנה שכולל כל גורם הנמצא בפירוק שעשית, פעם אחד בחזקתו הגבוהה)
3. בחר כופל נוסף לכל מונה (הגורם שחסר במכנה קודם לאומת המכנה החדש)
4. כפול את המונים בכופל נוסף שבחרת - רשום את הכפל בעזרת הסוגריים -
ומתחת לקו שבר אחד רשום את המכנה המשותף שבחרת.
5. פשט את המונה0פתח סוגריים, חבר איברים דומים), העתק שוב את קו השבר ואת המכנה
6. בדוק אפשרות לצמצם את התשובה (לפרק את המונה ואת המכנה לגורמים).

דוגמה 1:

<p>1. פרק כל מכנה לגורמים (אם ניתן) בדרך המתאימה.</p> <p>2. בחר מכנה משותף לכל השברים (מכנה שכולל כל גורם הנמצא בפירוק שעשית, פעם אחד בחזקתו הגבוהה)</p> <p>3. בחר כופל נוסף לכל מונה (הגורם שחסר במכנה קודם לאומת המכנה החדש)</p> <p>4. כפול את המונים בכופל נוסף שבחרת - רשום את הכפל בעזרת הסוגריים - ומתחת לקו שבר אחד רשום את המכנה המשותף שבחרת.</p> <p>5. פשט את המונה, העתק שוב את קו השבר ואת המכנה</p> <p>6. בדוק אפשרות לצמצם את התשובה.</p>	<p>→</p> <p>→</p> <p>→</p> <p>→</p> <p>→</p>	$\frac{a+3}{a-4} - \frac{a+5}{a-2} - \frac{14}{a^2-6a+8}$ $\frac{a+3}{a-4} - \frac{a+5}{a-2} - \frac{14}{(a-4)(a-2)} =$ $\frac{(a-2)(a+3) - (a-4)(a+5) - 14}{(a-4)(a-2)} =$ $\frac{a^2 + 3a - 2a - 6 - (a^2 + 5a - 4a - 20) - 14}{(a-4)(a-2)} =$ $\frac{a^2 + 3a - 2a - 6 - a^2 - 5a + 4a + 20 - 14}{(a-4)(a-2)} =$ $\frac{0}{(a-4)(a-2)} = 0$
---	--	--

דוגמה 1:

1. פרק כל מכנה לגורמים (אם ניתן) בדרך המתאימה.
2. בחר מכנה משותף לכל השברים (מכנה שכולל כל גורם הנמצא בפירוק שעשית, פעם אחד בחזקתו הגבוהה)
3. בחר כופל נוסף לכל מונה (הגורם שחסר במכנה קודם לאומת המכנה החדש)
4. כפול את המונים בכופל נוסף שבחרת - רשום את הכפל בעזרת הסוגריים - ומתחת לקו שבר אחד רשום את המכנה המשותף שבחרת.
5. פשט את המונה, העתק שוב את קו השבר ואת המכנה
6. בדוק אפשרות לצמצם את התשובה.

$$\frac{1}{a^2+5a} - \frac{2}{a^2-25} - \frac{1}{15-3a} =$$

$$\frac{1}{a(a+5)} - \frac{2}{(a-5)(a+5)} - \frac{1}{3(5-a)} =$$

$$\frac{3(a-5)/1}{a(a+5)} - \frac{3a/2}{(a-5)(a+5)} - \frac{-a(a+5)/1}{3(5-a)} =$$

$$\frac{3(a-5) - 6a + a(a+5)}{3a(a-5)(a+5)} =$$

$$\frac{3a - 15 - 6a + a^2 + 5a}{3a(a-5)(a+5)} =$$

$$\frac{a^2 + 2a - 15}{3a(a-5)(a+5)} =$$

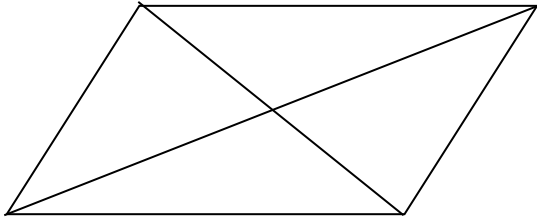
$$\frac{(a+5)(a-3)}{3a(a-5)(a+5)} = \frac{(a-3)}{3a(a-5)}$$

פשט : (היעזר גם בפירוק לגורמים של תלת איבר ריבועי)

$\frac{a+2}{2} \cdot \frac{a+6}{a-7} \cdot \frac{a-3}{a+4}$ (287)	$\frac{a-4}{a} \cdot \frac{a-3}{a+4}$ (288)	$\frac{1}{a^2-a} - \frac{4-a}{3a-3}$ (281)	$\frac{a^2-a}{2a+2} + \frac{2a+1}{a+1}$ (280)	$\frac{4-5a}{a^2-a} + \frac{a}{a-1}$ (279)
$\frac{2}{(a-2)(a+2)} \cdot \frac{a-3}{3a(a-5)}$ (291)	$\frac{a-4}{3(a+2)}$ (285)	$\frac{a-11}{a^2-9} - \frac{4}{3a-a^2}$ (284)	$\frac{a+3}{a+1} - \frac{4a}{a^2-1}$ (283)	$\frac{a+2}{2a+8} - \frac{4}{a^2+4a}$ (282)
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (304)	$\frac{a-3}{3(a+2)}$ (290)	$\frac{6(1-2a)}{a^2-8a+7} - \frac{a}{a-1}$ (287)	$\frac{a}{a-3} + \frac{9-10a}{a^2+a-12}$ (286)	$\frac{a+4}{6-3a} - \frac{4a}{4-a^2}$ (285)
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (302)	$\frac{a-4}{(a-4)^2(a-3)}$ (299)	$\frac{2a}{a^2-5a+6} + \frac{a-1}{a^2-4}$ (289)	$\frac{a-6}{a^2-12a+20} - \frac{a-4}{a^2-8a-20}$ (291)	$\frac{3a}{a^2-3a+2} - \frac{2(a-4)}{a^2-1}$ (288)
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (301)	$\frac{a-4}{(a+2)(a-2)(a-3)}$ (298)	$\frac{a^2-6}{3a-a^2} + \frac{1}{a} - \frac{1}{3-a}$ (293)	$\frac{a^2-6}{a^2-12a+20} - \frac{a-4}{a^2-8a-20}$ (291)	$\frac{a-1}{a^2-8a+16} - \frac{a}{a^2-7a+12}$ (290)
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (300)	$\frac{a-4}{(a+2)(a-2)(a-3)}$ (297)	$\frac{a}{a-3} + \frac{a+1}{a+5} - \frac{a^2+7}{a^2+2a-15}$ (295)	$\frac{a^2-6}{3a-a^2} + \frac{1}{a} - \frac{1}{3-a}$ (293)	$\frac{3}{a-2} + \frac{2}{a+2} + \frac{a^2+4}{a^2-4}$ (292)
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (299)	$\frac{a-4}{(a+2)(a-2)(a-3)}$ (296)	$\frac{1}{a^2+5a} - \frac{2}{a^2-25} - \frac{1}{15-3a}$ (297)	$\frac{a}{a-3} + \frac{a+1}{a+5} - \frac{a^2+7}{a^2+2a-15}$ (295)	$\frac{a}{a+4} - \frac{6}{a^2+5a+4} + \frac{2}{a+1}$ (294)
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (298)	$\frac{a-4}{(a+2)(a-2)(a-3)}$ (295)	$\frac{1}{a^2+a} - \frac{3}{a^2-a-2} + \frac{1}{3a-6}$ (299)	$\frac{a}{a-3} + \frac{a+1}{a+5} - \frac{a^2+7}{a^2+2a-15}$ (295)	$\frac{a+3}{a-4} - \frac{a+5}{a-2} - \frac{14}{a^2-6a+8}$ (296)
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (297)	$\frac{a-4}{(a+2)(a-2)(a-3)}$ (294)	$\frac{2a-1}{2a-3} - \frac{2(5-a)}{2a^2+a-6}$ (301)	$\frac{a}{a-3} + \frac{a+1}{a+5} - \frac{a^2+7}{a^2+2a-15}$ (295)	$\frac{3}{a^2-5a+4} - \frac{4}{a^2-4a} - \frac{1}{2a-2}$ (298)
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (296)	$\frac{a-4}{(a+2)(a-2)(a-3)}$ (293)	$\frac{a}{a+3} - \frac{1}{1-2a} + \frac{3a-5}{2a^2+5a-3}$ (303)	$\frac{a}{a-3} + \frac{a+1}{a+5} - \frac{a^2+7}{a^2+2a-15}$ (295)	$\frac{4(2a+3)}{9a^2-4} + \frac{a-5}{3a-2}$ (300)
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (295)	$\frac{a-4}{(a+2)(a-2)(a-3)}$ (292)		$\frac{a}{a-3} + \frac{a+1}{a+5} - \frac{a^2+7}{a^2+2a-15}$ (295)	$\frac{4a}{3a-2} - \frac{2}{a-1} + \frac{a+1}{3a^2-5a+2}$ (302)
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (294)	$\frac{a-4}{(a+2)(a-2)(a-3)}$ (291)		$\frac{a}{a-3} + \frac{a+1}{a+5} - \frac{a^2+7}{a^2+2a-15}$ (295)	
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (293)	$\frac{a-4}{(a+2)(a-2)(a-3)}$ (290)		$\frac{a}{a-3} + \frac{a+1}{a+5} - \frac{a^2+7}{a^2+2a-15}$ (295)	
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (292)	$\frac{a-4}{(a+2)(a-2)(a-3)}$ (289)		$\frac{a}{a-3} + \frac{a+1}{a+5} - \frac{a^2+7}{a^2+2a-15}$ (295)	
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (291)	$\frac{a-4}{(a+2)(a-2)(a-3)}$ (288)		$\frac{a}{a-3} + \frac{a+1}{a+5} - \frac{a^2+7}{a^2+2a-15}$ (295)	
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (290)	$\frac{a-4}{(a+2)(a-2)(a-3)}$ (287)		$\frac{a}{a-3} + \frac{a+1}{a+5} - \frac{a^2+7}{a^2+2a-15}$ (295)	
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (289)	$\frac{a-4}{(a+2)(a-2)(a-3)}$ (288)		$\frac{a}{a-3} + \frac{a+1}{a+5} - \frac{a^2+7}{a^2+2a-15}$ (295)	
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (288)	$\frac{a-4}{(a+2)(a-2)(a-3)}$ (289)		$\frac{a}{a-3} + \frac{a+1}{a+5} - \frac{a^2+7}{a^2+2a-15}$ (295)	
$\frac{a+2}{2a(a+1)} \cdot \frac{3a-2}{3a-2}$ (287)	$\frac{a-4}{(a+2)(a-2)(a-3)}$ (290)		$\frac{a}{a-3} + \frac{a+1}{a+5} - \frac{a^2+7}{a^2+2a-15}$ (295)	

