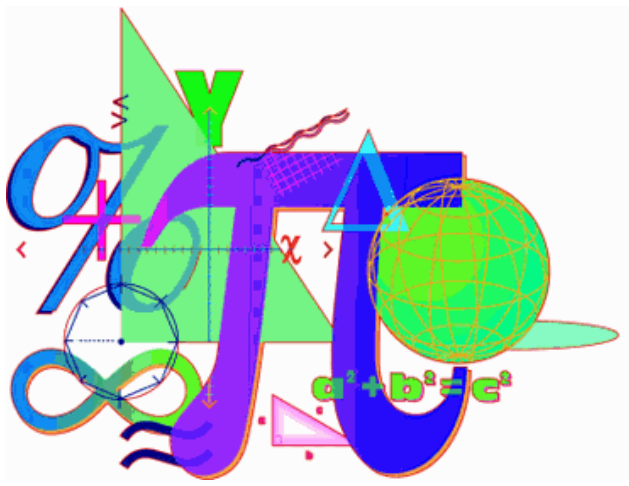




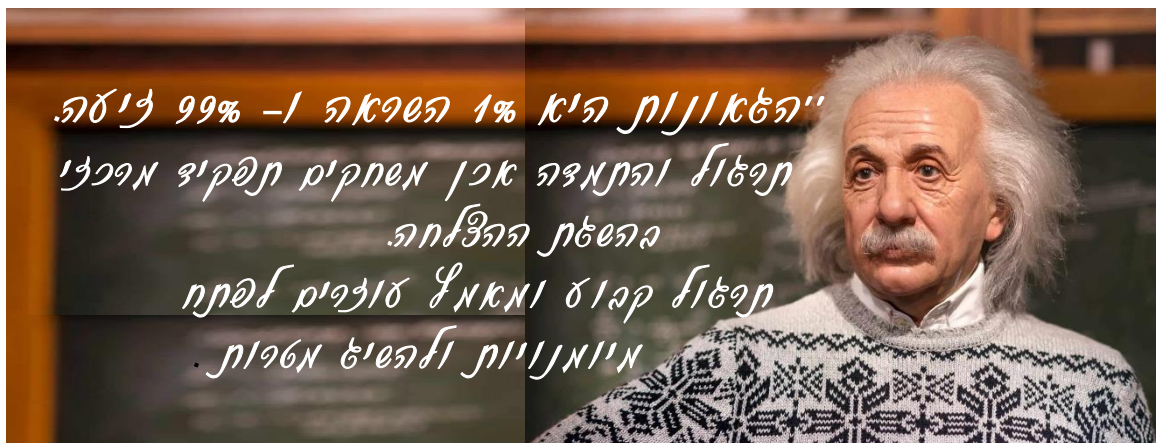
2025

חוברת צבודה

במתמטיקה

לתלמידים הצולים

לבינה י 4-5 י"ל.



אאאא אאאאא

תלמידים יקרים !

החל מכיתה י' לימוד מתמטיקה מתקיים ברמות של 3 י"ל, 4 י"ל ו-5 י"ל.

**לידיעתכם**, תלמידי 3 יח"ל ניגשים למבחן בגרות במתמטיקה ליחידת לימוד ראשונה (מבחן פנימי) כבר בסוף כיתה י'.

מבחן הבגרות וחומר הלימוד **שונים** בין רמות 3 יח"ל ל 4 יח"ל ו- 5 יח"ל ולכן לא יהיו מעברים מרמה לרמה לאחר החלוקה בתחילת כיתה י'.

לכן, חשוב כבר בתחילת כיתה י' לשבץ אתכם לרמות לימוד שונות בהתאם  
**לקריטריונים הבאים:**

**א.** הציון השנתי באלגברה ובגיאומטריה של כיתה ט'

**ב.** הקבצה בה למד התלמיד

**ג.** המלצת המורה שלימד בכיתה ט'

**ד.** ציונכם במבחני שיבוץ ליחידות לימוד שהתקיים בסוף כיתה ט

**ה.** ציונכם במבחנים אשר יתקיימו בשבוע ההראשון של שנת הלימודים הבאה על הנושאים שנלמדו בכיתה ט.

על מנת להקל עליכם בחזרה על החומר ובהכנה למבחן, הכנו חוברת עם הסברים ותרגול בכל הנושאים הרלוונטיים שיופיעו במבחן שיבוץ.

חוברת העבודה מיועדת לכל תלמידים שלמדו בהקבצות א בכיתה ט.

כדי לממש הזדמנות להתקבל לרמות 4, 5 יח"ל במתמטיקה על התלמיד לעבוד על כל הנושאים וכל סוגי תרגילים שמופיעים בחוברת.

מאחלת לכם בהצלחה בשנה הבאה.

חופשה נעימה!

בברכה,  
שטיינברג יאנה

## פונקציה קווית

1. נתונה הפונקציה הקווית  $y = -0.6x - 1.3$

(א) רשום פונקציה קווית שהגרף שלה מקביל לפונקציה הנתונה \_\_\_\_\_  
(ב) רשום פונקציה קווית שהגרף שלה חותך את ציר ה- $Y$  באותה הנקודה כמו הגרף של פונקציה הנתונה: \_\_\_\_\_

(ג) רשום פונקציה קווית שהגרף שלה מקביל לגרף של פונקציה הנתונה ועובר בראשית הצירים:

(ד) רשום פונקציה קווית שהגרף שלה מקביל לציר ה- $X$  או חותך את ציר ה- $Y$  באותה הנקודה בה חותך הגרף של הפונקציה הנתונה את ציר ה- $Y$ : \_\_\_\_\_

2. (א) סמן במערכת צירים את הנקודות  $(-10, 1)$  ,  $(2, -8)$

(ב) העבר ישר דרך נקודות האלה

מצא מתוך השרטוט, מהו שיפוע הישר ומהי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- $Y$   
רשום שתי פונקציות שהגרף שלהן יהיה מקביל לגרף ששרטטת.

3. נתונה הפונקציה  $y = (6 - 3c)x + 30$

(א) עבור איזה ערך של  $C$  יהיה גרף הפונקציה מקביל לציר ה- $X$ ?

(ב) עבור איזה ערך של  $C$  יהיה גרף הפונקציה מקביל לישר  $y = 3x - 2$  ?

(ג) רשום את משוואת הישר שהתקבל בסעיף ב'

(ד) רשום נקודה הנמצאת על הישר שמצאת בסעיף ג'

4. (א) גרף הפונקציה  $2y - kx = -1$  עובר דרך הנקודה  $(-3, -2)$ . מצא את  $K$  ואת נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(ב) גרף הפונקציה  $4(x + y) = 5(x - n)$  עובר דרך הנקודה  $(-6, 1)$ . מצא את  $n$ .

(ג) מצא לאיזה ערך של  $k$  מייצגת המשוואה  $(k + 4)x + (2k - 3)y = 8$

ישר החותך את ציר ה- $X$  בנקודה  $(0, 2)$ .

## מציאת משוואת הישר. (תרגילים עם 😊 רק עבור 5 יחל)

**הנוסחאות:** שיפוע לפי 2 נקודות  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

משוואת הישר לפי שיפוע ונקודה:  $y - y_1 = m(x - x_1)$

10.

(א). מצא את משוואת הישר המקביל לישר  $y = 2x + 5$  ועובר דרך  $(5,3)$

(ב). מצא את משוואת הישר המקביל לישר  $3y + 4x = 5$  ועובר דרך  $(3,1)$

(ג). גרף הפונקציה  $y = 2x + b$  עובר דרך הנקודה  $(-1,5)$ . מצא את  $b$  ואת נקודות החיתוך עם הצירים.

(ד). גרף הפונקציה  $3x - 5y = p$  עובר דרך הנקודה  $(0,0)$ . מצא את  $p$  ואת נקודות החיתוך עם הצירים.

(ה). גרף הפונקציה  $3(x + y) = 2(x - m)$  עובר דרך הנקודה  $(-2,4)$ . מצא את  $m$  ואת נקודות החיתוך עם הצירים.

(ו). האם הישר העובר דרך הנקודות  $(-2,4)$  ו-  $(8,11)$  מקביל לישר העובר דרך הנקודות  $(4,6)$  ו-  $(14,-9)$

11. מצא את משוואות הישרים המקבילים לישרים הכתובים מצד ימין ועוברים דרך נקודות החיתוך של הישרים הכתובים מצד שמאל :

(א)  $2y = 10x + 2$   $\begin{cases} y + 5x = 0 \\ y - 3x + 16 = 0 \end{cases}$

(ב)  $4y + x = 24$   $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ y - x = -8 \end{cases}$

13. ישר, ששיפועו  $(-6)$  עובר דרך הנקודה  $(2,-9)$ . מצא את נקודת החיתוך של ישר הנ"ל עם הישר  $y = -2x - 7$ .

14. במשולש ABC משוואת הצלע AB :  $y - x = 2$  ומשוואת הצלע AC :  $y = \frac{-x}{2} - 4$

😊 הישר של הצלע השלישית עובר דרך הנקודה  $(0,5)$  והוא מקביל לישר  $y + 2x - 7 = 0$ . מצא את קדקודי המשולש. (נקודות החיתוך של הישרים)

15. במקבילית ABCD הצלעות AB ו- AD נמצאות בהתאמה על הישרים:

$y = -x + 5$  ו-  $y = 2x - 1$ .

😊 נתון C(2,-6). מצא את משוואות של הצלעות האחרות. (תיעזר בתכונה של צלעות נגדיות במקבילית)

16. נתונות שלוש נקודות A(2,-1), B(4,5) ו- C(-1,4).

😊 מצא את משוואת הישר המקביל לישר העובר דרך הנקודות A ו- B, ועובר דרך הנקודה C.

# דפי סיכום בנושא "פרבולה, קו ישר – נקודות חיתוך, אי שוויוניים, קטעים

## בניית גרף הפרבולה

נתונות הפונקציות הבאות:

$$\begin{array}{ll} f(x)=x^2-5x+4 & f(x)=x^2+10x+21 \\ f(x)=-4x^2+5x-12 & f(x)=3x^2-8x+7 \end{array}$$

ענה על השאלות הבאות ביחס לכל פונקציה:

- (1) מצא את שיעורי הקודקוד.
- (2) מהי משוואת ציר הסימטריה?
- (3) מצא נקודת החיתוך עם ציר ה- $y$ , והנקודה הסימטרית לה.

## מציאת פרמטרים. (תרגילים עם 😊 רק עבור 5 יחל)

- 1 גרף הפונקציה הריבועית  $y=ax^2+6x-5$  עובר דרך הנקודה  $(2,-5)$ . מצא את ערך הפרמטר  $a$ .
- 2 גרף הפונקציה הריבועית  $y=8x^2+bx+11$  עובר דרך הנקודה  $(2,29)$ . מצא את ערך הפרמטר  $b$ .
- 3 גרף הפונקציה הריבועית  $y=ax^2+bx-15$  עובר דרך הנקודות  $(3,21)$  ו- $(-1,-3)$ . מצא את ערך הפרמטרים  $b$  ו- $a$ .
- 4 גרף הפונקציה הריבועית  $y=7x^2+bx+c$  עובר דרך הנקודות  $(-3,66)$  ו- $(2,26)$ . מצא את ערך הפרמטרים  $b$  ו- $c$ .

פתרון

- 5 קודקוד הפרבולה  $y=ax^2+bx+83$  נמצא בנקודה  $(3,-7)$  מצא את הערכים של  $c$  ו- $a$  😊

פתרון

- 6 קודקוד הפרבולה  $y=4x^2+bx+c$  נמצא בנקודה  $(-1.5,-4)$  מצא את הערכים של  $c$  ו- $b$  😊

פתרון

- 7 קודקוד הפרבולה  $y=ax^2+bx+32$  נמצא בנקודה  $(-5,-7)$  מצא את הערכים של  $c$  ו- $b$ . 😊

- 8 נתונה הפרבולה  $y=x^2+bx+13$ . ידוע ששיעור ה- $x$  בקודקוד הפרבולה הוא 3. מצא את הערך של  $b$  ואת שיעור ה- $y$  של קודקוד הפרבולה.

|           |           |                |                  |                 |        |
|-----------|-----------|----------------|------------------|-----------------|--------|
| 1) $a=-3$ | 2) $b=-7$ | 3) $a=6, b=-6$ | 4) $b=-1, c=0$   | 5) $b=-12, a=2$ | תשובות |
|           |           |                | 5) $b=-12, c=83$ | 6) $b=12, c=5$  |        |

7)  $b=10, a=1$

8)  $y=4, b=-6$

מומלץ לתרגל הכל, אך  
חובה לפתור כל שאלה זוגית  
בין השאלות 2-8

1. לפניך שרטוט גרפים של הפונקציות

$$f(x)=x^2-8x+12$$

$$g(x)=x+4$$

(א) מצא את שיעורי הנקודות A, B, C,

M, N, K, E, D

(ב) מצא את התחום שבו הפונקציה  $f(x)=x^2-8x+12$  היא חיובית.

(ג) מצא את התחום שבו הפונקציה  $g(x)=x+4$  היא חיובית.

(ד) דרך הנקודה N העבירו אנך לציר ה-Y.

מצא את שיעורי הנקודה P בה חותך אנך זה את גרף הפרבולה.

(ה) מצא את התחומים בהם מתקיימים אי-השוויונים הבאים:

$$f(x) \geq 12 \quad (1)$$

$$f(x) < 5 \quad (2)$$

$$g(x) \leq 10 \quad (3)$$

(ו) מצא את התחום בו מתקיים אי-השוויון  $g(x) > f(x)$

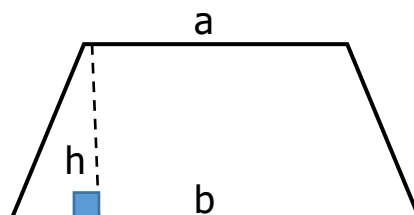
(ז) כתוב את משוואת הישר העובר דרך הנקודות B ו-M.

(ח) מצא את שטח המשולש MBE.

(ט) מצא את שטח הטרפז ENPC.

(י) נתון כי: GH מאונך לציר ה-X.  $GI = 3$ . חשב את GH.

נוסחה לחישוב שטח הטרפז:  $a, b$  בסיסי הטרפז,  $h$  גובה הטרפז



2. לפניך שרטוט גרפים של הפונקציות  
הבאות:  $g(x)=2x-2$

$$f(x)=-x^2+3x+10$$

א. מצא את שעורי הנקודות A, B, C, D, K, M, P, N.

ב. מצא את התחום שבו הפונקציה  $g(x)$  חיובית.

ג. מצא את התחום שבו הפונקציה  $f(x)$  חיובית/שלילית.

ד. מצא את התחום שבו הפונקציה  $f(x)$  עולה/יורדת.

ה. מצא את התחומים בהם מתקיימים  
א- השוויונים הבאים:

- $f(x) > g(x)$
- $f(x) < g(x)$
- $f(x) \geq 10$
- $g(x) > 10$

ו. דרך הנקודה K העבירו ישר המקביל לציר ה-x. ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה R. חשב את אורך הקטע KR.

ז. מצא את משוואת הישר העובר בנק' P ומקביל לישר AR.

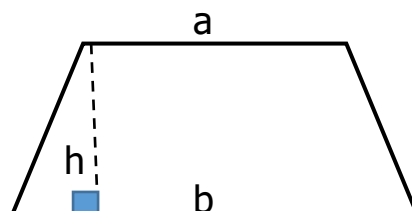
ח. מצא את שטח המשולש ARK.

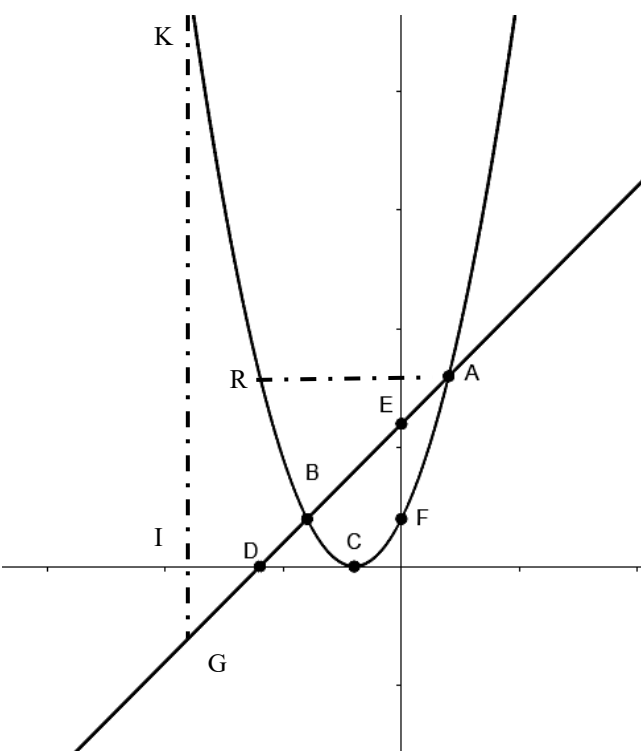
ט. מצא את שטח הטרפז BPRK.

י. נתון כי: GE מאונך לציר ה-x.  $GI = 4$ . חשב את EI.

יא. מהו התחום בו מתקיים:  $f(x) < 6$

נוסחה לחישוב שטח הטרפז:  $a, b$  בסיסי הטרפז,  $h$  גובה הטרפז





3. נתונות שתי פונקציות:  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$

$$g(x) = x + 6$$

א. מצא את שעורי הנקודות A, B, C, D, E, F.  
 ב. מצא את התחום שבו הפונקציה  $g(x)$  חיובית.

ג. מצא את התחום שבו הפונקציה  $f(x)$  חיובית/ שלילית.

ד. מצא את התחום שבו הפונקציה  $f(x)$  עולה/יורדת.

ה. דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-x.  
 ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה R.  
 חשב את אורך הקטע AR.

