



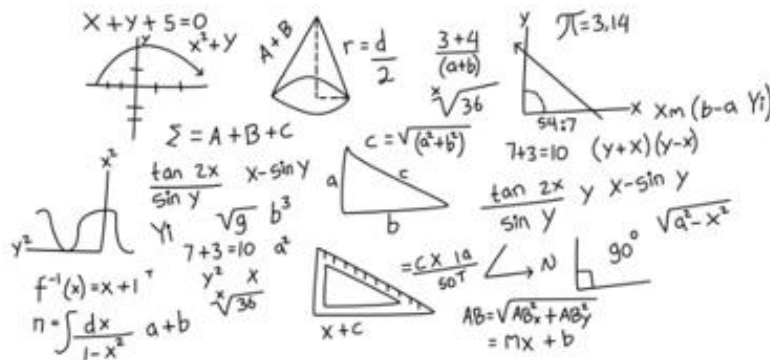
אהאמין.אאפער.אהצויה
בית חינוך גליל מערבי

חוברת עבודה במתמטיקה

לתלמידים העולים לכיתה י"א

4 יחידות לימוד

חופשה נעימה



חוברת תרגול לעבודת הקיץ לתלמידים העולים לכיתה י"א - ברמת 4 יחידות לימוד

מצורפת חוברת תרגול לעבודת הקיץ עבור תלמידי/ות י" המיועדים/ות ללמוד בכיתה י"א ברמת 4 יח' (471).

לאחר שיח מקיף ומעמיק עם צוותי הוראה, העבודה נכתבה לפי הקווים המנחים הבאים:

1. נושאים מרכזיים של כיתה י'.
2. תרגול תכליתי ולא מעמיס מדי.

תוכן העניינים

שטחים	2
משפט חוצה זווית	5
דמיון משולשים	7
יחס השטחים במשולשים דומים	10
גיאומטריה משולבת	12
טריגונומטריה	18
פונקציית פולינום	21
פונקציה מורכבת	23
פונקציית שורש ריבועי	26
בעיות קיצון	29
סטטיסטיקה	32



השאלות בעבודה לקוחות מספר התרגול של ארכימדס בשאלון 471 לכיתה י'. צוות התיכון יבחר נושאים רלבנטיים לעבודה לכל כיתה.

למידע על הספר : <https://bit.ly/3PmXRgH>

הזמנה מרוכזת בפנייה ל"יש הפצות" באחת מהדרכים הבאות :

- בווטסאפ : 052-2285566

- במייל yeshbooks@gmail.com

- באתר <https://bit.ly/3FQfqBy>

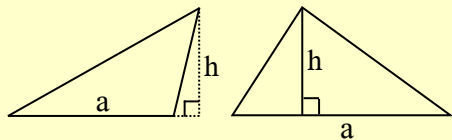
להזמנת ספר הביתה עם שליח : <https://bit.ly/3WY8k7H>

שטחים

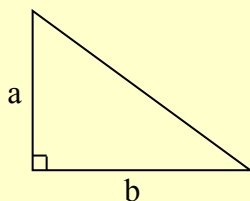
משולשים

שטח משולש שווה למחצית מכפלת הגובה באורך הצלע

$$S = \frac{a \cdot h}{2} \quad \text{שאליה הוא יורד}$$

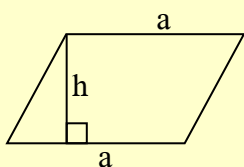


שטח משולש ישר זווית שווה למחצית מכפלת אורכי ניצביו: $S = \frac{a \cdot b}{2}$

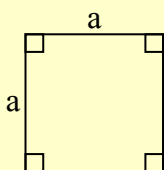


מרובעים

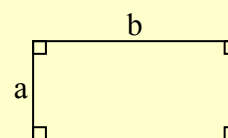
שטח מקבילית שווה למכפלת צלעה בגובה היורד אליה מהקודקוד שמולה: $S = a \cdot h$



שטח ריבוע שווה לריבוע צלעו: $S = a^2$

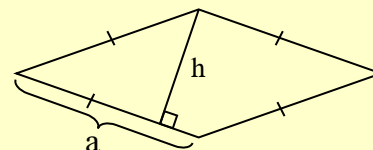
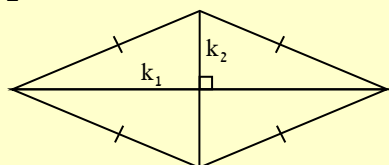