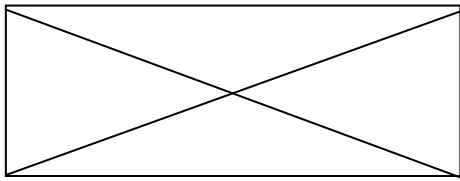
תכונות המרובעים

סיכום



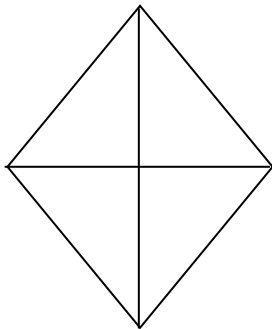
תכונות המקבילית:

- א) המקבילית היא מרובע שבו כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו (הגדרת המקבילית).
- ב) במקבילית כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.
- ג) במקבילית כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו.
- ד) במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.



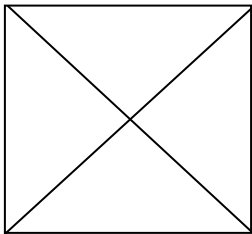
תכונות המלבן:

- ה) מלבן הוא מרובע שכל זוויותיו שוות (הגדרת המלבן).
 - ו) מלבן הוא מרובע ששלוש מזוויותיו הן ישרות.
 - ז) אלכסוני המלבן שווים זה לזה.
- המלבן הוא מקבילית ולכן יש לו את כל תכונות המקבילית (א-ד).



תכונות המעוין:

- ח) מעוין הוא מרובע שכל צלעותיו שוות (הגדרת המעוין).
 - ט) במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה.
 - י) האלכסונים במעוין חוצים את זוויות המעוין.
- המעוין הוא מקבילית ולכן יש לו את כל תכונות המקבילית (א-ד).



תכונות הריבוע:

- יא) ריבוע הוא מרובע שצלעותיו שוות וזוויותיו שוות.
- ריבוע הוא מקבילית שהיא גם מלבן וגם מעוין. לכן יש לריבוע את התכונות של המקבילית, של המלבן ושל המעוין, כלומר התכונות א-ד, ה-ז, ח-ט.



משפטים הפוכים:

מרובע הוא מקבילית אם:

- (1) כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
- (2) כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.
- (3) כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו.
- (4) יש זוג של צלעות נגדיות שהן גם שוות וגם מקבילות.
- (5) האלכסונים חוצים זה את זה.

מרובע הוא מלבן אם הוא:

- (1) כל זוויותיו שוות.
- (2) מקבילית בעלת זווית ישרה.
- (3) מקבילית שאלכסוניה שווים.
- (4) מקבילית בעלת שתי זוויות סמוכות שוות.
- (5) מרובע שאלכסוניהו חוצים זה את זה ושווים זה לזה.

מרובע הוא מעוין אם הוא:

- (1) מרובע שכל צלעותיו שוות.
- (2) מקבילית בעלת שתי צלעות סמוכות שוות.
- (3) מקבילית שאלכסוניה מאונכים זה לזה.
- (4) מקבילית שהאלכסונים שלה הם גם חוצי הזווית שלה.
- (5) מרובע שאלכסוניהו חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה.

מרובע הוא ריבוע אם הוא:

- (1) מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו שוות.
- (2) מלבן שהוא גם מעוין.
- (3) מרובע שאלכסוניהו שווים זה לזה, חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה.

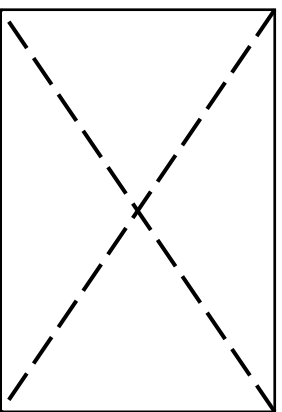
טרפז הוא:

מרובע שיש בו זוג אחד בלבד של צלעות מקבילות.

תרשימים מקביליות

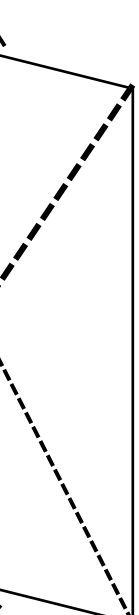
הגדרת המלבן:
 מקבילית בעלת זווית ישרה היא מלבן
תכונות מיוחדות:

- אלכסונים במלבן שווים זה לזה



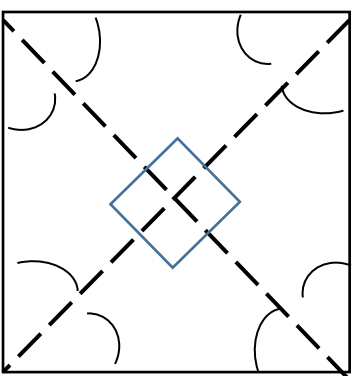
הגדרת הריבוע:
 מלבן בעל שתי צלעות סמוכות שוות

- מלבן בעל אלכסונים מאונכים
- מלבן שבו אלכסונים חוצים את זוויתיו



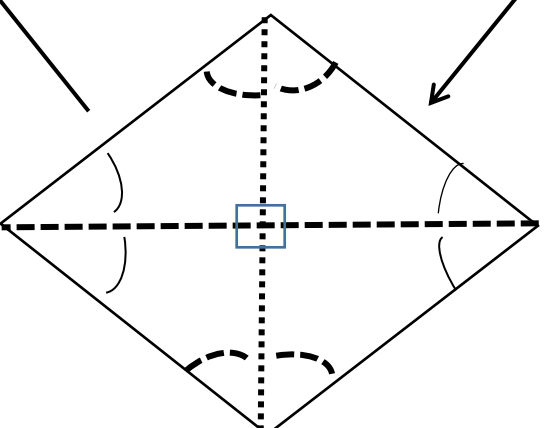
הגדרת מקבילית
 מרובע מעל שתי זוגות צלעות נגדיות מקבילות
תכונות של מקבילית:

- שתי זוגות של צלעות נגדיות שוות זו לזו
- שתי זוגות של זוויות נגדיות שוות זו לזו
- סכום זוויות סמוכות שווה 180 מעלות
- אלכסונים חוצים זה את זה



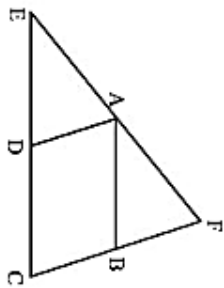
הגדרת המעוין:
 מקבילית בעלת זוג צלעות סמוכות שוות
תכונות מיוחדות:

- אלכסונים מאונכים זה לזה
- אלכסונים חוצים את זוויות המעוין

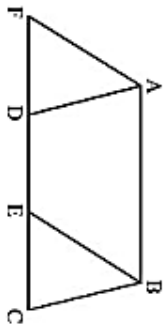


הגדרת הריבוע:
 מעוין בעל זווית ישרה

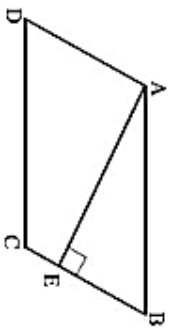
- מעוין בעל אלכסונים שווים



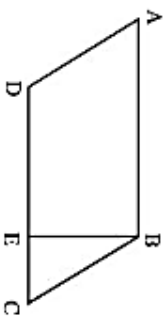
16. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 F-1 הן נקודות הנמצאות על המשקי
 הצלעות CD ו-1 CB. נתון: $AF = AB$.
 א. הוכח: $AE = DE$.
 ב. הוכח: AD חוצה את הזווית BAE.