ו. מצא את התחומים בהם מתקיימים  
 אי-השוויונים הבאים:

- $f(x) > g(x)$
- $f(x) < g(x)$
- $f(x) \geq 8$
- $g(x) < 8$

ז. מצא את שטחי המשולשים CAR, ARF, FDC.

ח. כתוב את משוואת הישר FR

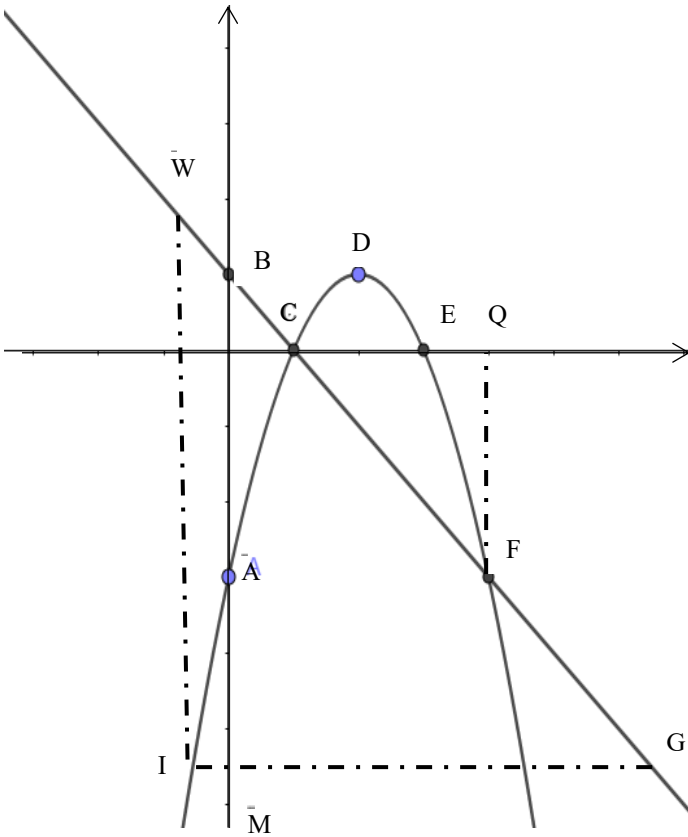
ט. נתון כי: GK מאונך לציר ה-X.  $GI = 3$ . חשב את KI.

י. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה R ומקביל לישר  $g(x)$ .

יא. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה F ומקביל לציר ה-X.

יב. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה C ומקביל לציר ה-Y.





4. נתונות שתי פונקציות:  $g(x) = -x^2 + 4x - 3$

$$f(x) = -x + 1$$

א. מצא את שעורי הנקודות A, B, C, D, E, F.

ב. מצא את התחום שבו הפונקציה  $g(x)$  שלילית.

ג. מצא את התחום שבו הפונקציה  $f(x)$  חיובית.

ד. מצא את התחום שבו הפונקציה  $g(x)$  עולה/יורדת.

ה. מצא את התחומים בהם מתקיימים

אי-השוויונים הבאים:

•  $f(x) < g(x)$

•  $f(x) \geq g(x)$

•  $f(x) \geq -3$

•  $g(x) \leq -3$

ו. דרך הנקודה F העבירו ישר המקביל לציר ה-Y.

ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה Q. חשב את אורך הקטע FQ.

ז. מצא את שטחי המשולשים ABE, ECF, AEC.

ח. כתוב את משוואת הישר BQ ואת משוואת הישר העובר דרך

נק' A ומקביל ל-BQ.

ט. נתון כי: GM מאונך לציר ה-Y.  $GM = 9$ . חשב את האורך

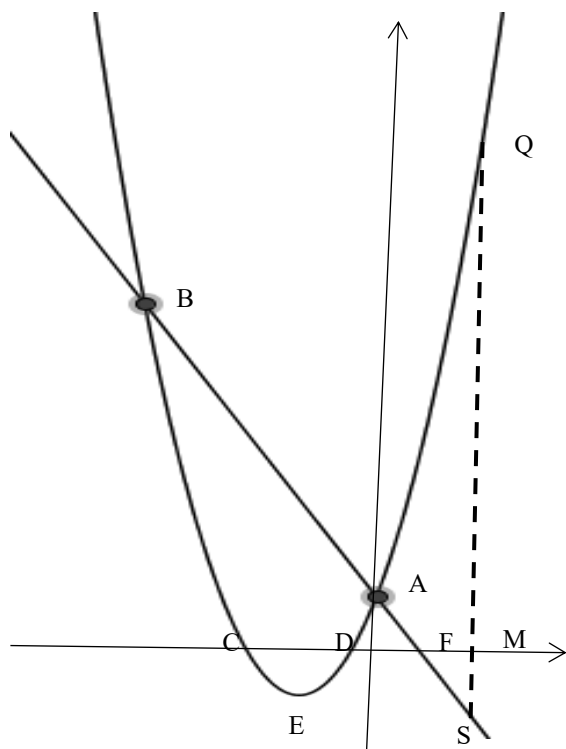
של MI ואת האורך של IW.

י. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה A ומקביל לישר  $f(x)$ .

יא. נתון ישר  $y = k$ . הישר החותך את הפרבולה בשתי נקודות. תן דוגמא לערך של k.

יב. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה E

ומקביל לציר ה-Y.



5. נתונות שתי פונקציות:  $f(x) = x^2 + 4x + 3$   
 $g(x) = -2x + 3$

א. מצא את שעורי הנקודות A, B, C, D, E.  
 ב. מצא את התחום שבו הפונקציה  $g(x)$  שלילית.

ג. מצא את התחום שבו הפונקציה  $f(x)$  חיובית/ שלילית.

ד. מצא את התחום שבו הפונקציה  $f(x)$  עולה/יורדת.

ה. מצא את התחומים בהם מתקיימים

אי- השוויונים הבאים:

- $f(x) > g(x)$
- $f(x) \leq g(x)$
- $f(x) \leq 3$
- $g(x) \geq 15$

ו. דרך הנקודה  $M(3,0)$  העבירו ישר המקביל לציר ה-Y.  
 ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה Q ואת הישר בנקודה S. חשב את אורך הקטע SQ.

ז. מצא את שטחי המשולשים AFC, BCF, ASQ.

ח. כתוב את משוואת הישר BQ ואת משוואת הישר העובר דרך נק' A ומקביל ל-BQ.

ט. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה E

ומקביל לציר ה-X.

י. נתון ישר  $y=k$ . הישר לא חותך את הפרבולה באף נקודה.  
 תן דוגמא לערך של k.

6. לפי גרפים של שתי פונקציות הבאות:

$$g(x) = 2x - 2$$

$$f(x) = x^2 - x - 12$$

(א) מצא את שיעורי הנקודות:  $P, M, N, D, K, C, B, A$ .

(ב) מצא את התחום בו הפונקציה  $g(x)$  שלילית.

(ג) מצא את התחומים בהם הפונקציה  $f(x)$  חיובית/שלילית.

(ד) מצא את התחום בו הפונקציה  $f(x)$  עולה/יורדת.

(ה) דרך נקודה  $B$  העבירו ישר המקביל לציר ה- $x$ .

ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה  $E$ . מצא את שיעורי נקודה  $E$ .

(ו) מצא את התחומים בהם מתקיימים אי השוויונים הבאים:

$$g(x) < 10 \quad (3), \quad f(x) \leq -6 \quad (2), \quad f(x) < g(x) \quad (1)$$

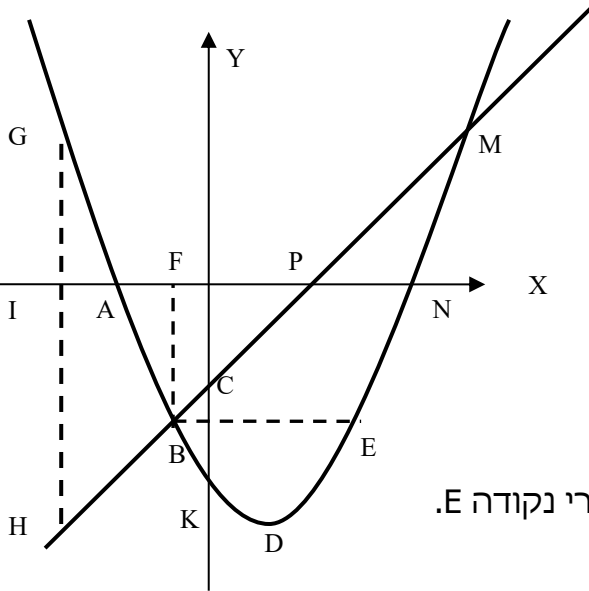
(ז) מצא את שטחי המשולשים הבאים:  $\triangle BEM$ ,  $\triangle APM$ .

(ח) מצא את שטח הטרפז  $PNEB$ .

(ט) נתון  $IH=10$ . חשב אורך הקטע  $GH$ .

(י) כתוב את משוואת הישר העובר דרך הנקודות  $B$  ו- $N$ .

(יא) מהנקודה  $B$  הורידו אנך לציר ה- $x$ , החותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $F$ . מצא את שטח הטרפז  $PEBF$ .



7. לפי שרטוט גרפים של הפונקציות הבאות:

$$g(x) = 3x + 5$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 15$$

(א) מצא את שיעורי הנקודות:  $P, M, E, D, K, C, B, A$ .

(ב) מצא את התחום בו הפונקציה  $g(x)$  חיובית.

(ג) מצא את התחום בו הפונקציה  $f(x)$  שלילית/חיובית.

(ד) מצא את התחום בו הפונקציה  $f(x)$  עולה/יורדת.

(ה) דרך נקודה  $E$  העבירו ישר המקביל לציר ה- $x$ .

ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה  $R$ .

מצא את שיעורי נקודה  $R$ .

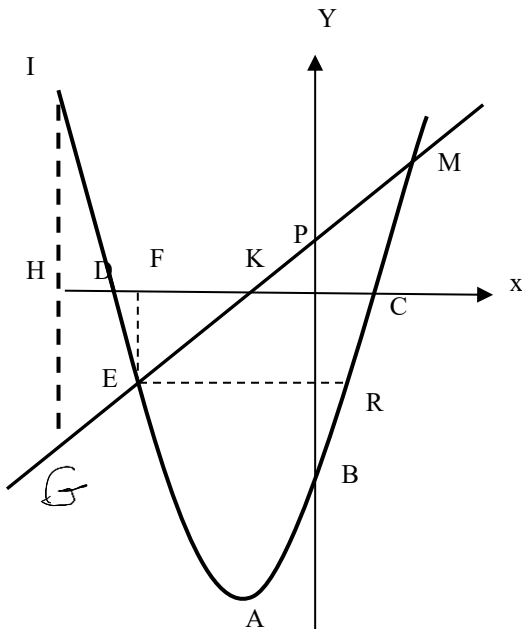
(ו) מצא את התחומים בהם מתקיימים

אי השוויונים הבאים:

$$f(x) \geq g(x) \quad (1)$$

$$f(x) < -7 \quad (2)$$

$$g(x) < 14 \quad (3)$$



ז) מצא את השטחים של המשולשים הבאים:  $\Delta ERA$ ,  $\Delta ERM$ .

ח) נתון  $GH=13$ . חשב אורך הקטע  $GI$ .

ט) כתוב את משוואת הישר העובר דרך הנקודות  $C$  ו- $E$ .

י) מהנקודה  $E$  הורידו אנך לציר ה- $x$ , החותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $F$ . מצא את השטח של הטרפז (המרובע)  $FCRE$ .

## תשובות:

### תרגיל 1.

א.  $E(-4,0)$ ,  $B(2,0)$ ,  $C(6,0)$ ,  $N(1,5)$ ,  $M(8,12)$ ,  $D(4,-4)$ ,  $K(0,4)$ ,  $A(0,12)$

ב.  $x > 6, x < 2$

ג.  $x > -4$

ד.  $P(7,5)$

ה. (1)  $x \geq 8, x \leq 0$  (2)  $1 < x < 7$  (3)  $x \leq 6$

ו.  $1 < x < 8$

ז.  $Y = 2x - 4$

ח. 36 יח"ש ט. 40 יח"ש י. 21 יח'

### תרגיל 2.

א.  $P(1,0)$ ,  $B(-2,0)$ ,  $C(5,0)$ ,  $N(0,-2)$ ,  $M(4,6)$ ,  $D(1.5,12.25)$ ,  $K(-3,-8)$ ,  $A(0,10)$

ב.  $x > 1$

ג. חיובית  $-2 < x < 5$  שלילית  $x < -2, x > 5$

ד. יורדת  $x > 1.5$  עולה  $x < 1.5$

ה. (1)  $-3 \leq x \leq 4$  (2)  $x > 4, x < -3$  (3)  $0 \leq x \leq 3$  (4)  $x > 6$

ו.  $KR=9$

ז.  $Y = -3x + 3$

ח. 81 יח"ש ט. 48 יח"ש י. 6 יח' י"א.  $x > 4, x < -1$

### תרגיל 3.

א.  $E(0,6)$ ,  $B(-4,2)$ ,  $C(-2,0)$ ,  $F(0,2)$ ,  $D(-6,0)$ ,  $A(2,8)$

ב.  $x > -6$

ג. חיובית  $x \neq 2$ , שלילית אף  $X$ .

ד. יורדת  $x < -2$  עולה  $x > -2$

ה. 8 יח'

ו. (1)  $x > 2, x < -4$  (2)  $-4 < x < 2$  (3)  $x \geq 2, x \leq -6$  (4)  $x < 2$

ז.  $S_{ARF} = 24, S_{CAR} = 32, S_{FDC} = 4$

ח.  $y = -x + 2$

ט. 24.5 יח'  $KI =$  י.  $Y = x + 14$  י"א.  $y = 2$  י"ב.  $x = -1$

#### תרגיל 4.

א.  $E(3,0), B(0,1), C(1,0), F(4,-3), D(2,1), A(0,-3)$

ב.  $x > 3, x < 1$

ג. חיובית  $x < 1$

ד. יורדת  $x > 2$  עולה  $x < 2$

ה.  $1 < x < 4$  (1)  $x \geq 4, x \leq 1$  (2)  $x \leq 4$  (3)  $x \geq 4, x \leq 0$  (4) 4 יח'

ז.  $S_{AEC} = 3, S_{ECF} = 4, S_{ABE} = 6$

ח.  $y = -\frac{1}{4}x + 1, y = -\frac{1}{4}x - 3$

ט. יח' י'  $Y = -x - 3$  י"א  $k < 1$  י"ב  $x = 3$

#### תרגיל 5.

י.  $E(-2,-1), B(-6,15), C(-3,0), F(1.5,0), D(-1,0), A(0,3)$

יא.  $x > 1.5$

יב. חיובית  $x < -3, x > -1$  שלילית  $-3 < x < -1$

יג. יורדת  $x < -2$  עולה  $x > -2$

יד.  $x < -6$  (1)  $x > 0, x < -6$  (2)  $-6 \leq x \leq 0$  (3)  $-4 \leq x \leq 0$  (4) 29 יח'

טו.  $S_{AFC} = 6.75, S_{BCF} = 33.25, S_{ACQ} = 43.5$

יז.  $y = \frac{2}{3}x + 19, y = \frac{2}{3}x + 3$  ט.  $Y = -1$  י' כל  $k < -1$

#### תרגיל 6.

א.  $A(-3;0), N(4;0), C(0;-2), K(0;-12), P(1;0), M(5;8), B(-2;-6), D(0.5;-12.25)$

ב.  $X < 1$

ג.  $X > 4, x < -3$

ד. עולה  $x > 0.5$ , יורדת  $x < 0.5$

ה.  $E(3;-6)$

ו.  $-2 < x < 5$  (1),  $-2 \leq x \leq 3$  (2),  $x < 6$  (3)

ז.  $S_{APM} = 16, S_{BEM} = 35$

ח.  $S_{PNEB} = 24$

ט.  $GH = 12$

י.  $y = x - 4$

יא.  $S_{PEBF} = 24$

#### תרגיל 7.

א.  $A(-1;-16), B(0;15), C(3;0), D(-5;0), P(0;5), K(-1\frac{2}{3}; 0)$

ב.  $x > -1\frac{2}{3}$

ג. שלילית  $-5 < x < 3$ , חיובית  $x > 3, x < -5$

ד. עולה  $x > -1$  יורדת  $x < -1$

ה.  $R(2;-7)$

ו.  $x \geq 5$  (1),  $x \leq -4$  (2),  $30 < x < 3$

ז.  $S_{ERA} = 27, S_{ERM} = 75$

ח.  $GI = 22$

ט.  $y = x - 3$  י.  $S_{FCRE} = 45$

1. נתונה פונקציה ריבועית  $f(x) = a(x - p)^2 + k$ .

ידוע כי פונקציה יורדת בתחום  $x > -4$ .

א. מהו סוג הקיצון של הפרבולה?

ב. ערך הקיצון שמקבלת הפונקציה הוא 7. רשום שיעורי נקודת הקיצון (הקודקוד).

ג. מהם ערכי הפרמטרים  $p, k$ ?

ד. נתונה משוואת ישר  $2x + y + 9 = 0$ . מצא נקודת החיתוך של הישר זה עם ציר ה-Y.

ה. גרף הפרבולה נפגש עם הישר הנ"ל על ציר ה-Y. הראה בעזרת החישוב כי  $a = -1$ .