שטח מלבן שווה למכפלת אורכו ברוחבו: $S = a \cdot b$

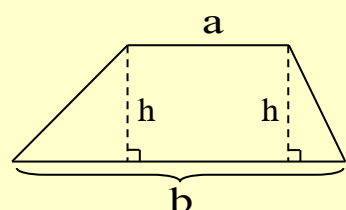
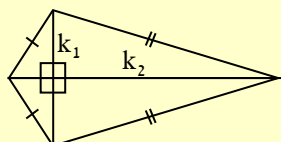


שטח מעוין ניתן לחישוב בשתי דרכים:

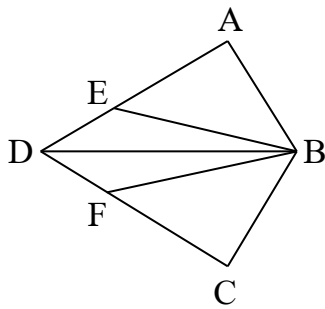
על ידי מכפלת הצלע בגובה היורד אליה: $S = a \cdot h$ או כמחצית מכפלת אורכי האלכסונים: $S = \frac{k_1 \cdot k_2}{2}$



שטח דלתון שווה למחצית מכפלת האלכסונים: $S = \frac{k_1 \cdot k_2}{2}$



שטח טרפז שווה למחצית מכפלת הגובה בסכום הבסיסים: $S = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$



1. בדלתון ABCD הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AD ו-CD בהתאמה.

נתון: $\angle AEB = 45^\circ$, $AB = BC = 8$ ס"מ, $AB \perp AD$.

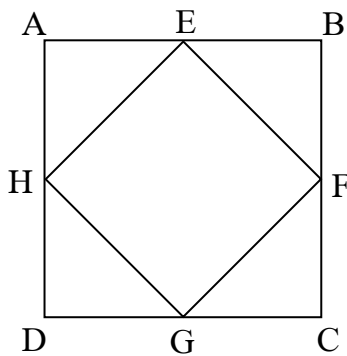
א. חשבו את גודל הזווית $\angle ABE$.

ב. נתון: $DE = 7$ ס"מ. חשבו את:

1. אורך הצלע AD.

2. היקף הדלתון ABCD.

3. שטח הדלתון ABCD.



2. נתון הריבוע ABCD. הנקודות E, F, G, H הן אמצעי

הצלעות כמתואר בשרטוט.

א. הסבירו מדוע המשולשים $\triangle ADGH$, $\triangle AHE$, $\triangle BEF$ ו- $\triangle CFG$ חופפים.

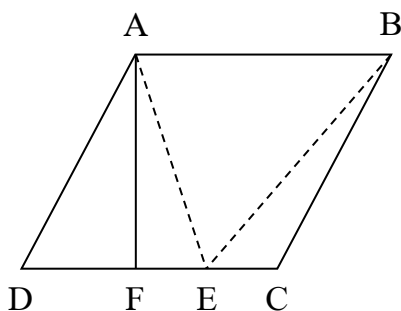
ב. חשבו את הזווית $\angle HEF$.

ג. הוכיחו: המרובע HEFG הוא ריבוע.

ד. נסמן: $CF = t$. הביעו באמצעות t את שטח המשולש $\triangle CGF$.

ה. איזה מהביטויים מייצג את שטח הריבוע HEFG?

i. t^2 ii. $2t^2$ iii. $3t^2$ iv. $4t^2$



3. הנקודה E נמצאת על הצלע CD במקבילית ABCD.

שטח המשולש $\triangle ABE$ הוא 135 סמ"ר.

א. האם ניתן לקבוע מהו שטח המקבילית ABCD? נמקו.

ב. היקף המקבילית הוא 70 ס"מ. נתון: $AB = 18$ ס"מ.

חשבו את אורך הצלע AD.

ג. הקטע AF הוא גובה במקבילית. חשבו את:

1. אורך הגובה AF.