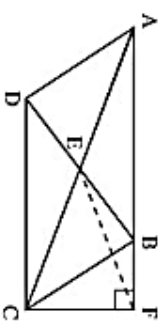
17. המרובעים ABCD ו-1 ABFE הם מקביליות.
 הוכח: $FD = CE$.



18. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 AE הוא הגובה לצלע BC.
 נתון: $\angle D = 60^\circ$.
 הוכח: $BE = \frac{1}{2} DC$.

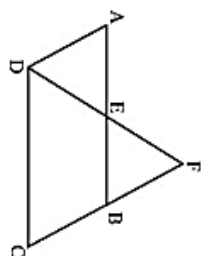


19. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 BE הוא גובה לצלע DC.
 נתון: $\angle ADC = 120^\circ$, $BC = 4$ ס"מ.
 חשב את אורך הקטע DE.
 תשובה: 6 ס"מ.

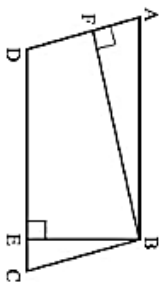


20. הנקודה E היא מפגש האלכסונים במקבילית ABCD. נקודה F על המשך הצלע AB.
 נתון: $CF \perp AF$.
 הוכח: $AE = FE$.

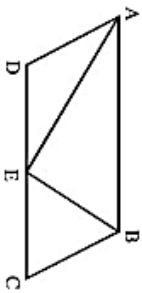
מספר התרגילים בפרק "גיאומטריה" הוא רב. ולכן, כל תלמיד יתרגל לפחות 50% מתוך אוסף התרגילים מעמ' 40-49.
 תלמידים המעוניינים להגיע ל-5 יח"ל מחוייבים לפתור את כל התרגילים עם *.
 זכרו! תרגול רב וחזרה - ישפרו את רמת המיומנויות בנושא.



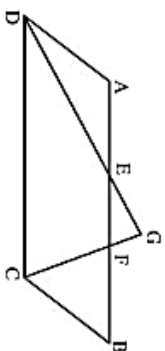
11. הנקודה E נמצאת על הצלע AB של מקבילית ABCD. המשך הקטע DE חותך את המשך הצלע BC בנקודה F.
 נתון: $BF = BC$.
 הוכח: $AE = \frac{1}{2} DC$.



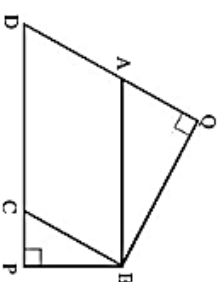
12. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 BE ו-1 BF הם גבהים במקבילית.
 א. הוכח: $\angle ABF = \angle EBC$.
 ב. הוכח: $\angle FBE = \angle C$.



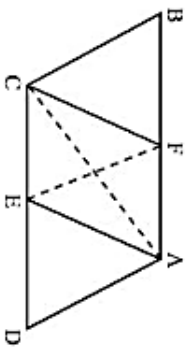
13. במקבילית ABCD הצלע AB ארוכה פי 2 מהצלע BC. הנקודה E נמצאת באמצע הצלע DC.
 א. הוכח: AE חוצה את הזווית BAD.
 ב. הוכח: $AE \perp BE$.



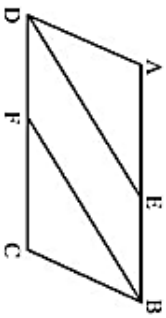
14. הנקודות E ו-1 F נמצאות על הצלע AB של מקבילית ABCD. המשכי הקטעים DE ו-1 CF נגשים בנקודה G.
 נתון: $AD = AE = BF$.
 הוכח: $DG \perp CG$.



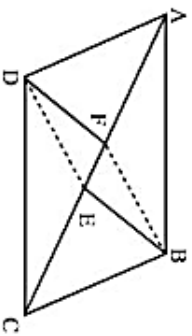
15. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 נתון: $BQ \perp DQ$, $BP \perp DP$.
 א. הוכח: $\angle BCD = \angle PBQ$.
 ב. נתון: $\angle ABC = 2\angle ABQ$.
 חשב את $\angle BAD$.
 תשובה: ב. 120° .



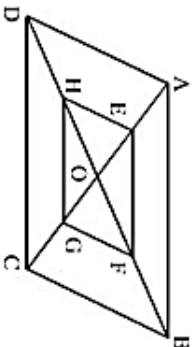
20. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 א. הוכח: $AE \parallel CF$.
 ב. הוכח: נקודת מפגש האלכסונים של המרובע AECF היא נקודת מפגש האלכסונים של המקבילית ABCD.



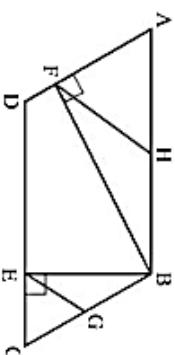
21. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הקטעים DE ו-FE חוצים את הזוויות ADC ו-CBA בהתאמה.
 הוכח: המרובע EBF D הוא מקבילית.



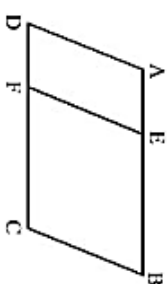
22. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הוכח: את הזווית ADC חוצה את הזווית ADC ו-FE חוצה את הזווית ADC בהתאמה.
 הוכח: המרובע BEFD הוא מקבילית.



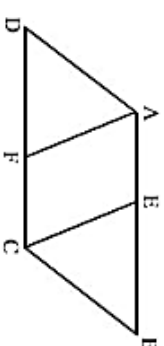
23. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הוכח: את הזווית ADC חוצה את הזווית ADC ו-FE חוצה את הזווית ADC בהתאמה.
 הוכח: המרובע BEFD הוא מקבילית.



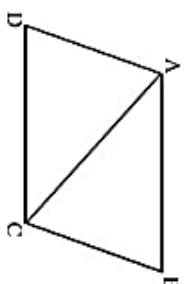
24. $BE \perp HC$ הם נגזרים במקבילית ABCD.
 הנקודות G ו-H הן אמצעי הצלעות BC ו-AB בהתאמה.
 הוכח: $\angle BGE = \angle BHF$.



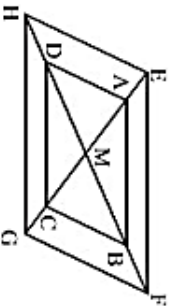
25. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-DC של מקבילית ABCD.
 נתון: $EF \parallel AD$.
 א. הוכח: המרובע ADFE הוא מקבילית.
 ב. הוכח: $BE = CF$.



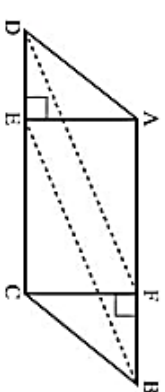
26. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-CD בהתאמה.
 נתון: $AF \parallel CE$.
 א. הוכח: המרובע AECF הוא מקבילית.
 ב. הוכח: $\angle DAF = \angle BCE$.



27. במרובע ABCD נתון: $\angle BAC = 35^\circ$, $\angle DAC = 70^\circ$, $\angle B = 75^\circ$.
 הוכח: המרובע ABCD הוא מקבילית.

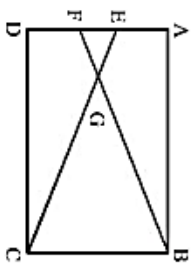


28. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה M.
 הנקודות E, F, G, H הן נמצאות על המשכי האלכסונים AC ו-BD.
 נתון: $AE = CG$, $BF = DH$.
 הוכח: המרובע EFGH הוא מקבילית.

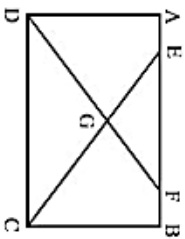


29. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 נתון: $CF \perp AE$ הם נגזרים במקבילית.
 א. הוכח: המרובע DEBF הוא מקבילית.
 ב. הוכח: $\triangle ADCF \cong \triangle BAE$.