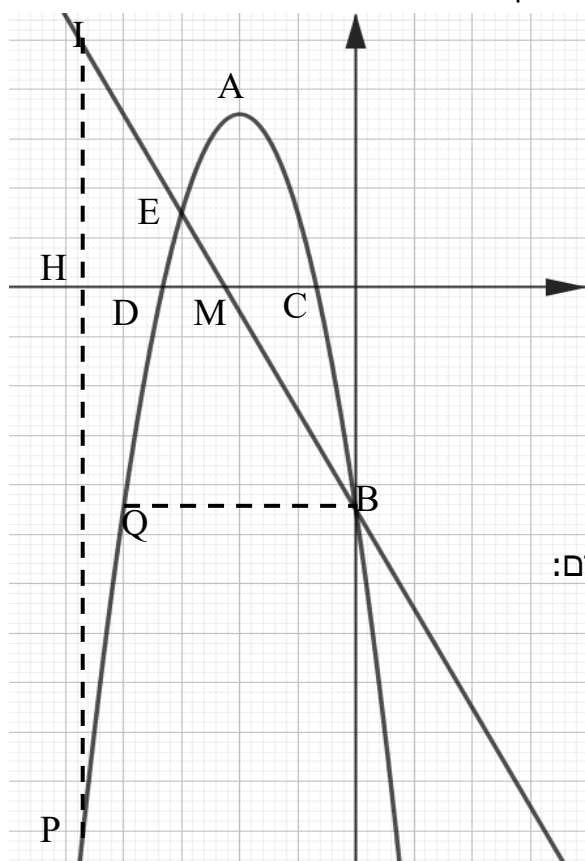
ו. רשום את משוואת הפרבולה.

ז. מצא נקודות החיתוך שלה עם ציר ה-X. (עגל עד 2 ספרות אחרי נק' עשרונית)

ח. במערכת הצירים הנתונה מטה, משורטט גרף של ישר מסעיף ד' המיצג את הפונקציה

$$g(x) = -2x - 9$$

הוסף לשרטוט את שיעורי הנקודות שמצאת בסעיפים הקודמים.



ט. מצא את שיעורי הנקודות E, M.

י. מצא תחום שבו מתקיימים שני התנאים:

פונקציה קווית שלילית ופונקציה ריבועית עולה.

יא. דרך נקודה B העבירו ישר המקביל לציר ה-x

ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה Q.

מצא את שיעורי נקודה Q.

יב. מצא את התחומים בהם מתקיימים אי השוויונים הבאים:

$$(1) f(x) < g(x)$$

$$(2) f(x) \leq -6$$

$$(3) g(x) > 3$$

יג. נתון  $IH = 9$ . חשב אורך הקטע PH.

יד. נתון ישר  $q = y$ . עבור אילו ערכי q ישר חותך את

הפרבולה:

(1) רק בנקודה 1 (2) בשתי נקודות מעל ציר ה-X.

2. נתונה פונקציה  $f(x) = a(x - p)^2 + k$ .

ידוע כי פונקציה יורדת בתחום  $x < 3$ .

א. מהו קודקוד הפרבולה?

ב. ערך הקיצון שמקבלת הפונקציה הוא  $(-16)$ . רשום שיעורי נקודת הקיצון (הקודקוד).

ג. מהם ערכי הפרמטרים  $p, k$ ?

ד. נתונה משוואת הישר  $-4x + 2y + 14 = 0$ . מצא נקודת החיתוך של הישר זה עם ציר ה-Y.

ה. גרף הפרבולה נפגש עם הישר הנ"ל על ציר ה-Y. הראה בעזרת החישוב כי  $a = 1$ .

ו. רשום את משוואת הפרבולה.

ז. מצא נקודות החיתוך שלה עם ציר ה-X.

ח. במערכת הצירים הנתונה מטה, משורטט גרף של ישר מסעיף ד' המיצג את הפונקציה

$g(x) = 2x - 7$  ואת הפרבולה הנתונה.

הוסף לשרטוט את שיעורי הנקודות שמצאת בסעיפים הקודמים.

ט. מצא את שיעורי הנקודות  $M, F$ .

י. מצא תחום שבו מתקיימים שני התנאים:

פונקציה קווית חיובית ופונקציה ריבועית עולה.

יא. דרך נקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה-x

ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה E.

מצא את שיעורי נקודה E.

יב. מצא את התחומים בהם מתקיימים אי השוויונים הבאים:

$$f(x) < g(x) \quad (4)$$

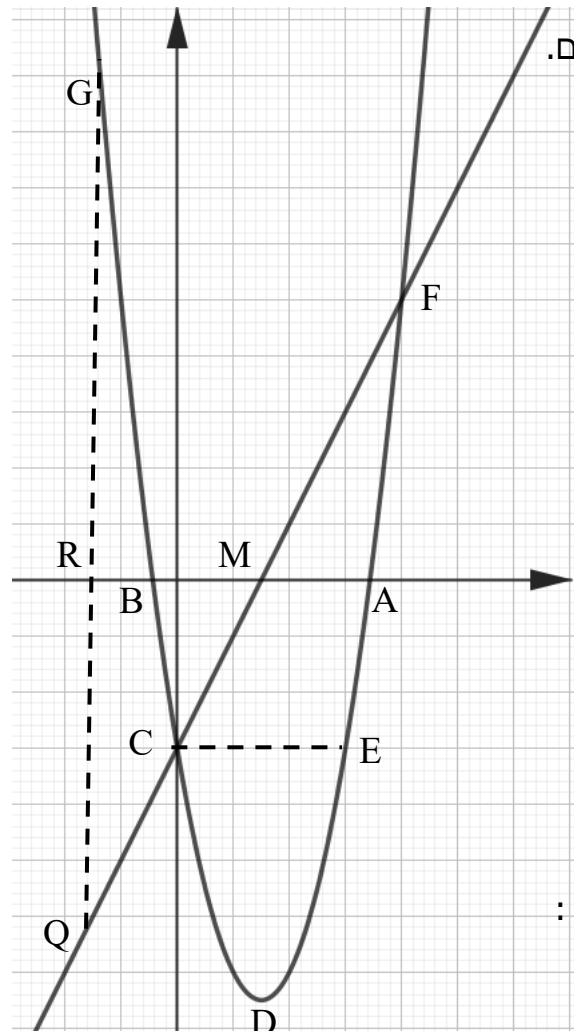
$$f(x) \leq -6 \quad (5)$$

$$g(x) > 3 \quad (6)$$

יג. נתון  $RG=9$ . חשב אורך הקטע GQ.

יד. נתון ישר  $y = q$ . עבור אילו ערכי  $q$  ישר חותך את הפרבולה:

(1) רק בנקודה 1 (2) בשתי נקודות מעל ציר ה-X.



1. נתונה הפונקציה  $g(x)$  שמוגדרת לכל  $x$ . בנקודה  $(3, -2)$  יש נקודת קיצון יחידה והיא מינימום.

א) קבע מה נכון ומה לא נכון. נמק את תשובתך!

1. הפונקציה עולה בתחום  $x > 3$  \_\_\_\_\_

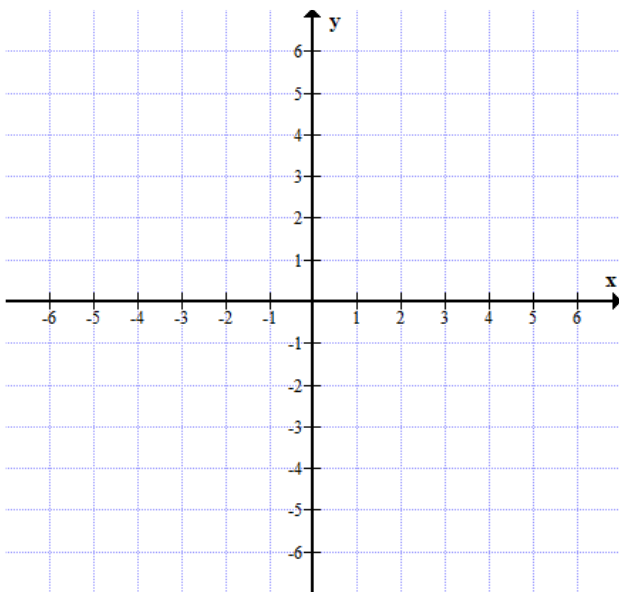
2. הפונקציה יורדת בתחום  $x < 3$  \_\_\_\_\_

3. גרף הפונקציה יכול לעבור בראשית הצירים \_\_\_\_\_

4. לפונקציה אין נקודות אפס \_\_\_\_\_

5. ישר  $y = -3$  יש שתי נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה \_\_\_\_\_

6. למשוואה  $y = -2$  יש פתרון יחיד. \_\_\_\_\_



2. א. מצא את נקודות אפס של

הפונקציה  $f(x) = (x+4)(x-2)(x-5)$ .

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה במערכת

צירים (רמז: בדוק באיזה תחום הפונקציה

שלילית ובאיזה תחום חיובית).

ג. הסבר מדוע יש לפונקציה לפחות נקודת

מינימום אחת ולפחות נקודת מקסימום

אחת.

נתונה הפונקציה  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$

הפונקציה מוגדרת לכל  $x$ .

א. מצא את נקודת החיתוך עם ציר ה- $y$ .

ב. מצא את נקודות החיתוך עם ציר ה- $x$ .

ג. האם ניתן לקבוע את תחומי החיוביות

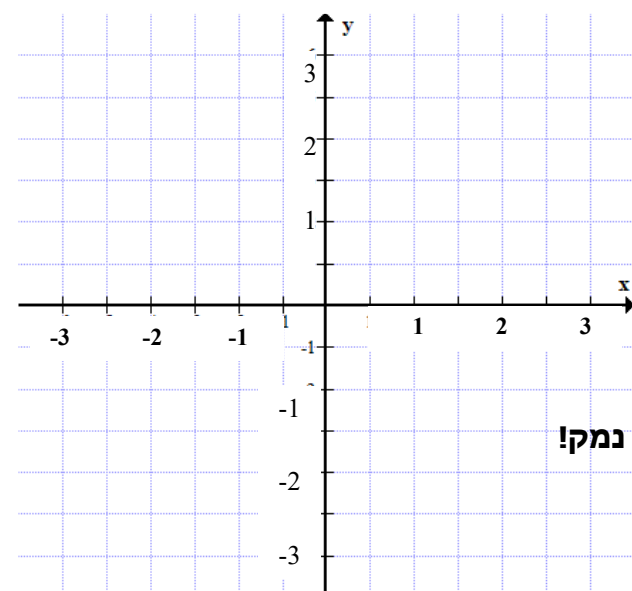
והשליליות של הפונקציה? **בנימק תעזר באלגברה!**

ד. נתון כי נקודה  $(0.45, 0.65)$  היא נקודת מקסימום

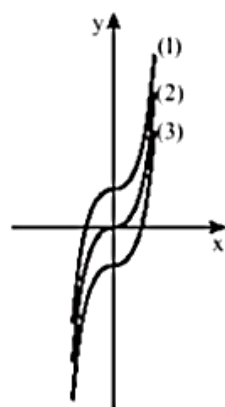
ונקודה  $(2.2, -2.1)$  היא נקודת מינימום.

האם ניתן לקבוע את תחומי העליה וירידה של הפונקציה? **נמק!**

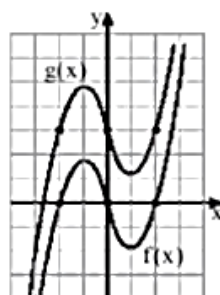
ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.





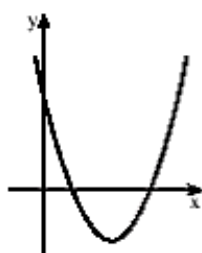


5. נתונות משוואות של שלוש פונקציות:  $h(x) = x^5 + 1$ ,  $g(x) = x^5 - 1$ ,  $f(x) = x^5$ .  
 לפניהם שלושה גרפים: (1), (2) ו-(3).  
 א. התאימו כל גרף לאחת המשוואות הנתונות.  
 ב. נועם מעוניין להזיז את הגרף של  $g(x)$ , כדי לקבל את הגרף של  $h(x)$ .  
 האם נכון לו להזיז את הגרף של  $f(x)$  במקביל לציר ה- $y$  או במאונך לציר ה- $y$ ? בכמה יחידות עליו להזיז את הגרף?  
 ג. נסמן:  $k(x) = x^5 + m$ . חשבו את ערך הפרמטר  $m$ , אם הנקודה (2;13) נמצאת על הגרף של  $k(x)$ .



6. לפניהם גרפים של שתי פונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .  
 כל משבצת היא יחידה אחת. נתון: הגרף של  $g(x)$  מתקבל על ידי הזזה אנכית של הגרף של  $f(x)$ .  
 א. נסמן:  $g(x) = f(x) + k$ . מהו הערך של  $k$ ?  
 ב. נתון:  $f(18) = 30$ . חשבו את  $g(18)$ .  
 ג. גיא טוען שההזזה אנכית אינה משנה את צורת הגרף, אלא רק את מיקומו במערכת הצירים. האם הוא צודק?

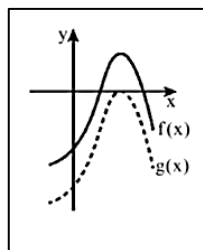
5. א. (1) -  $h(x)$ , (2) -  $f(x)$ , (3) -  $g(x)$ . ב. 2 יחידות במקביל לציר ה- $y$ , כלפי מעלה. ג.  $m = -19$ .  
 6. א.  $k = 3$ . ב.  $g(18) = 33$ . ג. גיא צודק.



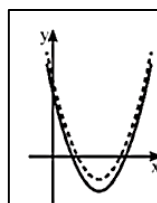
9. לפניהם גרף של פונקציה  $f(x)$ .  
 נקודת המינימום של הפונקציה היא  $(-3; 4)$ .  
 נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$  היא  $(0; 5)$ .  
 א. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g(x) = f(x) + 1$ .  
 ב. מהי נקודת המינימום של הפונקציה  $g(x)$ ?  
 ג. מהי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $y$ ?  
 ד. שרטטו באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה  $f(x)$  וסקיצה של הפונקציה  $g(x)$ .  
 ה. כמה נקודות אפס יש לפונקציה  $g(x)$ ? אין צורך למצוא את שיעורי הנקודות (אם ישנן).  
 ו. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .  
 ז. יואב טוען שההזזה אנכית אינה משנה את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה. האם הוא צודק?  
 ח. האם גרף הפונקציה  $h(x) = 1 + f(x)$ , זהה לגרף הפונקציה  $g(x) = f(x) + 1$ ? ענו ללא חישובים.  
 ט. לגרף הפונקציה  $i(x) = f(x) + k$  יש נקודת מינימום הנמצאת על ציר ה- $x$ . מהו הערך של  $k$ ?



10. לפניהם גרף של פונקציה  $f(x)$ . נקודת המקסימום של הפונקציה היא  $(4; 5)$ .  
 נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$  היא  $(0; -6)$ .  
 הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g(x) = f(x) - 4$ .  
 א. מהי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ?  
 ב. מהי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $y$ ?  
 ג. שרטטו באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה  $f(x)$  וסקיצה של הפונקציה  $g(x)$ .  
 ד. קבעו עבור כל טענה האם היא נכונה:  
 (1) ההזזה אנכית משנה את שיעור ה- $x$  של נקודת המקסימום.  
 (2) ההזזה אנכית משנה את שיעור ה- $y$  של נקודת המקסימום.  
 ה. מגדירים פונקציה  $h(x)$ , המקיימת  $h(x) = f(x) + c$ .  
 (1) רשמו ערך של  $c$ , כך שהפונקציה  $h(x)$  תהיה שלילית עבור כל ערך של  $x$ .  
 כמה אפשרויות תוכלו לרשום?  
 (2) מהו תחום הערכים של  $c$ , כך שהפונקציה  $h(x)$  תהיה שלילית עבור כל ערך של  $x$ ?

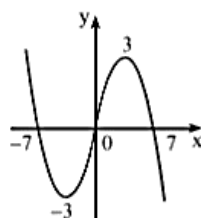


10. א. (5;0) מקסימום.  
 ב. (0;-10).  
 ד. (1) הטענה אינה נכונה.  
 (2) הטענה נכונה.  
 ה. (1)  $c = -7$ . ישנן אינסוף אפשרויות.  
 (2)  $c < -4$ .



9. א. עלייה:  $x > 4$ , ירידה:  $x < 4$ .  
 ב. (4;-2) מינימום.  
 ג. (0;6).  
 ה. שתי נקודות אפס.  
 ו. עלייה:  $x > 4$ , ירידה:  $x < 4$ .  
 ז. יואב צודק. ח. כן. ט.  $k = 3$ .

9. לגרף הפונקציה  $f(x)$ , המתואר בציור, יש נקודות קיצון כאשר  $x = 3$  וכאשר  $x = -3$ ,



ונקודות חיתוך עם ציר ה- $x$  כאשר  $x = 7$ ,  $x = 0$  ו- $x = -7$ .

הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g(x) = f(x+4)$ .

א. מהם שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ ?

ב. רשמו את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבעו את סוג הקיצון.

ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

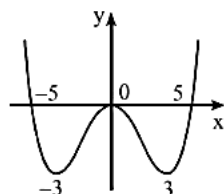
ד. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $g(x)$ .

ה. האם גרף הפונקציה  $g(x) = f(4+x)$  זהה לגרף הפונקציה  $g(x) = f(x+4)$ ?

ו. דותן טוען שהזזה אופקית אינה משנה את נקודות האפס, ואינה משנה את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציה. האם הוא צודק?

ז. לפונקציה  $h(x) = f(x-a)$  יש נקודת קיצון שעל ציר ה- $y$ . מצאו שתי אפשרויות לערך של  $a$ .

10. לגרף הפונקציה  $f(x)$ , המתואר בציור, יש נקודות קיצון כאשר  $x = 3$  ו- $x = -3$ , ונקודות אפס עבור  $x = 5$  ו- $x = -5$ .



א. היעזרו בנתונים שעל הציור ומצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

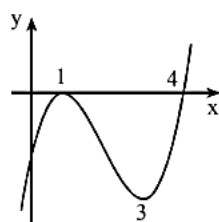
ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x) = f(x-1)$ .

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .

ד. מצאו את התחומים שבהם  $f(x)$  עולה וגם  $g(x)$  יורדת.

ה. קרן טוענת שהזזה אופקית משנה את מספר נקודות הקיצון ואת שיעורי נקודות הקיצון. האם היא צודקת?

11. לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות קיצון כאשר  $x = 1$  ו- $x = 3$ , ונקודות אפס עבור  $x = 1$  ו- $x = 4$ .



א. הפונקציה  $h(x)$  מקיימת:  $h(x) = f(x-a)$ .

(1) מצאו את הערך של  $a$ , אם לפונקציה  $h(x)$  יש נקודת מינימום כאשר  $x = 5$ .

(2) עבור הערך של  $a$ , שמצאתם בתת סעיף א(1), מצאו את שיעור ה- $x$  של נקודת המקסימום של  $h(x)$ .

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x) = f(x+2)$ .

ג. סמנו על הגרף את נקודות האפס של הפונקציה.

נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ , ונסמן ב- $S_1$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ . האם  $S_1$  גדול מ- $S$ , קטן ממנו או שווה לו?

9. א. עלייה:  $x > 3$  או  $-3 < x < 0$ , ירידה:  $0 < x < 3$  או  $x < -3$ .

ג. עלייה:  $x > 4$  או  $-2 < x < 1$ , ירידה:  $1 < x < 4$  או  $x < -2$ .

ד.  $3 < x < 4$  או  $-3 < x < -2$ .

ה. קרן לא צודקת.

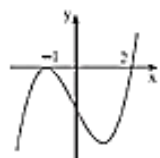
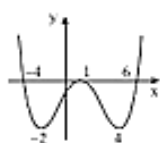
א. (3;0), (-4;0), (-11;0).

ב.  $x = -7$  מקסימום,  $x = -11$  מינימום.

ד. חיוביות:  $-4 < x < 3$  או  $x < -11$ , שליליות:  $x > 3$  או  $-11 < x < -4$ .

ה. כן. ו. דותן לא צודק.

ז.  $a = 3$  או  $a = -3$ .



11. א. (1)  $a = 2$ .

(2)  $x = 3$ .

ג. שווה לו.



6. נתונות משוואות של שתי פונקציות:  $f(x) = (x+1)(x+5)^4$ ,  $g(x) = (x+1)^4(x+5)$ .

א. (1) מצאו את נקודות האפס של כל פונקציה.

(2) קבעו עבור כל נקודת אפס שמצאתם בסעיף א',

האם היא נקודת חיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ ,

או שהיא נקודת קיצון של הפונקציה

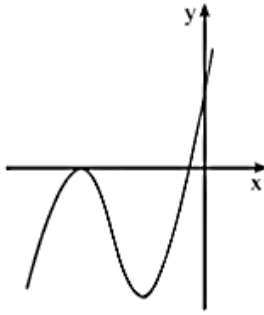
(שבה גרף הפונקציה משיק לציר ה- $x$ ).

ב. בשרטוט שמשמאל מתואר גרף של פונקציה.

היעזרו בתשובותיכם לסעיפים קודמים, וקבעו אילו

מהפונקציות הנתונות מתוארת על ידי הגרף הנתון. נמקו.

ג. מצאו לאילו ערכי  $x$  מתקיים  $f(x) < 0$ .



9. בשרטוט שלפניכם נתון גרף של פונקציה.

כל משבצת היא יחידה אחת.

נתונים שני ייצוגים אלגבריים:

$$g(x) = x^2(x+1)(x-2), \quad f(x) = x(x+1)(x-2)$$

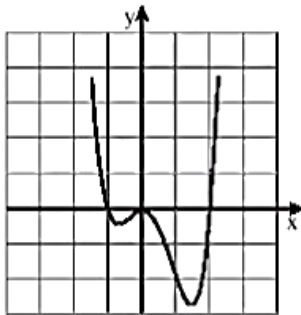
אחד הייצוגים מתאים לגרף הנתון.

א. מצאו את שיעורי נקודות האפס

של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

ב. קבעו איזה ייצוג אלגברי מתאים

לגרף הנתון. ג. כמה פתרונות יש למשוואה  $2 \cdot g(x) + 2 = 0$ .



11. נתונות משוואות של ארבע פונקציות:  $f(x) = x^2(x-2)$ ,  $g(x) = x(2-x)^2$

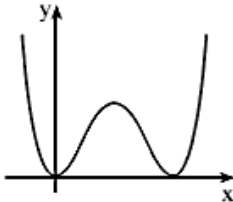
$$h(x) = x^2(x-2)^2, \quad i(x) = -x^2(x-2)^2$$

א. לכל ארבע הפונקציות יש אותן נקודות אפס.

מצאו את שיעורי נקודות האפס הללו.

ב. לפניכם גרף של פונקציה, המתאים לאחת המשוואות הנתונות.

התבוננו בגרף, וקבעו איזו משוואה הוא מתאר.



6. א. (1)  $(-1;0)$ ,  $(-5;0)$ , (2)  $(-1;0)$  נקודת חיתוך,  $(-5;0)$  נקודת קיצון. ב.  $f(x)$ .

ג.  $-1 < x < -5$  או  $x < -5$ .

9. א.  $f(x)$ :  $(2;0)$ ,  $(0;0)$ ,  $(-1;0)$ .  $g(x)$ :  $(2;0)$ ,  $(0;0)$ ,  $(-1;0)$ . ב.  $g(x)$ .

ג. שני פתרונות. ד. ארבעה פתרונות.

11. א.  $(0;0)$ ,  $(2;0)$ . ב.  $h(x)$ .

# אלגברה



חובה לפתור את התרגילים המסומנים ב-

## משוואות ממעלה שניה

- 1)  $\frac{3}{x^2+3x} - \frac{1}{3-x} = \frac{6}{x^2-9}$   $x \neq 0$
- 2)  $\frac{x+2}{4x^2-1} - \frac{4x-1}{2x+1} = \frac{x}{2x-1} - 1$   $x = 0, x = 1$
- 3)  $\frac{3}{2x-4} - \frac{3x}{x^2-4} + \frac{2x+1}{2x+4} = 0$   $x = 1, x = 2$
- 4)  $\frac{1}{(x-5)^2} + \frac{x-3}{3(x-5)} = 5$   $x = 6, x = 4\frac{1}{7}$
- 5)  $\frac{1}{(x+3)^2} + \frac{5}{x-3} - \frac{x+2}{x^2-9}$   $x = -2, x = -45$
- 6)  $\frac{2x+1}{2x-3} + \frac{7x}{9-4x^2} = 1 + \frac{x-4}{2x+3}$   $x = 0, x = 6$
- 7)  $\frac{x+1}{6x-4} + \frac{x+4}{3x+2} = 4 - \frac{10}{9x^2-4}$   $x = 1, x = -\frac{38}{63}$
- 8)  $\frac{x-6}{x^2-25} - \frac{11}{x+5} = 1 + \frac{x}{15-3x}$   $x = 6, x = -18.5$
- 9)  $\frac{x+1}{2x-3} - \frac{7}{2x+3} = \frac{5x+4}{4x^2-9}$   $x = 2, x = 5$
- 10)  $5 - \frac{45}{4x^2-1} = \frac{3}{2x-1} - \frac{39}{2x+1}$   $x = 1, x = -4\frac{3}{5}$

במשוואות הבאות תיעזר/י בפירוק של תרינום ארוך על מנת למצוא מכנה משותף:

רק עבור התלמידים שמעוניינים להמשיך ב-5 יחל

|     |                                                                         |                   |
|-----|-------------------------------------------------------------------------|-------------------|
|     |                                                                         |                   |
| 11) | $\frac{60}{2x^2+x-3} - \frac{60}{2x^2-x-6} = \frac{15}{2-x}$            | $x = 1.5, x = -3$ |
| 12) | $\frac{4x-3}{2x^2-3x+1} - \frac{8}{4x^2-1} = \frac{6x-5}{2x^2-x-1}$     | $x = 1.5, x = 0$  |
| 13) | $\frac{14}{2x^2+4x-30} + \frac{9}{x^2+4x-21} = \frac{126}{-x^2-12x-35}$ | $x = -3.8, x = 5$ |
| 14) | $\frac{4x+3}{x^2-x-6} - \frac{x}{3-x} = \frac{1}{x+1}$                  |                   |

## פתרון משוואות ע"י פירוק לגורמים.



חובה לפתור את התרגילים המסומנים ב-

1)  $x^2 - 5x = 0$

$x = 0, x = 5$

2)  $6x^2 - 3x = 0$

$x = 0, x = \frac{1}{2}$

3)  $(x - 4)(5 + x) = 0$

$x = 4, x = -5$

4)  $8x^3 - 24x^2 = 0$

$x = 0, x = 3$

5)  $4x^4 + 14x^3 = 0$

$x = 0, x = -3.5$

😊 6)  $(5 - x)(2 + x)(x - \frac{3}{4}) = 0$

$x = 5, x = -2, x = \frac{3}{4}$

7)  $(15 - x)(x^2 - 4) = 0$

$x = 15, x = 2, x = -2$

😊 8)  $(9 - x^2)(x + 13) = 0$

$x = 3, x = -3, x = -13$

😊 9)  $x^7 - 4x^5 = 0$

$x = 0, x = 2, x = -2$

14)  $x^4 + 6x^3 + 9x^2 = 0$

$x = 0, x = -3$

😊 15)  $x^5 + 8x^4 + 15x^3 = 0$

$x = -5, x = -3, x = 0$

😊 16)  $3x^4 + x^3 - 12x^2 - 4x = 0$

$x = 0, x = -\frac{1}{3}, x = \pm 2$

17)  $x^4 + x^3 + x + 1 = 0^4$

$x = -1$

😊 18)  $(-2x^2 - 3x + 2)(x + 1) = 0$

$x = \frac{1}{2}, x = -1, x = -2$

😊 19)  $(x^2 - 2x - 8)(x^2 - 2x - 3) = 0$

$x = 3, -1, 2, -4$

20)  $(x^2 + 5x)(-2x^2 + 6x - 5) = 0$

$x = 0, x = -5$

## פתרון משוואות ע"י הצבה\_ רק עבור התלמידים שמעוניינים להמשיך ב-5 יחל

**דוגמא 1:**  $(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3 = 0$

1. יש לשים לב כי בתרגיל זה קיים ביטוי החוזר על עצמו פעמיים. לכן, נבחר לסמן אותו ב-  $t$ .  
 $x^2 - 2x = t$

2. נציב במשוואה ונקבל משוואה חדשה עם נעלם  $t$ :

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

3. ניתן לפתור את המשוואה בעזרת פירוק של תרינום לגורמים:

$$(t - 3)(t + 1) = 0$$

$$t = 3 \quad t = -1$$

4. נציב את ערך ה-  $t$  בביטוי של שלב 1:

$$x^2 - 2x = 3$$

$$או \quad x^2 - 2x = -1$$

5. נפתור כל אחד מהמשוואות:

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$(x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = 3 \quad x = -1$$

$$x = 1$$

**דוגמא 2:**  $(x^2 + x)(x^2 + x + 10) = 24$

6. יש לשים לב כי בתרגיל זה קיים ביטוי החוזר על עצמו פעמיים. לכן, נבחר לסמן אותו ב-  $t$ .  
 $x^2 + x = t$

7. נציב במשוואה ונקבל משוואה חדשה עם נעלם  $t$ :

$$t(t + 10) = 24$$

8. נפתח סוגריים ונפתור את המשוואה בעזרת פירוק של תרינום לגורמים:

$$t^2 + 10t - 24 = 0$$

$$(t + 12)(t - 2) = 0$$

$$t = -12 \quad t = 2$$

9. נציב את ערך ה-  $t$  בביטוי של שלב 1:

$$x^2 + x = 12$$

$$או \quad x^2 + x = 2$$

10. נפתור כל אחד מהמשוואות:

$$x^2 + x + 12 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-47}}{2}$$

$$(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$x = -2 \quad x = 1$$

אין פתרון

במידה ולא ניתן לפרק תרינום, ניעזר בנוסחת השורשים:

פתור/י את המשוואות הבאות בשיטת ההצבה:

רק עבור התלמידים שמעוניינים להמשיך ב-5 יחל

1.  $(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12 = 0$
2.  $(x^2 + 3x)^2 - 14(x^2 + 3x) + 40 = 0$
3.  $(2x^2 - 5x)^2 - 2x^2 + 5x - 6 = 0$
4.  $(x^2 + 2x - 1)^2 - 9(x^2 + 2x - 1) + 14 = 0$
5.  $(x^2 - 6x + 3)^2 + 7(x^2 - 6x + 3) + 10 = 0$
6.  $\left(x + \frac{6}{x}\right)^2 - 12\left(x + \frac{6}{x}\right) + 35 = 0$
7.  $2\left(x + \frac{1}{x-1}\right)^2 - 3\left(x + \frac{1}{x-1}\right) - 9 = 0$
8.  $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 1) + 3 = 0$
9.  $(x^2 + x)(x^2 + x + 10) = 24$
10.  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 = 0$
11.  $(2x^2 - 7x)^2 + 2x^2 - 7x = 20$
12.  $\left(\frac{x^2+12}{x}\right)^2 + 15\left(\frac{x^2+12}{x}\right) + 56 = 0$

תשובות:

- 1) -2,3,-1,2
- 2) -5,2,-4,1
- 3) 0.5,2,-0.5,3
- 4) -4,2,-3,1
- 5) 5,1,4,2
- 6) 1,6,2,3
- 7) 2,0.5,-1
- 8) 1,-1,-2
- 9) 1,-2
- 10) 1
- 11) -0.5,1,4,2.5

פתרון משוואות ע"י צימצום.

(פרק לגורמים את המונה ואת המכנה וצמצם את השבר)

|    | משוואה                             | תשובות          |
|----|------------------------------------|-----------------|
| 1. | $\frac{x^3 - 9x}{x - 3} = 10$      | $x = -5, x = 2$ |
| 2. | $\frac{x^3 - 4x}{x + 2} = 3$       | $x = -1, x = 3$ |
| 3. | $\frac{x^2 - 4}{x + 2} = x^2 - 14$ | $x = -3, x = 4$ |

רק עבור  
התלמידים  
שמעוניינים  
להמשיך ב-5 יחל

**רק עבור התלמידים שמעוניינים להמשיך ב-5 יחל**



**חובה לפתור את התרגילים המסומנים ב-**

**משוואות דו-ריבועיות.** (להיעזר בהצבת  $t$  במקום  $x^2$ )

- |                                       |                                         |
|---------------------------------------|-----------------------------------------|
| 😊 1) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$           | $x = \pm 3, x = \pm 2$                  |
| 2) $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$              | $x = \pm 2$                             |
| 3) $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$              | $x = \pm 3$                             |
| 4) $x^4 - 21x^2 + 80 = 0$             | $x = \pm 4, x = \pm \sqrt{5}$           |
| 😊 6) $3x^4 - 8x^2 + 5 = 0$            | $x = \pm 1, x = \pm \sqrt{\frac{5}{3}}$ |
| 😊 7) $x^2(x^2 - 9) + 5 = x^2 - 4$     | $x = \pm 1, x = \pm 3$                  |
| 😊 8) $\frac{x^2+2}{x^2-2} = 2x^2 - 5$ | $x = \pm 1, x = \pm 5$                  |

**משוואות ממעלה שנייה ומעלה- סיכום.**

בחר/י באחד מהשיטות המתאימות לפתרון המשוואה: פירוק לגורמים, צמצום, הצבת  $t$ .

| משוואות                                                     | תשובות                               |
|-------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $x^2 - 5x = 0$ 😊                                         | $x = 0, 5$                           |
| 2) $3x^4 - 8x^2 + 5 = 0$ 😊                                  | $x = \pm 1, \pm \sqrt{\frac{5}{3}}$  |
| 3) $(\frac{x^2+12}{x})^2 - 15(\frac{x^2+12}{x}) + 56 = 0$ 😊 | $x = 6, 2, 4, 3$                     |
| 4) $(9 - x^2)(x + 13) = 0$                                  | $x = 3, x = -3, x = -13$             |
| 5) $\frac{x^3 - 9x}{x - 3} = 10$ 😊                          | $x = 2, x = -5$                      |
| 6) $(t^2 - 2t)^2 - 11(t^2 - 2t) + 24 = 0$                   | $t = 3, -1, 4, -2$                   |
| 7) $x^5 + 8x^4 + 15x^3 = 0$ 😊                               | $x = -5, x = -3, x = 0$              |
| 8) $\frac{x^2 - 4}{x + 2} = x^2 - 14$                       | $x = 4, -3$                          |
| 9) $(x^2 - 2x - 8)(x^2 - 2x - 3) = 0$                       | $x = 3, -1, 2, -4$                   |
| 10) $x^4 - 21x^2 + 80 = 0$                                  | $x = \pm 4, x = \pm \sqrt{5}$        |
| 11) $(x + \frac{4}{x})^2 - (x + \frac{4}{x}) - 20 = 0$ 😊    | $x = -1, -4, 2$                      |
| 12) $3x^4 + x^3 - 12x^2 - 4x = 0$ 😊                         | $x = 0, x = -\frac{1}{3}, x = \pm 2$ |



## שיטות שונות לפתרון מערכת משוואות

פיתרון בשיטת השוואת מקדמים. - גם לתלמידי 4,5 יחל (חובה לפתור כל תרגיל אי זוגי)

| מס'      | תרגיל                                                     | תשובה   | מס'      | תרגיל                                                      | תשובה    |
|----------|-----------------------------------------------------------|---------|----------|------------------------------------------------------------|----------|
| <b>1</b> | $\begin{cases} 3x - 4y = 32 \\ 3x + 7y = 10 \end{cases}$  | (8, -2) | <b>4</b> | $\begin{cases} 7x - 5y = 2 \\ -10x + 9y = 12 \end{cases}$  | (6, 8)   |
| <b>2</b> | $\begin{cases} -4x - 3y = 10 \\ 2x - y = -20 \end{cases}$ | (-7, 6) | <b>5</b> | $\begin{cases} 5x + 7y = -12 \\ -4y + 9x = -5 \end{cases}$ | (-1, -1) |
| <b>3</b> | $\begin{cases} 7x - 2y = 13 \\ -3x + 4y = 7 \end{cases}$  | (3, 4)  | <b>6</b> | $\begin{cases} 7x - 9y = 10 \\ 11x - 12y = 20 \end{cases}$ | (4, 2)   |