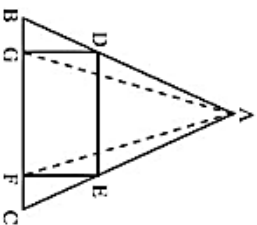
מלבן



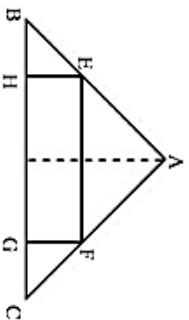
6. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע AD של מלבן ABCD. הקטעים CE ו-BF נפגשים בנקודה G. נתון: $CE = BF$.
 א. הוכח: $AE = DF$.
 ב. הוכח: $GE = GF$.



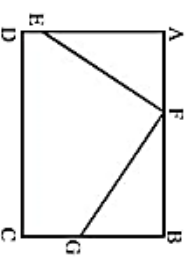
7. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע AB של מלבן ABCD. הקטעים CE ו-BF נפגשים בנקודה G. נתון: $AE = BF$.
 א. הוכח: $DG = CG$.
 ב. הוכח: מרחק הנקודה F מהקטע CE שווה למרחק הנקודה E מהקטע DF.



8. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$). המלבן DEFG חסום בתוך המשולש. הוכח: $AG = AF$.



9. המשולש ABC הוא שווה-זווית ושווה-שוקיים ($\angle BAC = 90^\circ$). המלבן EFGH שהיקפו 16 ס"מ חסום בתוך המשולש. אורך הגובה המורד מקדקוד A לצלע BC הוא 5 ס"מ.
 חשב את אורך הקטע EH.
 תשובה: 2 ס"מ.



10. הנקודות E ו-F ג-1 נמצאות על צלעות המלבן ABCD. נתון: $AF = BG$, $AE = BF$.
 א. הוכח: $\angle AFE = \angle BGF$.
 ב. הוכח: $EF \perp GF$.

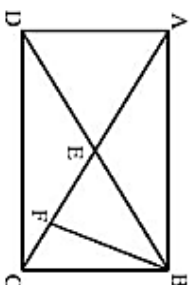


הגדרה: מרובע שכל זוויותיו ישירות נקרא מלבן.

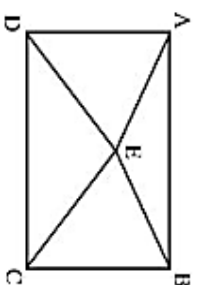
למשל, בציר מתואר מלבן ABCD (לכן מתקיים: $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$).

תכונות המלבן

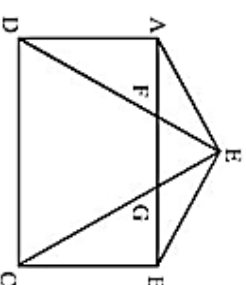
- (1) כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו ומקבילות זו לזו.
- (2) כל אחת מזוויות המלבן היא בת 90° .
- (3) האלכסונים חוצים זה את זה (שווים זה לזה).
- (4) אלכסוני המלבן יוצרים ארבעה משולשים שווים-שוקיים.



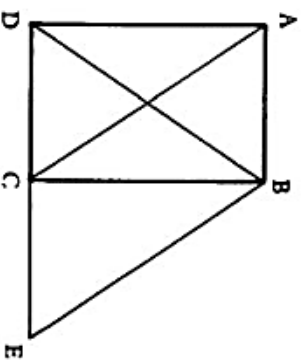
3. אלכסוני המלבן ABCD נפגשים בנקודה E. F היא נקודה על הקטע CE.
 נתון: $AB = AF$.
 הוכח: $\angle AED = 4\angle FBC$.



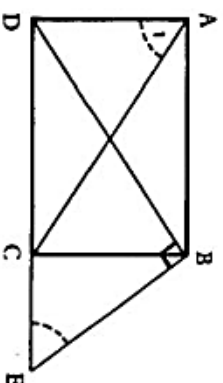
4. הנקודה E נמצאת בתוך מלבן ABCD. נתון: $DE = CE$.
 א. הוכח: $AE = BE$.
 ב. נתון: $\angle BCE = 55^\circ$, $\angle AEB = 130^\circ$. חשב את הזווית BEC.
 תשובה: ב. 60° .



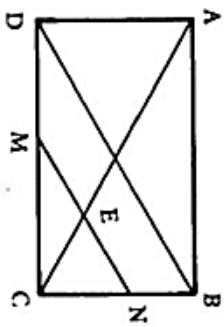
5. המרובע ABCD הוא מלבן. הנקודה E נמצאת מחוץ למלבן כך ש- $AE = BE$.
 א. הוכח: $DE = CE$.
 ב. הוכח: $EF = EG$.



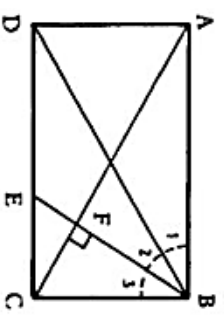
- 14) המרובע ABCD הוא מלבן.
נתון: BE מקביל ל-AC.
הוכח: א. $\triangle ABC \cong \triangle BEC$ מקבילית.
ב. המשולש BDE הוא שווה שוקיים.



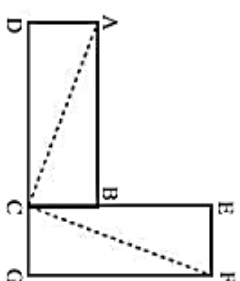
- 15) המרובע ABCD הוא מלבן.
נתון: BE מאונך ל-BD.
א. הוכח: $\angle A_1 = \angle E$.
ב. האם המשולשים DBE ו-ADC הופפים? נמק.



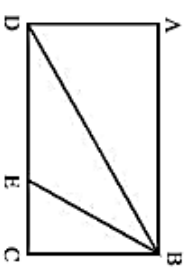
- 16) הקטע AM מקביל לאלכטון BD במלבן ABCD.
הוכח: א. $AE + EN = BD$.
ב. $ME = EN$.



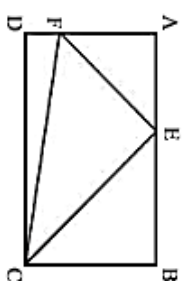
- 17) במלבן ABCD נתון:
BE מאונך לאלכטון AC, $DE = BE$.
א. הוכח: $\angle B_1 = \angle B_2 = \angle B_3$.
ב. נתון: $\angle \theta$ ס"מ. $AD = 8$ ס"מ.
חשב את FC ואת AF.



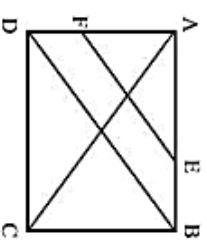
11. בנייר מתוארים שני מלבנים זחים - מלבן ABCD ומלבן CEFG.
הוכח: $AC \perp CF$.



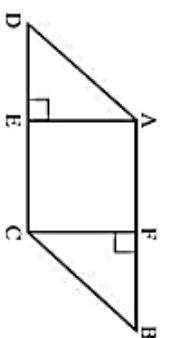
12. הנקודה E נמצאת על הצלע DC של מלבן ABCD. נתון: $BE = DE$.
א. הוכח: BD חוצה את הזווית ABE.
ב. הנקודה F היא אמצע הקטע BE. הוכח: $\angle BFC = 4 \cdot \angle ABD$.



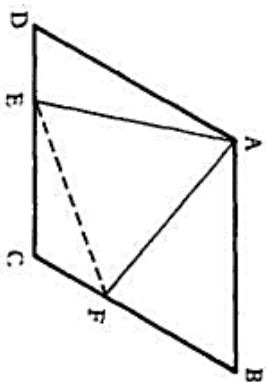
13. המרובע ABCD הוא מלבן. הנקודה E נמצאת על הצלע AB כך ש- $BC = BE$. הנקודה F נמצאת על הצלע AD כך ש- $AE = AF$.
א. הוכח: $FE \perp CE$.
ב. נקודה G היא אמצע הקטע CF. הוכח: $GD = GE$.



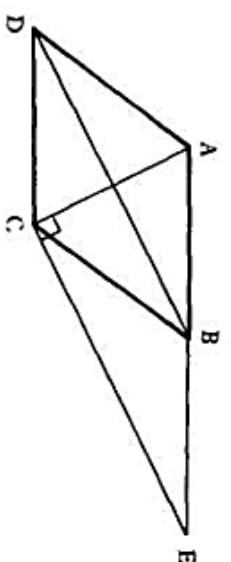
14. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-AD של מלבן ABCD.
נתון: $FE \parallel BD$.
הוכח: האלכטון AC חוצה את הקטע FE.