פתרון מערכת משוואות (כולל מציאת מ"מ בתהליך הפישוט) - חובה

| מס'      | תרגיל                                                                                                      | תשובה   | מס'      | תרגיל                                                                                                      | תשובה   |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| <b>1</b> | $\begin{cases} \frac{x-3y}{4} - \frac{x-y}{5} = -y \\ \frac{x+y}{8} - \frac{x-3y}{6} = -1 \end{cases}$     | (9, -1) | <b>4</b> | $\begin{cases} \frac{3x+y}{6} - \frac{2x-4}{5} = 1 \\ \frac{x-1}{3} - \frac{y+9}{-2} = -(y-2) \end{cases}$ | (7, -3) |
| <b>2</b> | $\begin{cases} \frac{y-x}{4} - \frac{y-1}{3} = x+1 \\ \frac{3+y}{5} + \frac{y-3x}{2} = y \end{cases}$      | (-1, 7) | <b>5</b> | $\begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{5y+8}{4} = 5 \\ \frac{2x+1}{7} = y - \frac{4y+1}{3} \end{cases}$       | (3, -4) |
| <b>3</b> | $\begin{cases} \frac{3x+y}{6} - \frac{2x-4}{5} = 1 \\ \frac{x-1}{3} - \frac{y+9}{-2} = -(y-2) \end{cases}$ | (7, -3) | <b>6</b> | $\begin{cases} \frac{2(x-3)}{7} + \frac{y-2}{4} = \frac{4x-5}{14} \\ 3(2y-x) - 2y + 14 = 0 \end{cases}$    | (10, 4) |

# אי שוויונים.

**כל הנושא "אי שוויונים" הוא רק ל-5 יח"ל**

**שלבי עבודה:**

1. לאפס אגף הימני של אי שוויון
  2. מצא נקודות אפס של הביטוי באגף שמאלי (ע"י פירוק לגורמים או פתרון משוואה)
  3. סמן את נקודות האפס על ציר המספרים לפי הסדר.
  4. אם סימן של אי שוויון הוא  $\leq$  או  $\geq$  סמן נקודות אפס בנקודה מלאה, אם לא – אז בנקודה ריקה.
  5. בדוק סימן של הביטוי ע"י הצבת מספר כל שהו מהתחום הנבדק
  6. בחר את התחומים בהם התקבל סימן שמתאים לסימן של אי שוויון. ורשום את התוצאה.
- ❖ באי שוויון רציאונלי צריך לסמן על הציר גם נקודות אפס של המכנה ותמיד בנקודה ריקה.

## דוגמא 1

$$x^3 - 8x^2 + 15x \geq 0$$

1. נפרק לגורמים את האגף השמאלי:

$$x(x^2 - 8x + 15) \geq 0$$

$$x(x - 3)(x - 5) \geq 0$$

נקודות אפס הן:

$$x = 0 \quad x = 3 \quad x = 5$$

2. נסמן אתן על ציר המספרים בנקודה מלא כי :

3. נבדוק סימן של הביטוי ע"י הצבת מספר מכל תחום:

• עבור  $x < 0$  נציב (-1):

$$(-)(-)(-) = -$$

• עבור  $0 < x < 3$  נציב 1:

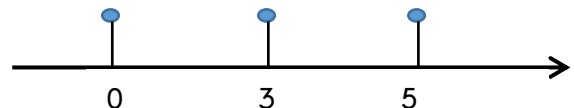
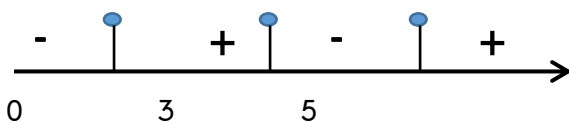
$$(+)(-)(-) = +$$

• עבור  $3 < x < 5$  נציב 4:

$$(+) (+)(-) = -$$

• עבור  $x > 5$  נציב 6:

$$(+) (+)(+) = +$$



4. תחומים המתאימים לסימן של אי שוויון

הם אלה שבהם התקבל +.

לכן, הפתרונות הם:

$$0 \leq x \leq 3, \quad x \geq 5$$



**תרגילים – גם ל-4 וגם ל-5 יחל חובה לפתור את כל התרגילים האי זוגיים. אי שוויונים ריבועיים:**

| מס' | תרגיל                  | תשובה                      | מס' | תרגיל                    | תשובה                |
|-----|------------------------|----------------------------|-----|--------------------------|----------------------|
| 1   | $x^2 - 2x - 15 < 0$    | $-3 < x < 5$               | 8   | $3x^2 - 48 > 0$          | $x < -4 \quad x > 4$ |
| 2   | $x^2 - 6x + 5 > 0$     | $x < 1 \quad x > 5$        | 9   | $x^2 - 20x + 100 \leq 0$ | $x=10$               |
| 3   | $-x^2 - x + 20 \leq 0$ | $x \leq -5 \quad x \geq 4$ | 10  | $x^2 + 4x + 3 \leq 0$    | $-3 \leq x \leq -1$  |
| 4   | $x^2 - 4x \geq 0$      | $x \leq 0 \quad x \geq 4$  | 11  | $-x^2 + 10x - 21 > 0$    | $x > 7, x < 3$       |
| 5   | $4x^2 - 20x + 25 < 0$  | אף X                       | 12  | $x^2 + 8x + 16 \geq 0$   | כל X                 |
| 6   | $x^2 - 4x + 4 > 0$     | $x \neq 2$                 | 13  | $2x^2 + 18 \leq 0$       | אף X                 |
| 7   | $-x^2 - 5 < 0$         | כל X                       | 14  | $-x^2 + 10x - 25 < 0$    | $x \neq 5$           |

**אי שוויונים ממעלה שלישית ומעלה: חובה רק ל-5 יח"ל**

| מס' | תרגיל                   | תשובה                        | מס' | תרגיל                         | תשובה                         |
|-----|-------------------------|------------------------------|-----|-------------------------------|-------------------------------|
| 1   | $x^3 - 10x^2 + 25x > 0$ | $x \neq 5 \quad x > 0$       | 5   | $(x-4)^2(x-2)(x-7) < 0$       | $2 < x < 7, x \neq 4$         |
| 2   | $x^4 - 4x^2 \geq 0$     | $x = 0, x \leq -2, x \geq 2$ | 6   | $(2x^2 - 5x + 2)(x-2) \leq 0$ | $x \leq 0.5, 2 \leq x \leq 7$ |
| 3   | $(x-4)^2(1-x) \geq 0$   | $x = 4, x \leq 1$            | 7   | $(x^2 - 2x + 1)(x-7) < 0$     | $x \neq 1, x < 7$             |
| 4   | $x^4 - 81 > 0$          | $x < -3 \quad x > 3$         |     |                               |                               |

**אי שוויונים רציונליים: (חשב! אסור לבטל מכנה משותף!) חובה רק ל-5 יח"ל**

| מס' | תרגיל                           | תשובה                  | מס' | תרגיל                                       | תשובה                      |
|-----|---------------------------------|------------------------|-----|---------------------------------------------|----------------------------|
| 1   | $\frac{x-6}{4(x+2)} \geq 0$     | $x \geq 6, x < -2$     | 5   | $\frac{x^2 - 2x + 1}{x-7} < 0$              | $x < 7, x \neq 1$          |
| 2   | $\frac{x^2 - 7x + 10}{x+1} > 0$ | $x > 5, -1 < x < 2$    | 6   | $\frac{1-x^2}{25-10x+x^2} < 0$              | $x < -1, x > 1, x \neq 5$  |
| 3   | $\frac{1-x}{x^2-x-6} \leq 0$    | $x > 3, -2 < x \leq 1$ | 7   | $\frac{x^2 - 15x + 36}{x^2 - x - 6} \leq 0$ | $x \neq 3, -2 < x \leq 12$ |
| 4   | $\frac{8}{x^2 - 6x + 8} < 0$    | $2 < x < 4$            | 8   | $\frac{x^2 - 10x + 21}{x^2 - 4x + 7} < 0$   | $3 < x < 7$                |

# שברים אלגבריים

(רק עבור תלמידים המעוניינים להמשיך ב-5 יח.)

נושא ללמידה עצמית. מבוסס על נושא "פירוק לגורמים"

הגדרה: שבר שהמונה והמכנה שלו הם תבניות מספר נקרא שבר אלגברי. למשל:

$$\frac{7y-y^3c}{c^2+3y}, \quad \frac{x+3}{2x}, \quad \frac{5-a^3}{7a+4}$$

שגיאה! הסימניה אינה מוגדרת.

**צימצום שברים אלגבריים . (כמו צמצום שברים פשוטים)**  
שלבי עבודה:

1. פרק את המונה וגם את המכנה (אם ניתן) לגורמים בדרך המתאימה.
2. צמצם את השבר בגורם המשותף שמופיע גם במונה וגם במכנה.
3. רשום את התוצאה.

**שימו לב! כל עוד מונה ומכנה לא מפורקים לגורמים – לא ניתן לבצע צמצום!**

**דוגמא 1:** נתון שבר אלגברי:  $\frac{6m^2-2m}{36m^2-4}$

1. נפרק לגורמים את המונה ואת המכנה:

במונה ניתן להוציא ג"מ  $2m$  ואז במונה נקבל:  $2m(3m-1)$

ובמכנה ניתן קודם להוציא ג"מ  $4$   $4(9m^2-1)$

ואז לפרק לפי הפרש ריבועים  $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ :

$$4(9m^2-1)=4(3m-1)(3m+1)$$

2. נרשום כל הפירוקים בתוך השבר הנתון:

$$\frac{6m^2-2m}{36m^2-4} = \frac{2m(3m-1)}{4(9m^2-1)} = \frac{2m(3m-1)}{4(3m-1)(3m+1)}$$

3. ניתן לראות שגם במונה וגם במכנה מופיע אותו גורם  $(3m-1)$

לכן, מותר לנו לצמצם את השבר בגורם זה.

$$\frac{6m^2-2m}{36m^2-4} = \frac{2m(3m-1)}{4(9m^2-1)} = \frac{2m\cancel{(3m-1)}}{4\cancel{(3m-1)}(3m+1)} = \frac{2m}{4(3m+1)}$$

**דוגמא 2:**  $\frac{a^2-5a+6}{2a^3-8a}$

1. נפרק לגורמים את המונה ואת המכנה:

המונה ניתן לפרק כתרינום:  $a^2-5a+6=(a-2)(a+3)$  ובמכנה קודם להוציא ג"מ  $2a$

$$\frac{a^2-5a+6}{2a^3-8a} = \frac{(a-2)(a+3)}{2a(a^2-4)}$$

ואז נמשיך לפרק את המכנה לפי הפרש ריבועים:  $a^2-4=(a-2)(a+2)$

$$\frac{a^2-5a+6}{2a^3-8a} = \frac{(a-2)(a+3)}{2a(a^2-4)} = \frac{(a-2)(a+3)}{2a(a-2)(a+2)}$$

2. רואים כי גם במונה וגם במכנה מופיע גורם משותף  $(a-2)$ , לכן, נצמצם בו:

$$\frac{a^2 - 5a + 6}{2a^3 - 8a} = \frac{(a-2)(a+3)}{2a(a^2-4)} = \frac{\cancel{(a-2)}(a+3)}{2a\cancel{(a-2)}(a+2)} = \frac{a+3}{2a(a+2)}$$

**צמצם שברים אלגבריים. (מומלץ להיעזר בשלבי עבודה ודוגמאות)**

1.  $\frac{2xy+2}{3x^2}$

2.  $\frac{3x^2y+6x^3}{3x^2}$

3.  $\frac{m^3+m^2}{m+1}$

4.  $\frac{xy+xc}{x^2}$

5.  $\frac{3m^2-3my}{m-y}$

6.  $\frac{12a^2b+6ab^2}{2a+b}$

7.  $\frac{m^3-m}{m}$

8.  $\frac{2x-2y}{2}$

9.  $\frac{6a^3-6ab^3}{a^3-b^3}$

10.  $\frac{d^3c^3+d^2c^2+dc}{5dc^2}$

11.  $\frac{4x^2-4}{x^2+2x-3}$

12.  $\frac{x^2+2x-15}{x^2+6x+5}$

13.  $\frac{ax+ac+bx+bc}{2a+2b}$

14.  $\frac{a^3-2a^2-15a}{2a^2-18}$

15.  $\frac{100-49b^2}{10+7b}$

16.  $\frac{25b^2-1}{(5b-1)(5b+1)}$

17.  $\frac{a^5-ac^2}{5a^2-5c}$

18.  $\frac{x^2-6x+9}{(x-3)^2}$

19.  $\frac{x^2+5x+6}{(x+3)^2}$

20.  $\frac{2a^3-24a^2+72a}{a^3-36a}$

|    |                          |    |                         |
|----|--------------------------|----|-------------------------|
| 1  | $xy+1$                   | 11 | $\frac{4(x+1)}{x+3}$    |
| 2  | $y+2x$                   | 12 | $\frac{x-3}{x+1}$       |
| 3  | $m^2$                    | 13 | $\frac{x+c}{2}$         |
| 4  | $\frac{y+c}{x}$          | 14 | $\frac{a(a-5)}{2(a-3)}$ |
| 5  | $3m$                     | 15 | $10-7b$                 |
| 6  | $6ab$                    | 16 | $1$                     |
| 7  | $m^2-1$                  | 17 | $\frac{a^2+c}{5}$       |
| 8  | $x-y$                    | 18 | $1$                     |
| 9  | $6a$                     | 19 | $\frac{x+2}{x+3}$       |
| 10 | $\frac{d^2c^2+dc+1}{5c}$ | 20 | $\frac{2(a-6)}{a+6}$    |

**תשובות:**

## כפל שברים אלגבריים.

### שלבי עבודה:

1. פרק כל מונה וכל מכנה לגורמים (אם ניתן) בדרך המתאימה.
2. צמצם את השברים בגורם המשותף שמופיע גם במונה וגם במכנה של אחד מהשברים. (ניתן לצמצם גם באלכסון)
3. כפול את הגורמים שנשארו לאחר הצימצום במונה – המכפלה תהיה המונה של התוצאה
4. כפול את הגורמים שנשארו לאחר הצימצום במכנה – המכפלה תהיה המכנה של התוצאה.

### דוגמה 1:

בשבר הראשון לא ניתן לבצע פירוקים  
בשבר השני: מונה נפרק לפי תריגום  
ובמכנה נוציא גורם משותף 2

$$\frac{2m+c}{m-2} \cdot \frac{m^2+5m-14}{4m+2c} = \frac{(2m+c)}{(m-2)} \cdot \frac{(m+7)(m-2)}{2(2m+c)} =$$

ניתן לצמצם את המכפלה בגורמים המשותפים שמופיעים גם במונה וגם במכנה:  $(2m+c)$  ו-  $(m-2)$ .

$$= \frac{\cancel{(2m+c)}}{\cancel{(m-2)}} \cdot \frac{(m+7)\cancel{(m-2)}}{2\cancel{(2m+c)}}$$

לאחר הצימצום, נכפיל את הגורמים שנותרו במונה ואת הגורמים שנותרו במכנה:

$$\frac{1 \cdot (m+7) \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{m+7}{2}$$

### דוגמה 2:

$$\frac{a^2-16}{a^2+2a+1} \cdot \frac{a^2-1}{3a-12} = \frac{(a-4)(a+4)}{(a+1)(a+1)} \cdot \frac{(a-1)(a+1)}{3(a-4)} = \frac{(a+4)(a-1)}{3(a+1)}$$

### כפול את השברים הבאים: (נא להיעזר בשלבי עבודה ובדוגמאות)

1)  $\frac{x+y}{x^2-2x+1} \cdot \frac{3x-3}{4x+4y}$

2)  $\frac{2a+b}{a-2} \cdot \frac{a^2+5a-14}{4a+2b}$

3)  $\frac{x^2-5x+6}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{x-3}$

4)  $\frac{a^2+ab}{a-b} \cdot \frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$

5)  $\frac{x^2+x-2}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{3x+6}$

6)  $\frac{4c^4-9}{a^2+20a+19} \cdot \frac{2a+38}{2c^2-3}$

7)  $\frac{x^2y^2-1}{5x-10} \cdot \frac{x^2+x-6}{2x^2y^2+2xy}$

8)  $\frac{a^2-4a+4}{36-k^6} \cdot \frac{(6-k^3)^2}{a^2-2a}$

9)  $\frac{m^2-n^2}{m^2+20m+19} \cdot \frac{5m^2+5m}{(m+n)^2}$

10)  $\frac{x^2+x-2}{x^2-81} \cdot \frac{2x+18}{x^2-6x+5}$

11)  $\frac{a^2+2a+1}{b^2-16} \cdot \frac{3b-12}{a^2-1}$

12)  $\frac{a^2m^2-3am^2}{8ac^2-12a^2c} \cdot \frac{6c-9a}{a^2-9}$

$$13) \frac{2x^3-8x}{5a+5b} \cdot \frac{ab+2a+b^2+2b}{2x+4} \quad 14) \frac{6a^2b+6ab^2}{x^2-2x-8} \cdot \frac{x+2}{3a+3b}$$

תשובות :

|   |                            |    |                                 |
|---|----------------------------|----|---------------------------------|
| 1 | $\frac{3}{4(x-1)}$         | 8  | $\frac{(a-2)(6-k^3)}{a(6+k^3)}$ |
| 2 | $\frac{a+7}{2}$            | 9  | $\frac{5(m-n)}{(m+19)(m+n)}$    |
| 3 | $\frac{x-2}{x-1}$          | 10 | $\frac{2(x+2)}{(x-9)(x-5)}$     |
| 4 | $a$                        | 11 | $\frac{3(a+1)}{(b+4)(a-1)}$     |
| 5 | $\frac{(x-1)(x+2)}{3}$     | 12 | $\frac{3m^2}{4(a+3)}$           |
| 6 | $\frac{2(2c^2+3)}{a+1}$    | 13 | $\frac{(x-2)(b+2)}{5}$          |
| 7 | $\frac{(xy-1)(x+3)}{10xy}$ | 14 | $\frac{ab}{3(x-4)}$             |

## חילוק שברים אלגבריים.

שלבי עבודה:

- על מנת לחלק שבר בשבר הפוך את החילוק לכפל ואת השבר השני להופכי לו. (כמו בחילוק של שברים פשוטים)
- חזור על שלבי עבודה של כפל שברים אלגבריים.

למשל:

$$\frac{a-5}{a+3} : \frac{a^2-25}{3a+9} = \frac{a-5}{a+3} \cdot \frac{3a+9}{a^2-25} = \frac{(a-5)}{(a+3)} \cdot \frac{3(a+3)}{(a-5)(a+5)} = \frac{3}{a+5}$$

חלק את השברים הבאים: (נא להיעזר בשלבי עבודה ובדוגמאות).

$$1) \frac{m^2+2m+1}{3k+6} : \frac{m+1}{k^2-4}$$

$$2) \frac{3ab-7ac}{m+2} : \frac{5a}{m^2-4}$$

$$3) \frac{10a-4}{9x^2-1} : \frac{16-100a^2}{6x+2}$$

$$4) \frac{a^2-3a+10}{x^2-4} : \frac{a^2-25}{x^2-2x-8}$$

$$5) \frac{6x+12}{a^2-1} : \frac{x^2+5x+6}{a^2+3a+2}$$

$$6) \frac{5x+5}{a^2+2a+1} : \frac{x^3+20x^2+19x}{10a^3-10a}$$

$$7) \frac{x^2+4x+3}{x^2-1} : \frac{2x+6}{(x+1)^2}$$

$$8) \frac{k^2-7k+12}{x^2+5x+6} : \frac{k^2-4k+3}{x^2+4x+4}$$

$$9) \frac{m^2+2m-15}{c+b} : \frac{m^2-9}{4bc^2+4b^2c}$$

$$10) \frac{3x-3b}{x^2-4} : \frac{x^2-xb+2x-2b}{2x-4}$$

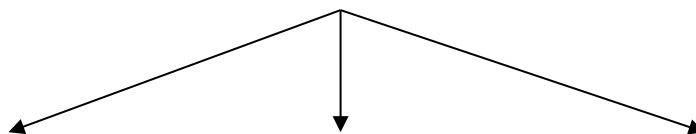
$$11) \frac{5a-20}{a^3-9a} : \frac{a^2-8a+16}{a^2-3a}$$

$$12) \frac{mx-my}{m^2(x^2-y^2)} : \frac{m}{mx+my+2x+2y}$$

תשובות :

|   |                                 |    |                                 |
|---|---------------------------------|----|---------------------------------|
| 1 | $\frac{(m+1)(c-2)}{3}$          | 7  | $\frac{(x+1)^2}{2(x-1)}$        |
| 2 | $\frac{(3b-7c)(a-2)}{5}$        | 8  | $\frac{(k-4)(x+2)}{(x+3)(k-1)}$ |
| 3 | $-\frac{4}{(3x-1)(4+5a)}$       | 9  | $\frac{4bc(m+5)}{m+3}$          |
| 4 | $\frac{(a+2)(x-4)}{(x-2)(a+5)}$ | 10 | $\frac{6}{(x+2)^2}$             |
| 5 | $\frac{6(a+2)}{(a-1)(x+3)}$     | 11 | $\frac{5}{(a+3)(a-4)}$          |
| 6 | $\frac{50a(a-1)}{x(a+1)(x+19)}$ | 12 | $\frac{m+2}{m^2}$               |

## שברים אלגבריים.

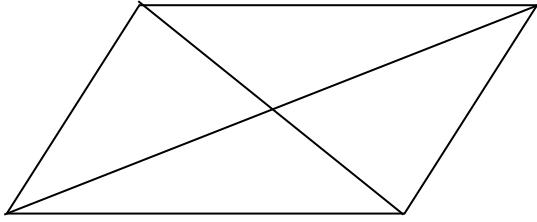


| חילוק של שברים                                                                                                                                                                                               | כפל של שברים                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | צמצום שברים                                                                                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>להפוך חילוק לכפל ולבצע לפי שלבים של כפל:</p> <p><b>דוגמא:</b></p> $\frac{2a-12}{6} \div \frac{a^2-6a}{4a} = \frac{2(a-6)}{6} \cdot \frac{4a}{a(a-6)} =$ $= \frac{2(a-6) \cdot 4a}{6a(a-6)} = \frac{4}{3}$ | <p>4. לפרק לגורמים גם מכנה וגם מונה.</p> <p>5. לצמצם בגורם המשותף שמופיע אחד במונה והשני במכנה (אפשר של שברים שונים)</p> <p>6. להכפיל את הגורמים שנארו לאחר הצמצום : מונה במונה ומכנה במכנה</p> <p><b>דוגמא:</b></p> $\frac{a+2}{a+3} \cdot \frac{3a+9}{a^2-4} = \frac{a+2}{a+3} \cdot \frac{3(a+3)}{(a+2)(a-2)} =$ $= \frac{(a+2) \cdot 3 \cdot (a+3)}{(a+3)(a+2)(a-2)} = \frac{3}{a-2}$ | <p>1. לפרק לגורמים את המכנה וגם את המונה.</p> <p>2. לצמצם בגורם המשותף שמופיע אחד במונה והשני במכנה</p> <p>3. לרשום את הגורמים שנותרו.</p> $\frac{m^2+2m-8}{m^2-16} = \frac{(m+4)(m-2)}{(m+4)(m-4)} = \frac{m-2}{m-4}$ |



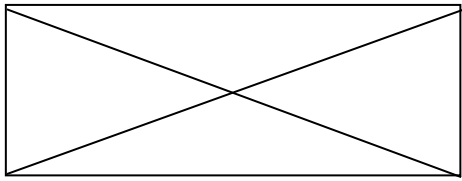
## תכונות המרובעים

### סיכום



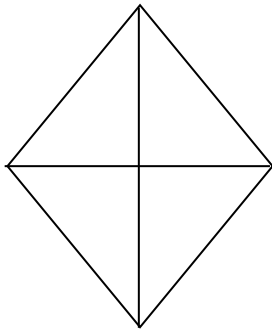
#### **תכונות המקבילית:**

- (א) המקבילית היא מרובע שבו כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו (הגדרת המקבילית).  
(ב) במקבילית כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.  
(ג) במקבילית כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו.  
(ד) במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.



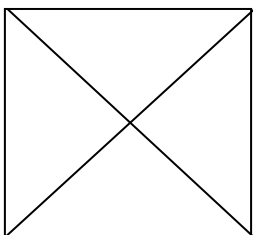
#### **תכונות המלבן:**

- (ה) מלבן הוא מרובע שכל זוויותיו שוות (הגדרת המלבן).  
(ו) מלבן הוא מרובע ששלוש מזוויותיו הן ישרות.  
(ז) אלכסוני המלבן שווים זה לזה.  
המלבן הוא מקבילית ולכן יש לו את כל תכונות המקבילית (א-ד).



#### **תכונות המעוין:**

- (ח) מעוין הוא מרובע שכל צלעותיו שוות (הגדרת המעוין).  
(ט) במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה.  
(י) האלכסונים במעוין חוצים את זוויות המעוין.  
המעוין הוא מקבילית ולכן יש לו את כל תכונות המקבילית (א-ד).



#### **תכונות הריבוע:**

- (יא) ריבוע הוא מרובע שצלעותיו שוות וזוויותיו שוות.  
ריבוע הוא מקבילית שהיא גם מלבן וגם מעוין. לכן יש לריבוע את התכונות של המקבילית, של המלבן ושל המעוין, כלומר התכונות א-ד, ה-ז, ח-ט.



### **משפטים הפוכים:**

#### **מרובע הוא מקבילית אם:**

- (1) כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
- (2) כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.
- (3) כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו.
- (4) יש זוג של צלעות נגדיות שהן גם שוות וגם מקבילות.
- (5) האלכסונים חוצים זה את זה.

#### **מרובע הוא מלבן אם הוא:**

- (1) כל זוויותיו שוות.
- (2) מקבילית בעלת זווית ישרה.
- (3) מקבילית שאלכסוניה שווים.
- (4) מקבילית בעלת שתי זוויות סמוכות שוות.
- (5) מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה ושווים זה לזה.

#### **מרובע הוא מעוין אם הוא:**

- (1) מרובע שכל צלעותיו שוות.
- (2) מקבילית בעלת שתי צלעות סמוכות שוות.
- (3) מקבילית שאלכסוניה מאונכים זה לזה.
- (4) מקבילית שהאלכסונים שלה הם גם חוצי הזווית שלה.
- (5) מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה.

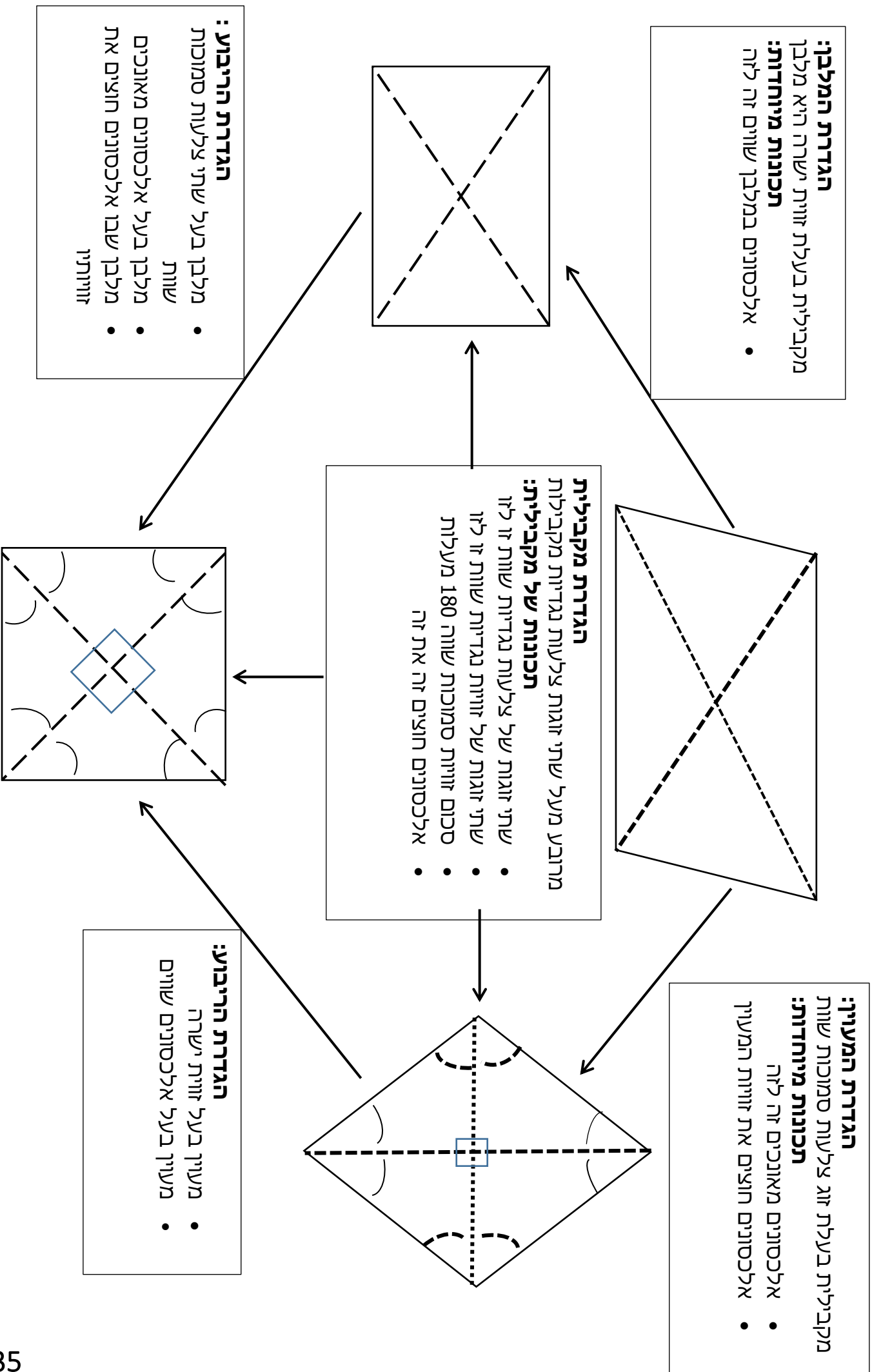
#### **מרובע הוא ריבוע אם הוא:**

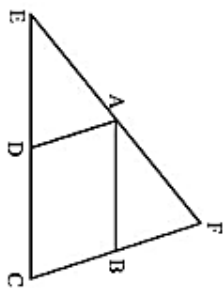
- (1) מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו שוות.
- (2) מלבן שהוא גם מעוין.
- (3) מרובע שאלכסוניו שווים זה לזה, חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה.

#### **טרפז הוא:**

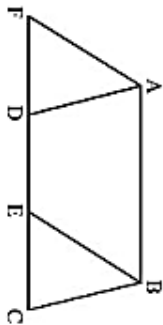
מרובע שיש בו זוג אחד בלבד של צלעות מקבילות.

# תרשימים מקביליות

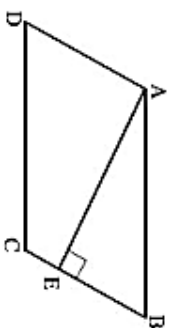




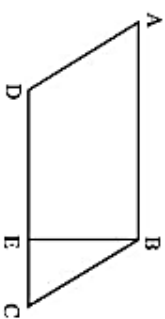
16. המרובע ABCD הוא מקבילית.  
 E ו-F הן נקודות הנמצאות על המשכי הצלעות CD ו-CB. נתון:  $AF = AB$ .  
 א. הוכח:  $AE = DE$ .  
 ב. הוכח: AD חוצה את הזווית BAE.



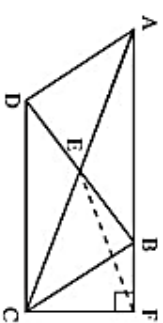
17. המרובעים ABCD ו-ABEF הם מקביליות.  
 הוכח:  $FD = CE$ .



18. המרובע ABCD הוא מקבילית.  
 AE הוא הגובה לצלע BC.  
 נתון:  $\angle D = 60^\circ$ .  
 הוכח:  $BE = \frac{1}{2} DC$ .



19. המרובע ABCD הוא מקבילית.  
 BE הוא גובה לצלע DC.  
 נתון:  $\angle ADC = 120^\circ$ ,  $BC = 4$  ס"מ.  
 חשבו את אורך הקטע DE.  
 תשובה: 6 ס"מ.



20. הנקודה E היא מפגש האלכסונים במקבילית ABCD.  
 המשך הצלע AB.  
 נתון:  $CF \perp AF$ .  
 הוכח:  $AE = FE$ .

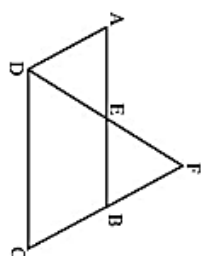
16

17

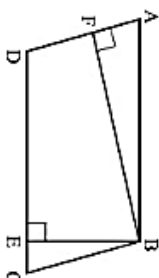
18

19

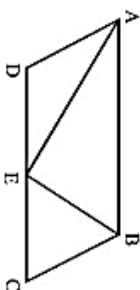
מספר התרגילים בפרק "גיאומטריה" הוא רב. ולכן, כל תלמיד יתרגל לפחות 50% מתוך אוסף התרגילים מעמ' 40-49.  
 תלמידים המעוניינים להגיע ל-5 יח"ל מחוייבים לפתור את כל התרגילים עם \*.  
 זכרו! תרגול רב וחזרה – ישפרו את רמת המיומנויות בנושא.



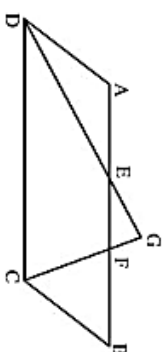
11. הנקודה E נמצאת על הצלע AB של מקבילית ABCD. המשך הקטע DE חותך את המשך הצלע CB בנקודה F.  
 נתון:  $BF = BC$ .  
 הוכח:  $AE = \frac{1}{2} DC$ .



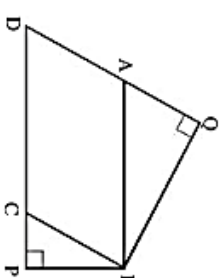
12. המרובע ABCD הוא מקבילית.  
 BE ו-BF הם גבהים במקבילית.  
 א. הוכח:  $\angle ABF = \angle EBC$ .  
 ב. הוכח:  $\angle FBE = \angle C$ .



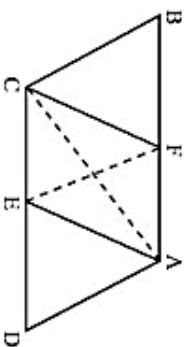
13. במקבילית ABCD הצלע AB ארוכה פי 2 מהצלע BC. הנקודה E נמצאת באמצע הצלע DC.  
 א. הוכח: AE חוצה את הזווית BAD.  
 ב. הוכח:  $AE \perp BE$ .