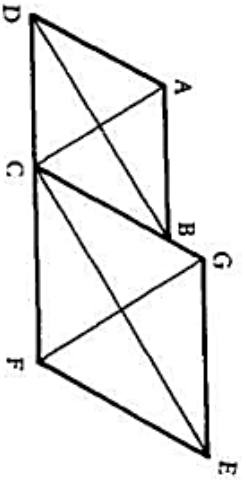
15. המרובע ABCD הוא מקבילית.
נתון: AE ו-CF הם גבהים במקבילית.
הוכח: המרובע AECF הוא מלבן.



במעוין ABCD שזוויות החדה שלו 60°
 נתון: $DE = CF$
 א. הוכח: $AE = AF$
 ב. הוכח: המשולש AEF שווה צלעות.

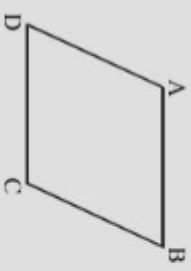


המרחב ABCD הוא מעוין.
 נתון: CE מאונך ל-AC.
 הוכח: $DB = CE$



המרחבים ABCD ו-GFEC הם מעוינים.
 א. הוכח: $DB \parallel EC$
 ב. $\angle ACE = 90^\circ$.

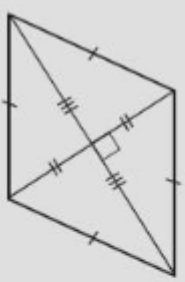
מעוין



הגדרה: מרובע שכל צלעותיו שוות נקרא מעוין.
 למשל, בציר מתואר מעוין ABCD
 ולכן מתקיים: $AB = BC = CD = DA$.

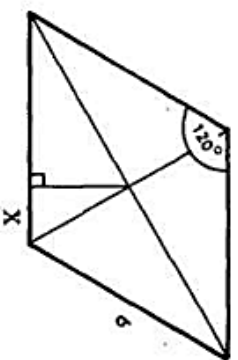
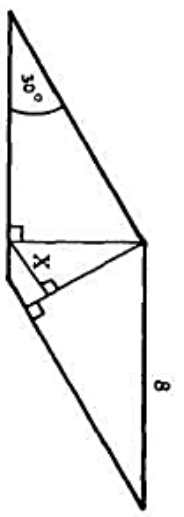
תכונות המעוין

- (1) כל צלעות המעוין שוות זו לזו.
- (2) כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
- (3) כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו וכל שתי זוויות סמוכות משלימות זו את זו ל- 180° .
- (4) האלכסונים חוצים זה את זה, מאונכים זה לזה וחוצים את זוויות המעוין.



(העזר בתכונותיו של

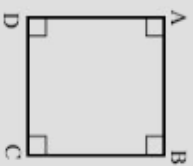
חשב את אורך הקטע X בכל אחד מהמעוינים הבאים



משולש שוויוני הן $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$:
 א.
 ב.

ריבוע

הגדרה: מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו ישרות נקרא ריבוע.



למשל, בציור מתואר ריבוע ABCD
 ולכן מתקיים: $AB = BC = CD = DA$,
 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$

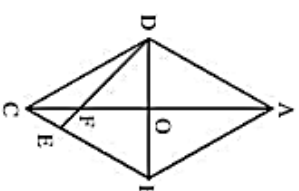
תכונות הריבוע

- (1) כל צלעות הריבוע שוות זו לזו.
- (2) כל אחת מזוויות הריבוע היא בת 90° .
- (3) כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
- (4) אלכסוני הריבוע חוצים זה את זה, מאונכים זה לזה, שווים זה לזה וחוצים את זוויות הריבוע.



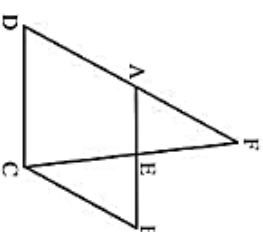
6.

אלכסוני המעוין ABCD נפגשים בנקודה O.
 נתון: $DE = 2OF$, $OF = \frac{1}{2}DB$
 חשב את זוויות המשולש CFE.
תשובה: 112.5° , 22.5° , 45°



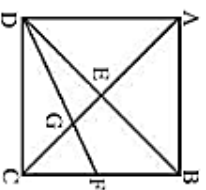
7.

המרובע ABCD הוא מעוין.
 הנקודה E נמצאת באמצע הצלע AB.
 המשכי הקטעים CE ו-DA
 נפגשים בנקודה F.
 הוכח: $DF = 4BE$.



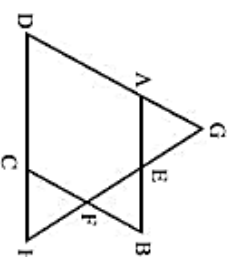
2.

אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה E.
 DF חוצה את הזווית BDC.
 AC ו-DF נחתכים בנקודה G.
 א. חשב את הזווית DGE.
 ב. הוכח: $AD = AG$, $CG = CF$.
תשובה: א. 67.5° .



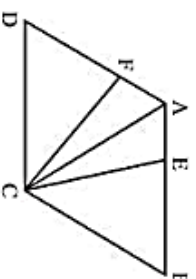
8.

המרובע ABCD הוא מעוין.
 הנקודות E ו-F הן אמצעי הצלעות AB ו-BC בהתאמה.
 א. הוכח: $GE = FH$.
 ב. חשב את היחס $CF:DG$.
תשובה: ב. 1:3.



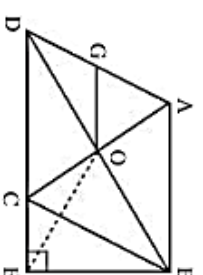
9.

הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-AD של מעוין ABCD.
 נתון: $\angle BCE = \angle DCF$.
 הוכח: $FE \parallel DB$.



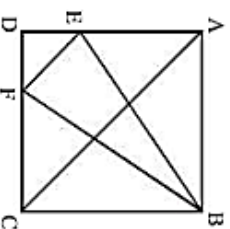
10.

המרובע ABCD הוא מעוין שאלכסונו נפגשים בנקודה O.
 נתון: $DE \perp BE$.
 א. הוכח: $OE = OB$.
 ב. הנקודה G היא אמצע הצלע AD והיקף המעוין הוא 32 ס"מ.
 חשב את אורך הקטע OG.



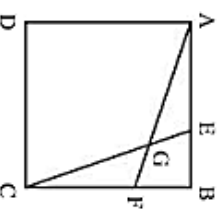
7.

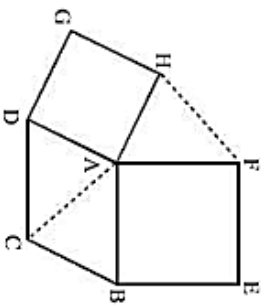
הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AD ו-DC של ריבוע ABCD.
 נתון: $BE = BF$. הוכח: $AC \parallel EF$.



8.

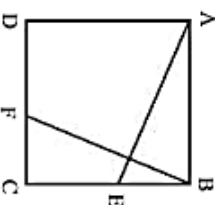
בריבוע ABCD הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-BC בהתאמה.
 נתון: $BE = BF$.
 א. הוכח: $AF = CE$.
 ב. הוכח: המרובע AGCD הוא דלתון.





15. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 על הצלעות AB ו-AD נונים
 ריבועים AB EF ו-ADGH.
 הוכח: $\triangle FAH \cong \triangle ABC$.

15



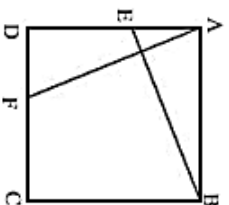
10. בריבוע ABCD הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות BC ו-CD בהתאמה. נתון: $AE = BF$.

- א. הוכח: $\angle BAE = \angle CBF$.
- ב. הוכח: $AE \perp BF$.

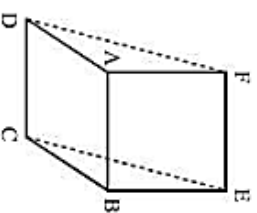
11. בריבוע ABCD, הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AD ו-DC בהתאמה. נתון: $AF \perp BE$.

- א. הוכח: $AF = BE$.
- ב. הוכח: $DE + DF = BC$.

16

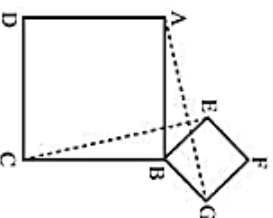


16. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 המרובע AB EF הוא ריבוע.
 א. הוכח: המרובע DCEF הוא מקבילית.
 ב. הוכח: $\triangle ADF \cong \triangle BCE$.



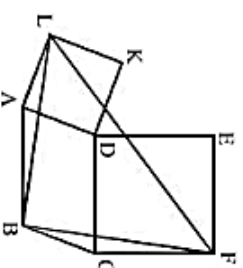
12. המרובעים ABCD ו-BEFG הם ריבועים.

- א. הוכח: $AG = CE$.
- ב. הוכח: $AG \perp CE$.



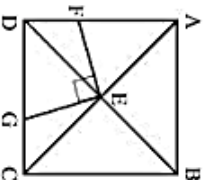
13. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 על הצלעות AD ו-DC בנוי ריבועים ADKL ו-DEFC.

- א. הוכח: $BF = BL$.
- ב. הוכח: $BF \perp BL$.



14. אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה E.
 הנקודות F ו-G נמצאות על הצלעות DC ו-AD בהתאמה. נתון: $EF \perp EG$.

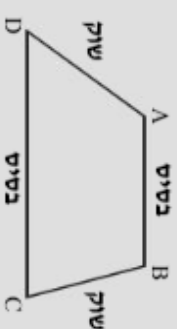
- א. הוכח: $EF = EG$.
- ב. נתון: $\angle EGC = 35^\circ$. חשב את זוויתו של המשולש DFE.



תשובה: ב. $30^\circ, 105^\circ, 45^\circ$.

טרפז

מרובע שיש בו זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות וזוג אחד של צלעות נגדיות שאינן מקבילות, נקרא טרפז.



שתי הצלעות הנגדיות המקבילות (AB ו-DC) נקראות בסיסי הטרפז. שתי הצלעות הנגדיות שאינן מקבילות (AD ו-BC) נקראות שוקי הטרפז.

הערות:

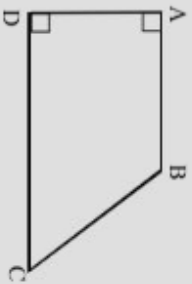
- א. סכום הזוויות שליד כל שוק בטרפז שווה ל- 180° , כלומר $\angle A + \angle D = 180^\circ$, $\angle B + \angle C = 180^\circ$ (לפי המשפט: זוויות חד-צדדיות בין ישרים מקבילים משלימות זו את זו ל- 180°).

טרפז ישר-זווית

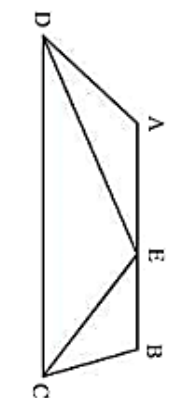
טרפז שבו זווית אחת היא זווית ישרה נקרא טרפז ישר-זווית.

הערות:

1. מכיוון שבסיסי הטרפז מקבילים זה לזה, הרי נקבל שבטרפז ישר זווית שתי הזוויות שליד השוק הקצרה הן זוויות ישרות ($\angle A = \angle D = 90^\circ$).
2. השוק הקצרה בטרפז (השוק AD) שווה לגובה הטרפז.

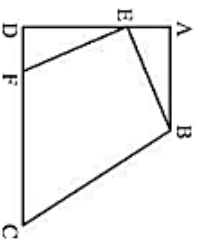


11. המרובע ABCD הוא טרפז (AB||CD).



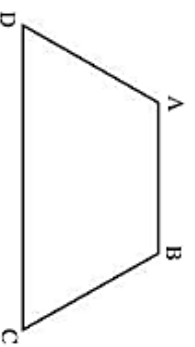
- הנקודה E נמצאת על הבסיס AB כך ש-DE חוצה את הזווית ADC ו-CE חוצה את הזווית BCD.
- הוכח: $AB = AD + BC$.

13. המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית



- ($AD \perp DC$, $AB \parallel DC$).
- הנקודה E נמצאת על השוק AD. נתון: $BE = EF$, $AB = DE$.
- הוכח: $BE \perp EF$.

20. המרובע ABCD הוא טרפז (AB||DC).

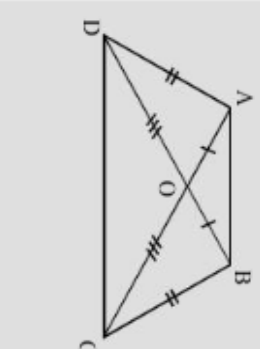


- נתון: $AD = AB = BC = \frac{1}{2}DC$.
- א. הוכח: $\angle BCD = 60^\circ$.
 - ב. הוכח: $\angle DCA = 30^\circ$.
 - ג. הוכח: $AC \perp AD$.

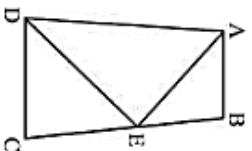
טרפז שווה-שוקיים

טרפז שבו השוקיים שוות זו לזו נקרא טרפז שווה שוקיים.

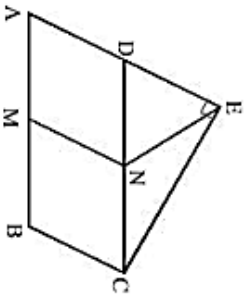
תכונות טרפז שווה-שוקיים:



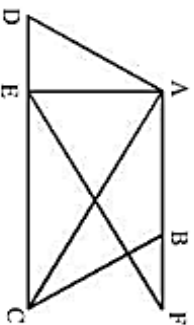
1. הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו ($\angle BAD = \angle ABC$, $\angle ADC = \angle BCD$).
2. האלכסונים שווים זה לזה ($AC = BD$).
3. האלכסונים חותכים זה את זה, כך שקטעייהם היוצאים מאותו בסיס שווים זה לזה ($AO = BO$, $CO = DO$).



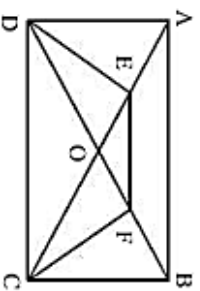
25. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$). הנקודה E נמצאת על השוק BC כך שמתקיים $AB = BE$, $DC = CE$.
 א. הוכח: $AE \perp DE$.
 ב. נקודה F נמצאת באמצע השוק AD. הוכח: $DF = EF$.



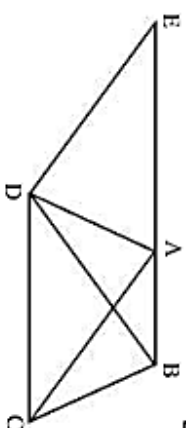
26. הצלע AB במקבילית ABCD גדולה פי שניים מהצלע AD. CE הוא גובה לצלע AD. הנקודות N ו-M הן אמצעי הצלעות DC ו-AB. הוכח: המרובע ANME הוא טרפז שווה-שוקיים שבו אורך השוק שווה לאורך הבסיס הקטן.



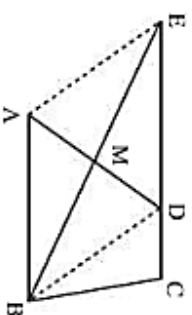
28. AE הוא גובה בטרפז שווה-שוקיים ABCD ($AB \parallel DC$). F היא נקודה על המשך הסיסי AB. נתון: $BF = DE$. הוכח: $AC = EF$.



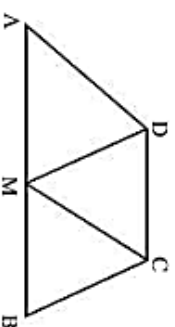
31. במלבן ABCD האלכסונים AC ו-BD נפגשים בנקודה O. הנקודות E ו-F נמצאות על הקטעים OA ו-OB בהתאמה כך ש- $AE = BF$. הוכח: המרובע DCFE הוא טרפז שווה-שוקיים.



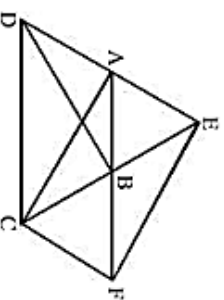
21. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים ($AD = BC$, $AB \parallel DC$). E היא נקודה על המשך הבסיס AB. נתון: $AE = DC$. הוכח: $DB = DE$.



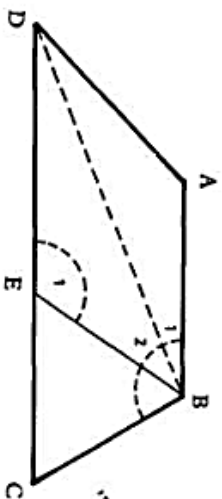
22. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$). הנקודה E נמצאת על המשך הבסיס CD. הקטע BE חותך את השוק AD בנקודה M, כך ש- $AM = MD$. הוכח: המרובע ABDE הוא מקבילית.



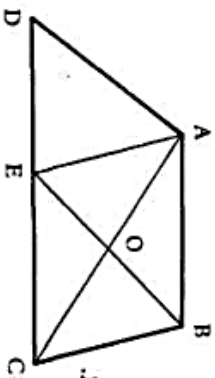
23. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$). נתון: $BC = DC$. הוכח: $BM = DM$. הוכח: $BD \perp CM$.