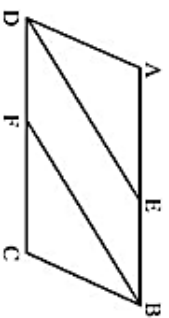
14. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע AB של מקבילית ABCD.  
 המשכי הקטעים DE ו-CE נפגשים בנקודה G.  
 נתון:  $AD = AE = BF$ .  
 הוכח:  $DG \perp CG$ .



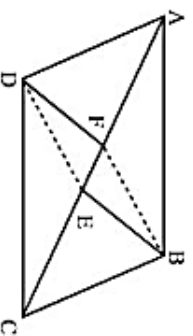
15. המרובע ABCD הוא מקבילית.  
 נתון:  $BQ \perp DQ$ ,  $BP \perp DP$ .  
 א. הוכח:  $\angle BCD = \angle PBQ$ .  
 ב. נתון:  $\angle ABC = 2\angle ABQ$ .  
 חשבו את  $\angle BAD$ .  
 תשובה: ב.  $120^\circ$ .



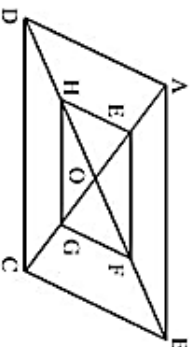
21. המרובע ABCD הוא מקבילית.  
 E אמצע הצלע DC, F אמצע הצלע AB.  
 א. הוכח:  $AE \parallel CF$ .  
 ב. הוכח: נקודת מפגש האלכסונים של המרובע AECF היא נקודת מפגש האלכסונים של המקבילית ABCD.



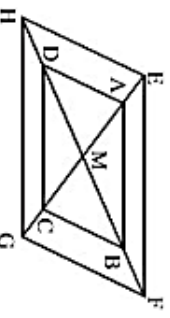
22. המרובע ABCD הוא מקבילית.  
 הקטעים DE ו-FB חוצים את הזוויות ADC ו-CBA בהתאמה.  
 הוכח: המרובע EBF D הוא מקבילית.



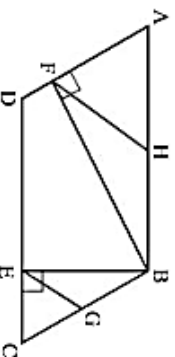
23. המרובע ABCD הוא מקבילית.  
 BE חוצה את הזווית ABC ו-DF חוצה את הזווית ADC.  
 הוכח: המרובע BEDF הוא מקבילית.



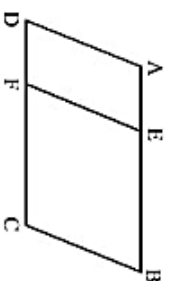
24. אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים בנקודה O. הנקודות E, F, G, H הן נמצאות באמצעי הקטעים DO ו-BO, CO ו-AO.  
 הוכח: המרובע EFGH הוא מקבילית.



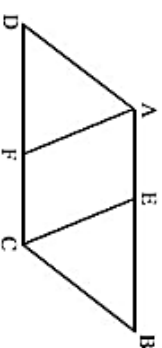
25. המרובע ABCD הוא מקבילית.  
 אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה M.  
 הנקודות E, F, G, H הן נמצאות על המשכי האלכסונים AC ו-BD.  
 נתון:  $AE = CG$ ,  $BF = DH$ .  
 הוכח: המרובע EFGH הוא מקבילית.



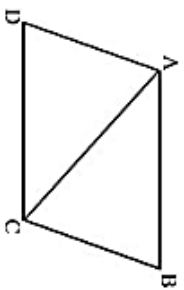
21. BE ו-BF הם גבהים במקבילית ABCD.  
 הנקודות G ו-H הן אמצעי הצלעות BC ו-AB בהתאמה.  
 הוכח:  $\angle BGE = \angle BHF$ .



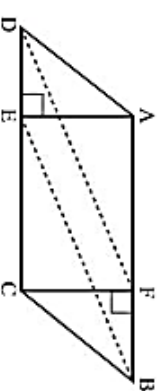
22. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-DC של מקבילית ABCD.  
 נתון:  $EF \parallel AD$ .  
 א. הוכח: המרובע AD FE הוא מקבילית.  
 ב. הוכח:  $BE = CF$ .



23. המרובע ABCD הוא מקבילית.  
 הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-CD בהתאמה. נתון:  $AF \parallel CE$ .  
 א. הוכח: המרובע AECF הוא מקבילית.  
 ב. הוכח:  $\angle DAF = \angle BCE$ .

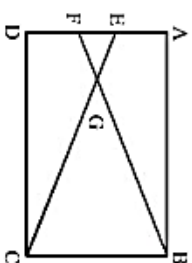


24. במרובע ABCD נתון:  $\angle BAC = 35^\circ$ ,  $\angle B = 75^\circ$ ,  $\angle DAC = 70^\circ$ .  
 הוכח: המרובע ABCD הוא מקבילית.



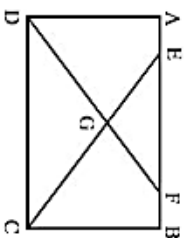
25. המרובע ABCD הוא מקבילית.  
 הנקודות E ו-F הן גבהים במקבילית.  
 א. הוכח: המרובע DEBF הוא מקבילית.  
 ב. הוכח:  $\angle ADCF \cong \angle BAE$ .

## מלבן



הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע AD של מלבן ABCD. הקטעים CE ו-BF נפגשים בנקודה G. נתון:  $CE = BF$ .  
א. הוכח:  $AE = DF$ .  
ב. הוכח:  $GE = GF$ .

6.



הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע AB של מלבן ABCD. הקטעים CE ו-BF נפגשים בנקודה G. נתון:  $AE = BF$ .  
א. הוכח:  $DG = CG$ .  
ב. הוכח: מרחק הנקודה F מהקטע CE שווה למרחק הנקודה E מהקטע DF.

7. ■



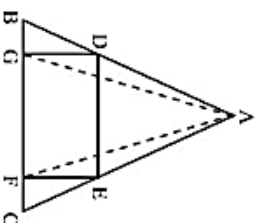
הגדרה: מרובע שכל זוויותיו ישירות נקרא מלבן.

למשל, בציר מתואר מלבן ABCD ולכן מתקיים:  $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ .

### תכונות המלבן

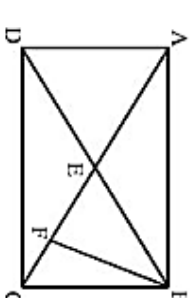
- (1) כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו ומקבילות זו לזו.
- (2) כל אחת מזוויות המלבן היא בת  $90^\circ$ .
- (3) האלכסונים חוצים זה את זה ושווים זה לזה.

(4) אלכסוני המלבן יוצרים ארבעה משולשים שווים-שוקיים.



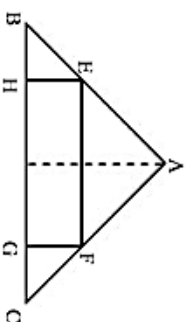
המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ( $AB = AC$ ). המלבן DEFG חסום בתוך המשולש. הוכח:  $AG = AF$ .

8.



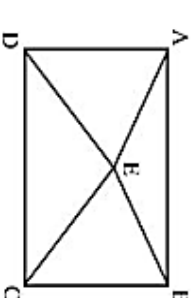
אלכסוני המלבן ABCD נפגשים בנקודה E. היא נקודה על הקטע CE. נתון:  $AB = AF$ .  
הוכח:  $\angle AED = 4\angle FBC$ .

3.



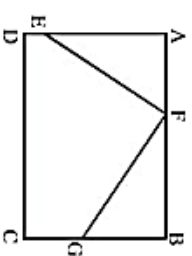
המשולש ABC הוא שווה-זווית ושווה-שוקיים ( $\angle BAC = 90^\circ$ ). המלבן EFGH שהיקפו 16 ס"מ חסום בתוך המשולש. אורך הגובה המורד מנקודה A לצלע BC הוא 5 ס"מ.  
חשב את אורך הקטע EH.  
תשובה: 2 ס"מ.

9.



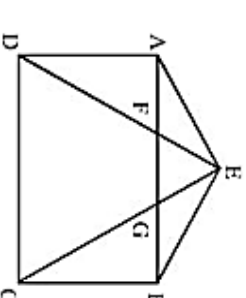
הנקודה E נמצאת בתוך מלבן ABCD. נתון:  $DE = CE$ .  
א. הוכח:  $AE = BE$ .  
ב. נתון:  $\angle BCE = 55^\circ$ ,  $\angle AEB = 130^\circ$ . חשב את הזווית BEC.  
תשובה: ב.  $60^\circ$ .

4.



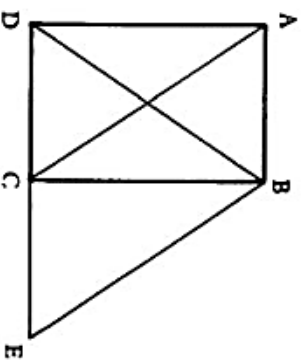
הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות המלבן ABCD. נתון:  $AF = BG$ ,  $AE = BF$ .  
א. הוכח:  $\angle AFE = \angle BGF$ .  
ב. הוכח:  $EF \perp GF$ .

10. ■

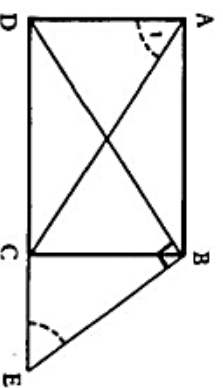


המרובע ABCD הוא מלבן. הנקודה E נמצאת מחוץ למלבן כך ש- $AE = BE$ .  
א. הוכח:  $DE = CE$ .  
ב. הוכח:  $EF = EG$ .

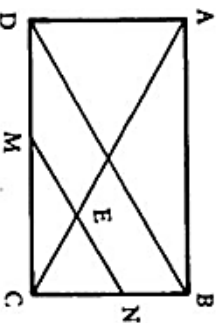
5.



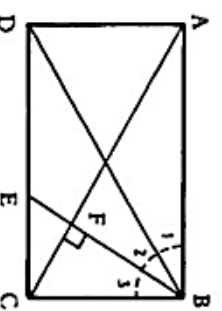
- 14) המרובע ABCD הוא מלבן.  
נתון: BE מקביל ל-AC.  
הוכח: א.  $\triangle ABC \cong \triangle BEC$  מקבילית.  
ב. המשולש BDE הוא שווה שוקיים.



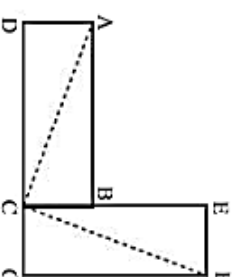
- 15) המרובע ABCD הוא מלבן.  
נתון: BE מאונך ל-BD.  
( $\angle DBE = 90^\circ$ ).  
א. הוכח:  $\angle A_1 = \angle E$ .  
ב. האם המשולשים DBE ו-ADC חופפים? נמק.



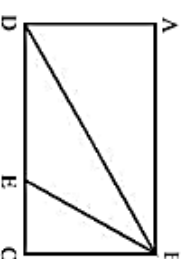
- 16) הקטע AM מקביל לאלכסון BD במלבן ABCD.  
הוכח: א.  $AE + EN = BD$ .  
ב.  $ME = EN$ .



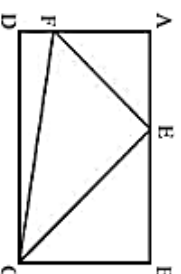
- 17) במלבן ABCD נתון:  
BE מאונך לאלכסון AC,  $DE = BE$ .  
א. הוכח:  $\angle B_1 = \angle B_2 = \angle B_3$ .  
ב. נתון:  $\angle AD = 8^\circ$ .  
חשב את  $\angle FC$  ואת  $\angle AF$ .



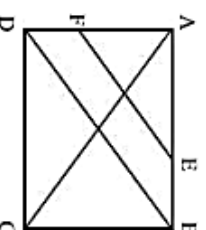
11. ביזוי מתוארים שני מלבנים זהים - מלבן ABCD ומלבן CEF.  
הוכח:  $AC \perp CF$ .



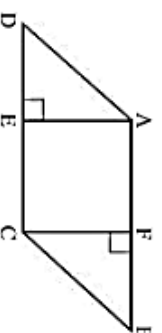
12. הנקודה E נמצאת על הצלע DC של מלבן ABCD. נתון:  $BE = DE$ .  
א. הוכח: BD חוצה את הזווית ABE.  
ב. הנקודה F היא אמצע הקטע BE. הוכח:  $\angle BFC = 4 \cdot \angle ABD$ .



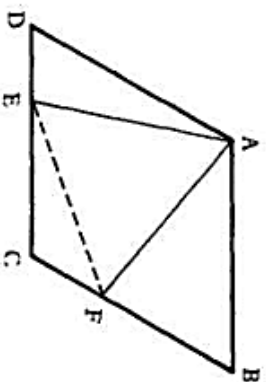
13. המרובע ABCD הוא מלבן. הנקודה E נמצאת על הצלע AB כך ש- $BC = BE$ . הנקודה F נמצאת על הצלע AD כך ש- $AE = AF$ .  
א. הוכח:  $FE \perp CE$ .  
ב. נקודה G היא אמצע הקטע CF. הוכח:  $GD = GE$ .



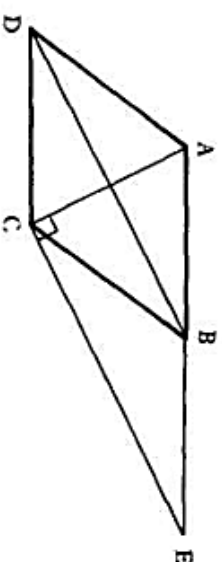
14. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-AD של מלבן ABCD.  
נתון:  $FE \parallel BD$ .  
הוכח: האלכסון AC חוצה את הקטע FE.



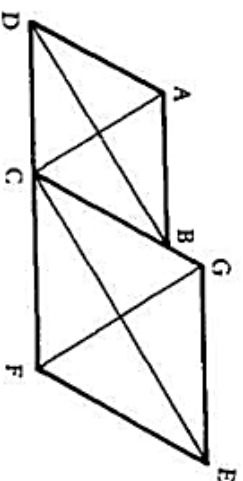
15. המרובע ABCD הוא מקבילית. הנקודה E היא נגזית במקבילית. הוכח: המרובע AECF הוא מלבן.



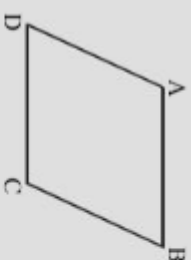
במעוין  $ABCD$  שזוויות החדה שלו  $60^\circ$   
 נתון:  $DE = CF$ .  
 א. הוכח:  $AE = AF$ .  
 ב. הוכח: המשולש  $AEF$  שווה צלעות.



המרחב  $ABCD$  הוא מעוין.  
 נתון:  $CE$  מאונך ל- $AC$ .  
 הוכח:  $DB = CE$ .



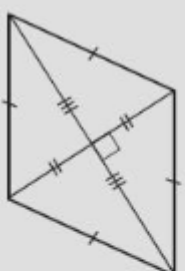
המרחבים  $ABCD$  ו- $GEFC$  הם מעוינים.  
 א. הוכח:  $DB \parallel EC$ .  
 ב.  $\angle ACE = 90^\circ$ .



**המדרה:** מרובע שכל צלעותיו שוות נקרא מעוין.  
 למשל, בציר מתואר מעוין  $ABCD$   
 ולכן מתקיים:  $AB = BC = CD = DA$ .

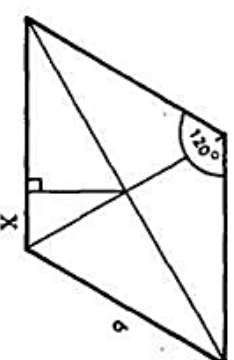
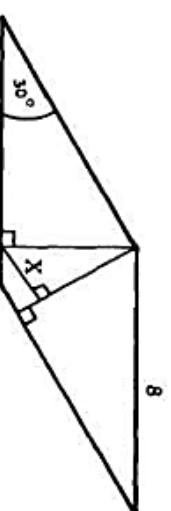
### תכונות המעוין

- (1) כל צלעות המעוין שוות זו לזו.
- (2) כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
- (3) כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו וכל שתי זוויות סמוכות משלימות זו את זו ל- $180^\circ$ .
- (4) האלכסונים חוצים זה את זה, מאונכים זה לזה וחוצים את זוויות המעוין.



(דעור בתכונותיו של

חשב את אורך הקטע  $x$  בכל אחד מהמעוינים הבאים



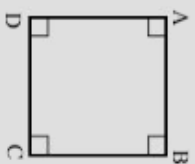
משולש שוויוני הן  $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ :  
 א.  
 ב.



## ריבוע

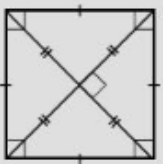
הגדרה: מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו ישרות נקרא ריבוע.

למשל, בציור מתואר ריבוע ABCD  
ולכן מתקיים:  $AB = BC = CD = DA$ ,  
 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ .



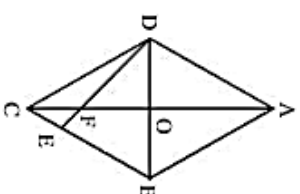
### תכונות הריבוע

- (1) כל צלעות הריבוע שוות זו לזו.
- (2) כל אחת מזוויות הריבוע היא בת  $90^\circ$ .
- (3) כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
- (4) אלכסוני הריבוע חוצים זה את זה, מאונכים זה לזה, שווים זה לזה וחוצים את זוויות הריבוע.



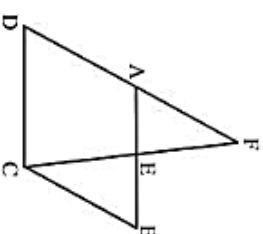
6.

אלכסוני המעוין ABCD  
נפגשים בנקודה O.  
נתון:  $DE = 2OF$ ,  $OF = \frac{1}{2}DB$ .  
חשב את זוויות המשוש CFE.  
תשובה:  $45^\circ$ ,  $22.5^\circ$ ,  $112.5^\circ$ .