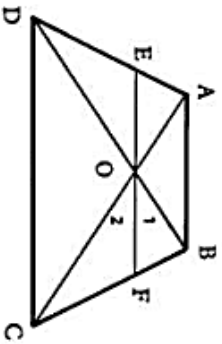
24. בתוך משולש שווה-צלעות EDC חסום טרפז שווה-שוקיים ABCD ($AB \parallel DC$). הנקודה F נמצאת על המשך הצלע AB. נתון: $BC = CF$. הוכח: $\triangle AECF \cong \triangle DCB$. הוכח: $AC = EF$.



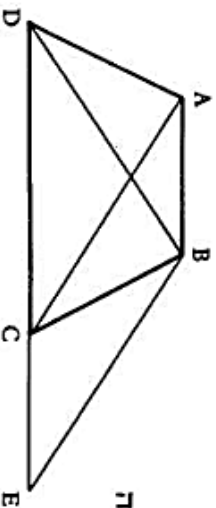
- 6) המרובע ABCD הוא טרפז. הוא טרפז.
 נתון: $BE = BC$.
 א. הוכח: $\angle E_1 = \angle ABC$.
 ב. נתון: BD חוצה את זווית D ו- A .
 $\angle B_2 = 35^\circ$, $\angle B_1 = 20^\circ$.
 חשב את זווית הטרפז.



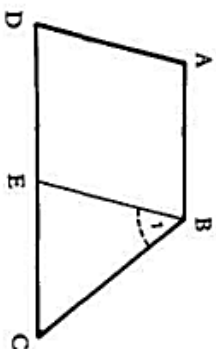
- 7) המרובע ABCD הוא טרפז. הקטע BE חוצה את האלכסון AC ($AO = OC$). המרובע ABCE הוא מקבילי. א. הוכח: לא יתכן שאלכסון אחד חוצה את השני בטרפז. ב. הוכח: לא יתכן שאלכסון אחד חוצה את השני בטרפז.



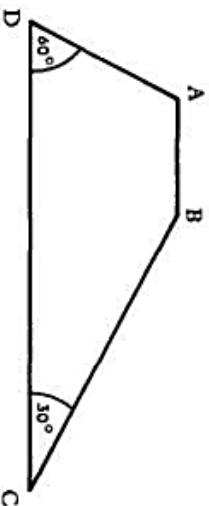
- 24) הטרפז ABCD הוא שווה שוקיים. דרך הנקודה O (מפגש האלכסונים) עובר קטע המקביל ל-DC. א. הוכח: $\angle O_1 = \angle O_2$.
 ב. $EO = OF$.



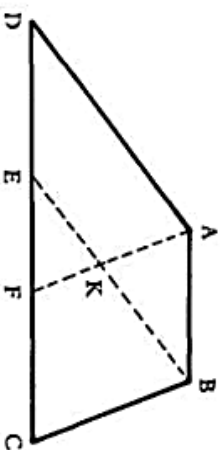
- 25) בטרפז שווה שוקיים ABCD נתון: $CE = AB$ (המשך DC). הוכח: המשולש DBE הוא שווה שוקיים.



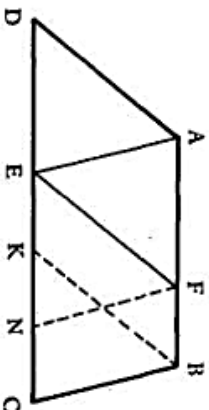
- 2) המרובע ABCD שבעזרתו הוא טרפז ($AB \parallel DC$). נתון: BE מקביל ל-AD. הוכח: א. $DE = AB$.
 ב. $\angle A + \angle C = \angle B_1$.



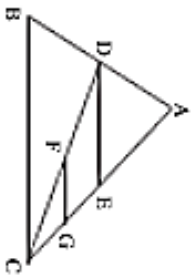
- 3) בטרפז ABCD נתון: $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 30^\circ$.
 3 ס"מ $AB =$ 13 ס"מ $DC =$.
 חשב את אורך השוק AD. הוכח: DE = BE. הוכח: DE = BE. הוכח: DE = BE. הוכח: DE = BE.



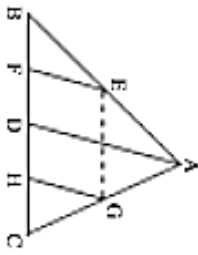
- 4) בטרפז ABCD נתון: $BC \parallel AD$, $AF \parallel BC$.
 4 ס"מ $FC =$ 3 ס"מ $EF =$.
 א. חשב את אורכי הבסיסים. ב. נתון: $\angle D = 40^\circ$, $\angle C = 70^\circ$.
 חשב את זווית המרובע BCF. חשב את אורך השוק AD.



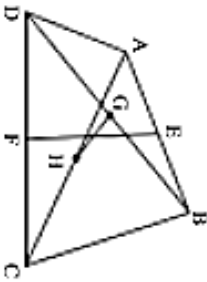
- 5) בטרפז ABCD נתון: $AE \parallel BC$, $DF \parallel BC$.
 10 ס"מ $DC =$ 6 ס"מ $AB =$.
 א. חשב את אורך הקטע EF. ב. נתון: $BC \parallel EF$, $AK \parallel BC$.
 חשב את AN.



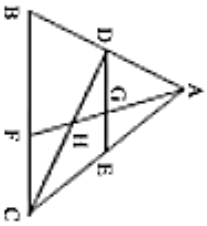
8. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
 GF הוא קטע אמצעים במשולש DEC.
 א. נתון: $12 = BC$.
 חשב את אורך הקטע GF.
 ב. הוכח: $4GE = AC$.
 תשובה: א. 3 ס"מ.



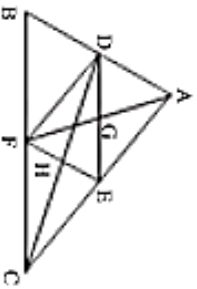
9. הנקודה D נמצאת על הצלע BC במשולש ABC.
 EF הוא קטע אמצעים במשולש ABD.
 GH הוא קטע אמצעים במשולש ACD.
 א. הוכח: המרובע EFGH הוא מקבילית.
 ב. הוכח: $EG = \frac{1}{2} BC$.



10. במרובע ABCD הנקודות E ו-F הן אמצעי הצלעות AB ו-CD, בהתאמה. הנקודות G ו-H הן אמצעי האלכסונים BD ו-AC, בהתאמה. הוכח: $GE = FH$.



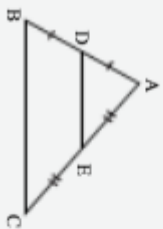
11. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC. DE היא נקודה על הצלע BC. F הוכח: $DE \perp AF$ נחתכים בנקודה G.
 נתון: $2CF = BF$. הוכח: $DH = CH$.



12. במשולש ABC, הנקודות D ו-E הן F ו- E הן BC .
 בהתאמה אמצעי הצלעות AB, AC ו-BC.
 א. הוכח: המרובעים ADFE ו-DECF הם מקביליות.
 ב. הוכח: $AC = 4GH$.

קטע אמצעים במשולש

קטע המחבר אמצעי שתי צלעות במשולש נקרא קטע אמצעים במשולש.



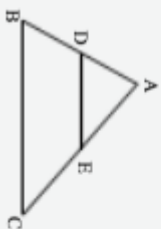
אם במשולש ABC, הנקודות D ו-E הן אמצעי הצלעות AB ו-AC בהתאמה, אז DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.

שים לב!

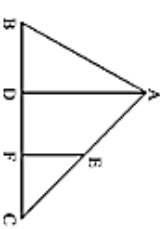


בכל משולש יש שלושה קטעי אמצעים.

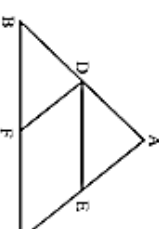
משפט: קטע אמצעים במשולש מחבר את האמצעים של שתי צלעות במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.



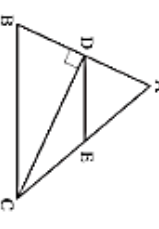
אם DE הוא קטע אמצעים במשולש, המחבר את אמצעי הצלעות AB ו-AC, אזי מתקיים:
 (1) $DE \parallel BC$ (2) $DE = \frac{1}{2} BC$



3. AD הוא גובה לצלע BC במשולש ABC.
 E ו-F הן אמצעי הקטעים AC ו-AB בהתאמה.
 הוכח: $EF \perp DC$.

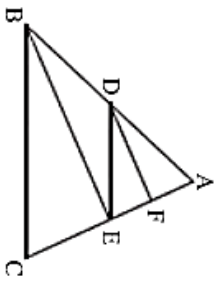


4. במשולש ABC הנקודות D ו-E הן F ו- E הן BC .
 בהתאמה אמצעי הצלעות AB, AC ו-BC.
 א. הוכח: $ADBE \cong ADFE$.
 ב. הוכח: המרובע DECF הוא מקבילית.