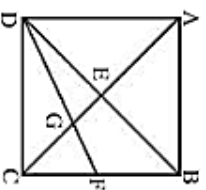
7.

המרובע ABCD הוא מעוין.  
הנקודה E נמצאת באמצע הצלע AB.  
המשכי הקטעים CE ו-DA  
נפגשים בנקודה F.  
הוכח:  $DF = 4BE$ .



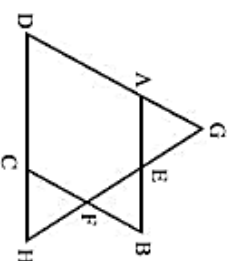
2.

אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה E.  
DF חוצה את הזווית BDC.  
AC ו-DF נחתכים בנקודה G.  
א. חשב את הזווית DGE.  
ב. הוכח:  $AD = AG$ ,  $CG = CF$ .  
תשובה: א.  $67.5^\circ$ .



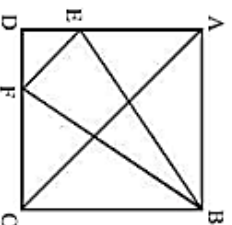
8.

המרובע ABCD הוא מעוין.  
הנקודות E ו-F הן אמצעי  
הצלעות AB ו-BC בהתאמה.  
א. הוכח:  $GE = FH$ .  
ב. חשב את היחס  $CF:DG$ .  
תשובה: ב. 1:3.



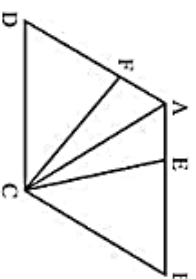
7.

הנקודות E ו-F נמצאות  
על הצלעות AD ו-DC  
של ריבוע ABCD.  
נתון:  $BE = BF$ . הוכח:  $EF \parallel AC$ .



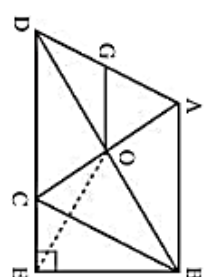
9.

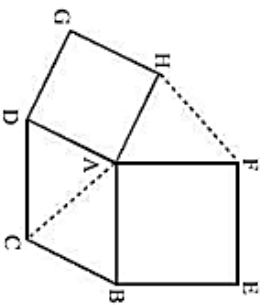
הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות  
AB ו-AD של מעוין ABCD.  
נתון:  $\angle BCE = \angle DCF$ .  
הוכח:  $FE \parallel DB$ .



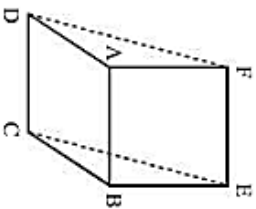
10.

בריבוע ABCD הנקודות E ו-F  
נמצאות על הצלעות AB ו-BC  
בהתאמה. נתון:  $BE = BF$ .  
א. הוכח:  $AF = CE$ .  
ב. הוכח: המרובע AGCD הוא דלתון.

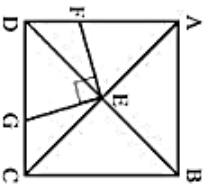




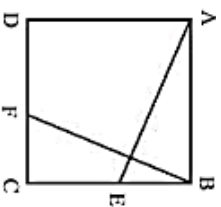
15. המרובע ABCD הוא מקבילית.  
על הצלעות AB ו-AD בונים  
ריבועים ABEF ו-ADGH.  
הוכח:  $\triangle FAH \cong \triangle ABC$ .



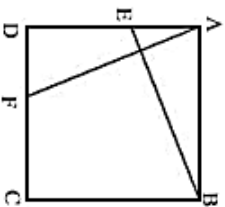
16. המרובע ABCD הוא מקבילית.  
המרובע ABEF הוא ריבוע.  
א. הוכח: המרובע DCEF הוא מקבילית.  
ב. הוכח:  $\triangle ADF \cong \triangle BCE$ .



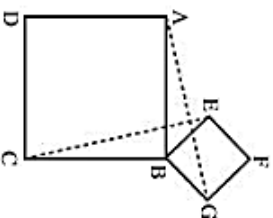
14. אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה E.  
הנקודות F ו-G נמצאות על הצלעות  
AD ו-BC בהתאמה. נתון:  $EF \perp EG$ .  
א. הוכח:  $EF = EG$ .  
ב. נתון:  $\angle EGC = 3.5 \angle GEC$ .  
חשב את זוויתו של המשולש DFE.  
תשובה: ב.  $30^\circ, 105^\circ, 45^\circ$ .



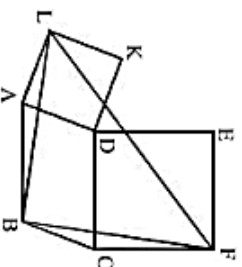
10. בריבוע ABCD הנקודות E ו-F  
נמצאות על הצלעות BC ו-CD  
בהתאמה. נתון:  $AE = BF$ .  
א. הוכח:  $\angle BAE = \angle CBF$ .  
ב. הוכח:  $AE \perp BF$ .



11. בריבוע ABCD, הנקודות E ו-F  
נמצאות על הצלעות AD ו-DC  
בהתאמה. נתון:  $AF \perp BE$ .  
א. הוכח:  $AF = BE$ .  
ב. הוכח:  $DE + DF = BC$ .



12. המרובעים ABCD ו-BEFG  
הם ריבועים.  
א. הוכח:  $AG = CE$ .  
ב. הוכח:  $AG \perp CE$ .



13. המרובע ABCD הוא מקבילית.  
על הצלעות AD ו-DC בנו  
ריבועים ADKL ו-DEFC.  
א. הוכח:  $BF = BL$ .  
ב. הוכח:  $BF \perp BL$ .

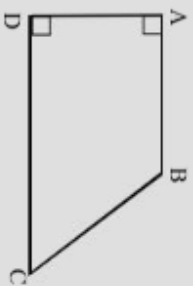
## טרפז

### טרפז ישר-זווית

טרפז שבו זווית אחת היא זווית ישרה נקרא טרפז ישר-זווית.

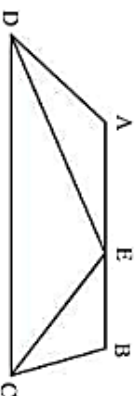
#### הערות:

- מכיוון שבבסיסי הטרפז מקבילים זה לזה, הרי נקבל שבטרפז ישר זווית שתי הזוויות שליד השוק הקצרה הן זוויות ישרות ( $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ).  
השוק הקצרה בטרפז (השוק AD) שווה לגובה הטרפז.



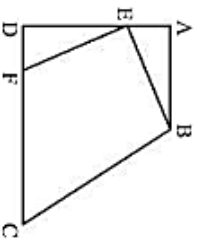
### 11. המרובע ABCD הוא טרפז ( $AB \parallel CD$ ).

- הנקודה E נמצאת על הבסיס AB כך ש-DE חוצה את הזווית ADC ו-CE חוצה את הזווית BCD.  
הוכח:  $AB = AD + BC$ .



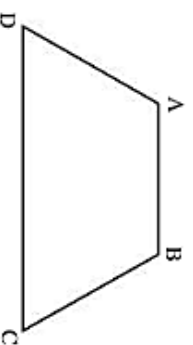
### 13. המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית.

- ( $AD \perp DC$ ,  $AB \parallel DC$ ).  
הנקודה E נמצאת על השוק AD נתון:  $BE = EF$ ,  $AB = DE$ .  
הוכח:  $BE \perp EF$ .



### 20. המרובע ABCD הוא טרפז ( $AB \parallel DC$ ).

- נתון:  $AD = AB = BC = \frac{1}{2}DC$ .  
א. הוכח:  $\angle BCD = 60^\circ$ .  
ב. הוכח:  $\angle DCA = 30^\circ$ .  
ג. הוכח:  $AC \perp AD$ .



מרובע שיש בו זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות וזוג אחד של צלעות

נגדיות שאינן מקבילות, נקרא טרפז.

שתי הצלעות הנגדיות המקבילות

(AB ו-DC) נקראות בסיסי הטרפז.

שתי הצלעות הנגדיות שאינן מקבילות

(AD ו-BC) נקראות שוקי הטרפז.



#### הערות:

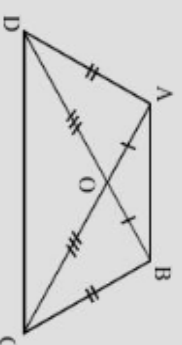
- א. סכום הזוויות שליד כל שוק בטרפז שווה ל- $180^\circ$ , כלומר  $\angle A + \angle D = 180^\circ$ ,  $\angle B + \angle C = 180^\circ$  (לפי המשפט: זוויות חד-צדדיות בין ישרים מקבילים משלימות זו את זו ל- $180^\circ$ ).

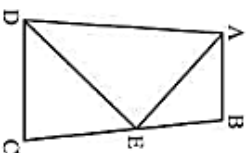
### טרפז שווה-שוקיים

טרפז שבו השוקיים שוות זו לזו נקרא טרפז שווה שוקיים.

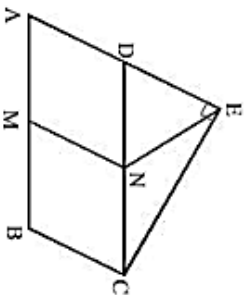
#### תכונות טרפז שווה-שוקיים:

- הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו ( $\angle BAD = \angle ABC$ ,  $\angle ADC = \angle BCD$ ).
- האלכסונים שווים זה לזה ( $AC = BD$ ).
- האלכסונים חותכים זה את זה, כך שקטעייהם היוצאים מאותו בסיס שווים זה לזה ( $AO = BO$ ,  $CO = DO$ ).

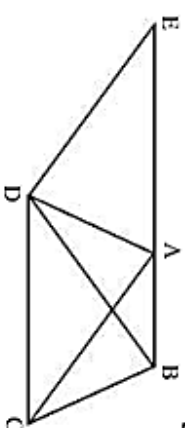




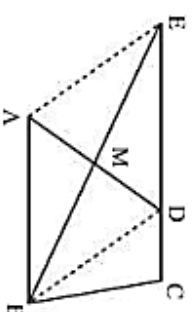
25. המרובע ABCD הוא טרפז  $(AB \parallel DC)$ . הנקודה E נמצאת על השוק BC כך שמתקיים  $AB = BE$ ,  $DC = CE$ .  
 א. הוכח:  $AE \perp DE$ .  
 ב. נקודה F נמצאת באמצע השוק AD. הוכח:  $DF = EF$ .



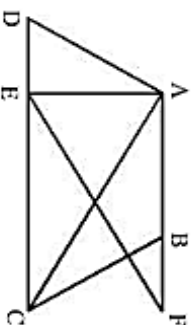
26. הצלע AB במקבילית ABCD גדולה פי שניים מהצלע AD. CE הוא גובה לצלע AD. הנקודות N ו-M הן אמצעי הצלעות DC ו-AB. הוכח: המרובע AMNE הוא טרפז שווה-שוקיים שבו אורך השוק שווה לאורך הבסיס הקטן.



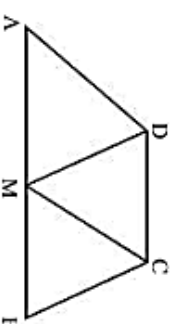
21. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים  $(AD = BC, AB \parallel DC)$ . E היא נקודה על המשך הבסיס AB. נתון:  $AE = DC$ . הוכח:  $DB = DE$ .



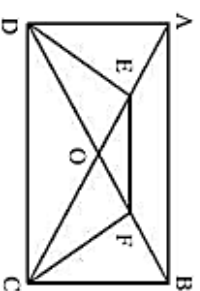
22. המרובע ABCD הוא טרפז  $(AB \parallel CD)$ . הנקודה E נמצאת על המשך הבסיס CD. הקטע BE חותך את השוק AD בנקודה M, כך ש- $MD = AM$ . הוכח: המרובע ABDE הוא מקבילית.



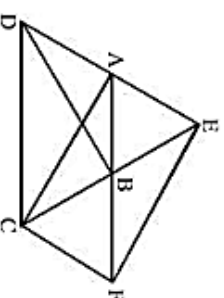
28. AE הוא גובה בטרפז שווה-שוקיים ABCD  $(AB \parallel DC)$ . F היא נקודה על המשך הבסיס AB. נתון:  $BF = DE$ . הוכח:  $AC = EF$ .



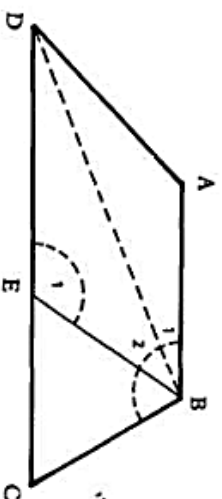
23. המרובע ABCD הוא טרפז  $(AB \parallel CD)$ . נתון:  $BC = DC$ . הוכח:  $BM = DM$ . הוכח:  $BD \perp CM$ .



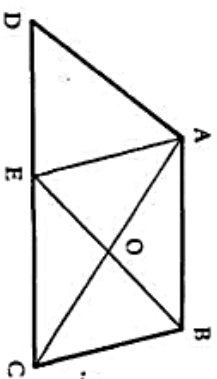
31. במלבן ABCD האלכסונים AC ו-BD נפגשים בנקודה O. הנקודות E ו-F נמצאות על הקטעים OA ו-OB בהתאמה כך ש- $AE = BF$ . הוכח: המרובע DCFE הוא טרפז שווה-שוקיים.



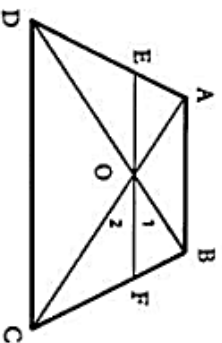
24. בתוך משולש שווה-צלעות EDC חסום טרפז שווה-שוקיים ABCD  $(AB \parallel DC)$ . הנקודה F נמצאת על המשך הצלע AB. נתון:  $BC = CF$ . הוכח:  $\triangle ECF \cong \triangle DCB$ . הוכח:  $AC = EF$ .



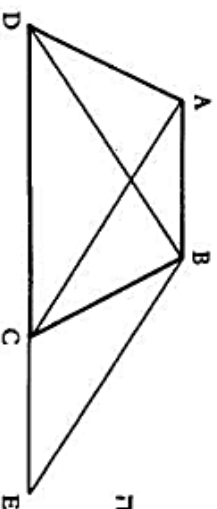
- 6) המרובע ABCD הוא טרפז.  
 נתון:  $BE = BC$ .  
 א. הוכח:  $\angle E_1 = \angle ABC$ .  
 ב. נתון: BD חוצה את זווית D.  
 $\angle B_2 = 35^\circ$ ,  $\angle B_1 = 20^\circ$ .  
 חשב את זווית דטרפו.



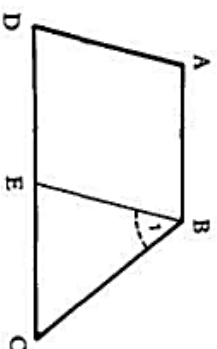
- 7) המרובע ABCD הוא טרפז. הקטע BE חוצה את האלכסון AC. ( $AO = OC$ ).  
 א. הוכח: המרובע ABCE הוא מקבילי.  
 ב. הוכח: לא יתכן שאלכסון אחד חוצה את השני בטרפו.



- 24) טרפז ABCD הוא שווה שוקיים. דרך הנקודה O (מפגש האלכסונים) עובר קטע EF המקביל ל-DC.  
 א.  $\angle O_1 = \angle O_2$ .  
 ב.  $EO = OF$ .  
 הוכח: א.



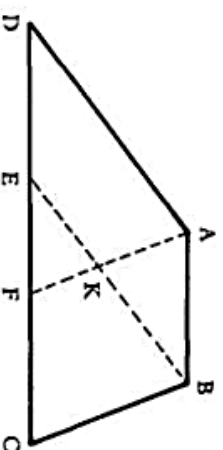
- 25) בטרפז שווה שוקיים ABCD נתון:  $CE = AB$  (המשך DC).  
 הוכח: המשולש DBE הוא שווה שוקיים.



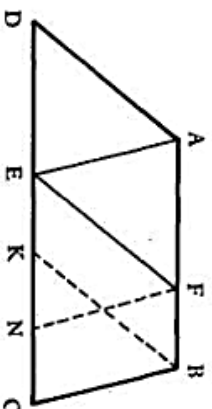
- 2) המרובע ABCD שבעזר הוא טרפז ( $AD \parallel BC$ ).  
 נתון: BE מקביל ל-AD.  
 הוכח: א.  $DE = AB$ .  
 ב.  $\angle B_1 + \angle C = \angle A$ .



- 3) בטרפז ABCD נתון:  $\angle D = 60^\circ$ ,  $\angle C = 30^\circ$ .  
 $AB = 3$  ס"מ,  $DC = 13$  ס"מ.  
 חשב את אורך השוק AD.  
 הורכה: העבר מ-B מקביל ל-AD.



- 4) בטרפז ABCD נתון:  $BE \parallel AD$ ,  $AF \parallel BC$ .  
 $EF = 3$  ס"מ,  $FC = 4$  ס"מ.  
 א. חשב את אורכי הבסיסים.  
 ב. נתון:  $\angle D = 40^\circ$ ,  $\angle C = 70^\circ$ .  
 חשב את זווית המרובע BCF.  
 ג. חשב את אורך השוק AD.



- 5) בטרפז ABCD נתון:  $AE \parallel BC$ ,  $AD \parallel EF$ .  
 $AB = 6$  ס"מ,  $DC = 10$  ס"מ.  
 א. חשב את אורך הקטע FB.  
 ב. נתון:  $BC \parallel EF$ ,  $FN \parallel BC$ .  
 חשב את AN.



# חופשה נעימה!