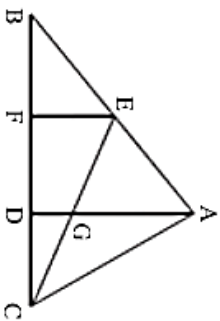


5. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
 נתון: $\angle BDC = 90^\circ$.
 הוכח: $AC = BC$.

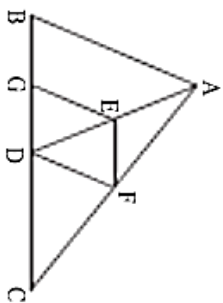
הוכחת קטע אמצעים



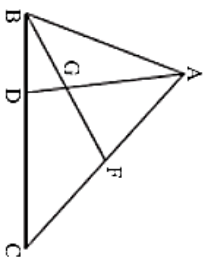
- 24. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC . הנקודה F נמצאת על הקטע AE כך שמתקיים $BE \parallel DF$. הוכח: $FE = \frac{1}{2} EC$.



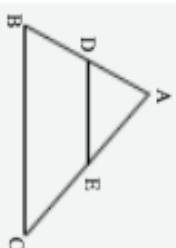
- 25. AD הוא הגובה ל- BC במשולש ABC . EF הוא הגובה ל- BC במשולש EBC . נתון: $BF = FD = DC$. הוכח: $AG = 3DG$.



- 27. AD הוא תיכון לצלע BC במשולש ABC - אמצע התיכון AD . נתון: $GE \parallel AB$, $DF \parallel AB$. הוכח: מרובע $EFDG$ הוא מקבילית.



- 32. הנקודה D נמצאת על הצלע BC של משולש ABC . הנקודה F נמצאת על הצלע AC . נתון: $DC = 2BD$, $AF = FC$, 4 ס"מ $= DG$. חשב את אורך הקטע AG . **הזרימה:** זרז F העבר מקביל ל- AD . **תשובה:** 12 ס"מ.

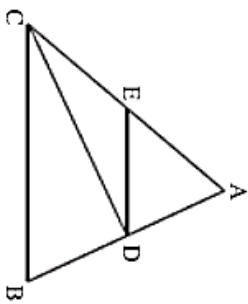


נתון משולש ABC , והנקודות D ו- E נמצאות בהתאמה על הצלעות AB ו- AC . כדי להוכיח ש- DE הוא קטע אמצעים במשולש נשתמש על אחד מהמשפטים הבאים: **משפט: קטע במשולש היוצא מאמצע צלע אחת ומקביל לצלע אחרת, הוא קטע אמצעים במשולש.**

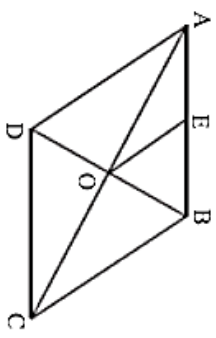
אם במשולש ABC נתון: $AD = DB$, $DE \parallel BC$, אזי DE הוא קטע אמצעים במשולש (מכיוון ש- DE הוא קטע אמצעים במשולש, מתקיים גם $DE = \frac{1}{2} BC$, $AE = EC$).

משפט: קטע המחבר נקודות על שתי צלעות במשולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים במשולש.
אם במשולש ABC נתון: $DE \parallel BC$, $DE = \frac{1}{2} BC$, אזי DE הוא קטע אמצעים במשולש (מכיוון ש- DE הוא קטע אמצעים מתקיים גם $AE = EC$, $AD = DB$).

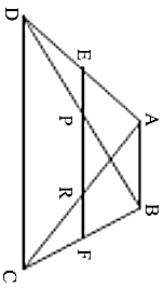
הערה: אם קטע מחבר אמצעי שתי צלעות במשולש, אז על פי הגדרה הוא קטע אמצעים במשולש.



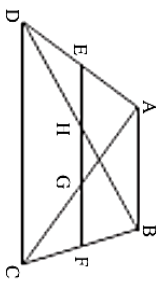
- 21. הנקודה D היא אמצע הצלע AB במשולש ABC . הקטע DC חוצה את הזווית ACB . הנקודה E נמצאת על הצלע AC כך שמתקיים $DE = CE$. הוכח: E - אמצע הקטע AC .



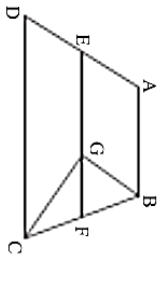
- 22. המרובע $ABCD$ הוא מעוין שאלכסוניו נפגשים בנקודה O . הנקודה E נמצאת על הצלע AB . נתון: $OE \parallel BC$. הוכח: $DC = \frac{1}{2} OE$.



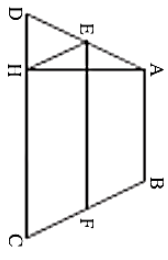
7. EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD.
 חותך את האלכסונים AC ו-BD בנקודות R ו-P בהתאמה.
 א. הוכח: $EP = RF$.
 ב. הוכח: $PR = \frac{DC - AB}{2}$.



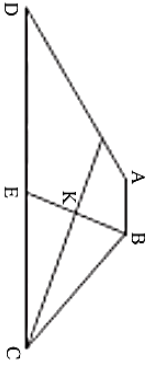
8. ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$) שבו $2AB = DC$.
 EF הוא קטע אמצעים בטרפז. AC ו-BD חותכים את EF בנקודות G ו-H.
 א. הוכח: $HG = GF$.
 ב. הוכח: $AH \parallel BF$.



9. EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD.
 G היא נקודה על הקטע EF.
 הקטע BG חוצה את הזווית ABC.
 הוכח: $BG \perp CG$.



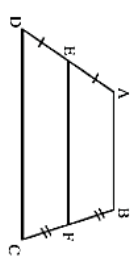
10. המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים ($AD = BC$).
 EF הוא קטע אמצעים בטרפז.
 AH הוא גובה בטרפז.
 הוכח: המרובע EFCH הוא מקבילית.



11. בטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) חוצה-זווית ABC חותך את חוצה-זווית BCD בנקודה K, ואת הבסיס DC בנקודה E.
 א. הוכח: $\angle BKC = 90^\circ$.
 ב. דרך הנקודה K מעבירים מקביל לבסיסי הטרפז. הוכח כי המקביל הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD.
 ג. נתון: 6 ס"מ $BC =$, 2 ס"מ $AB =$, 8 ס"מ $DE =$.
 חשב את האורך של קטע האמצעים בטרפז ABCD. נמק.
 תשובה: ג. 8 ס"מ.

קטע אמצעים בטרפז

קטע המחבר את אמצעי השוקיים של טרפז נקרא קטע אמצעים בטרפז.
 אם המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$)
 ונתון: $AE = DE$, $BF = FC$,
 אזי EF הוא קטע אמצעים בטרפז.

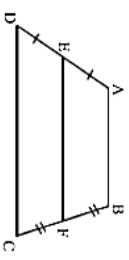


משפט: קטע אמצעים בטרפז מקביל לבסיסי הטרפז ושווה למחצית סכומם.

אם המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$) הוא קטע אמצעים בטרפז, אזי מתקיים:
 (1) $EF \parallel AB$, $EF \parallel DC$.
 (2) $EF = \frac{AB + DC}{2}$.

כאשר נתון קטע המחבר נקודות על שוקי הטרפז נוכל לחזיקו שהוא קטע אמצעים בטרפז גם בהסתמך על המשפט הבא:

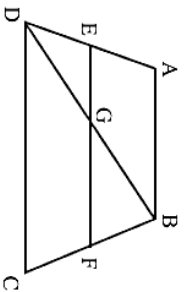
משפט: קטע היוצא מאמצע שוק אחת של הטרפז ומקביל לאחד מבסיסי הטרפז הוא קטע אמצעים בטרפז.



אם המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$) ונתון: $AE = DE$, $EF \parallel AB$, אזי EF הוא קטע אמצעים בטרפז.

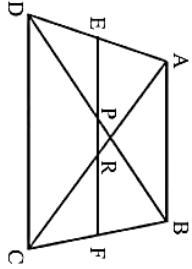
הערה: מהעובדה ש-EF הוא קטע אמצעים בטרפז, נובע ש-EF חוצה את השוק השנייה BC, כלומר $BF = FC$. כמו כן, נובע ש-EF שווה למחצית סכומם של בסיסי הטרפז, כלומר $EF = \frac{AB + DC}{2}$.

5. EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD.
 BD ו-EF נחתכים בנקודה G.
 נתון: 7 ס"מ $GF =$, 4 ס"מ $EG =$.
 חשב את בסיסי הטרפז.



תשובה: 8 ס"מ $AB =$, 14 ס"מ $DC =$.

6. EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD.
 EF חותך את האלכסונים AC ו-BD בנקודות R ו-P בהתאמה.
 נתון: 12 ס"מ $AB =$, 18 ס"מ $DC =$.
 חשב את אורך הקטע PR.



תשובה: 3 ס"מ.



חופשה נעימה!