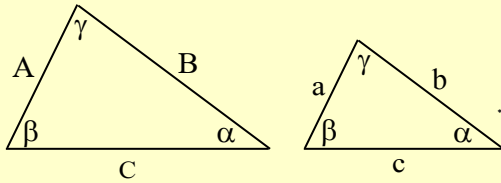
2. אורך הקטע DF.

3. שטח המשולש $\triangle BDF$ שאינו מופיע בשרטוט.

דמיון משולשים

1. שני משולשים נקראים **משולשים דומים**כאשר שלוש הזוויות שלהם שוות **בהתאמה**

וקיים יחס שווה בין שלושת זוגות הצלעות המתאימות.



במשולשים דומים, היחסים בין זוגות הצלעות המתאימות שווים זה לזה כך ש: $\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c}$

בכתיבת דמיון המשולשים נקפיד להציג את אותיות הקודקודים בכל משולש לפי סדר הזוויות המתאימות.

לדוגמה, נוכל לכתוב את הדמיון של שני המשולשים

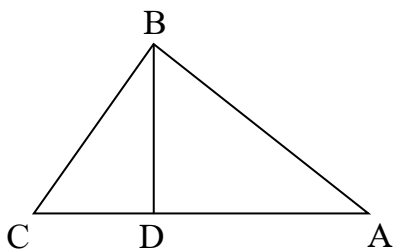
משמאל במספר דרכים נכונות. נציג שלוש מהן:

$$\triangle EDF \sim \triangle BAC, \triangle ACB \sim \triangle DFE, \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

משפט דמיון ז.ז.: אם שתי זוויות במשולש אחד שוות לשתי זוויות במשולש השני, אז המשולשים דומים.

משפט דמיון צ.ז.צ.: אם שתי צלעות של משולש אחד מתייחסות באותו יחס לשתי צלעות מתאימות במשולש שני, והזווית שבין הצלעות שווה, אז המשולשים דומים.

משפט דמיון צ.צ.צ.: אם שלוש צלעות של משולש אחד, מתייחסות באותו יחס לשלוש צלעות של משולש שני, אז המשולשים דומים.



1. הקטע BD הוא גובה ליתר במשולש ישר הזווית $\triangle ABC$.

נסמן: $\angle BAD = \alpha$.

א. הביעו באמצעות α את גודל הזוויות:

1. $\angle ABD$ 2. $\angle CBD$

ב. הוכיחו: $\triangle ABD \sim \triangle CBD$.

ג. נתון: $CD = 9$ ס"מ, $AD = 16$ ס"מ. חשבו את:

1. אורך הקטע BD. 2. היקף המשולש $\triangle ABC$.

2. הנקודה D נמצאת על הצלע BC במשולש $\triangle ABC$.

נתון: $\angle BAD = \angle ACB$.

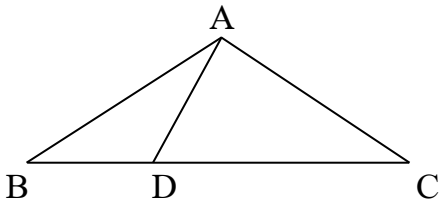
א. הוכיחו: $\triangle ABD \sim \triangle CBA$.

ב. נתון: $AB = 8$ ס"מ, $BD = 4$ ס"מ.

1. מצאו את יחס הדמיון בין המשולשים מסעיף א'.

2. חשבו את אורך CD.

ג. נתון: $AD = 5$ ס"מ. חשבו את היקף המשולש $\triangle ABC$.



3. אלכסוני המעוין ABCD נחתכים בנקודה O.

הגובה AE חותך את האלכסון BD בנקודה M.

א. הוכיחו: $\triangle ABO \sim \triangle MAO$.

ב. היקף המעוין ABCD הוא 80 ס"מ.

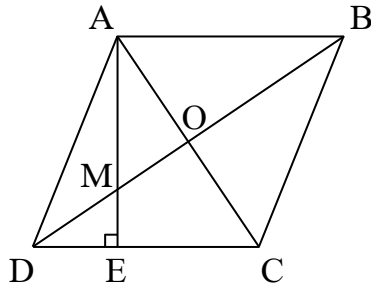
נתון: $AC = 24$ ס"מ. חשבו את אורך:

1. הקטע BO.

2. הקטע MO.

ג. הוכיחו: $\triangle MAO \sim \triangle MDE$.

ד. חשבו את אורך הקטע DE.



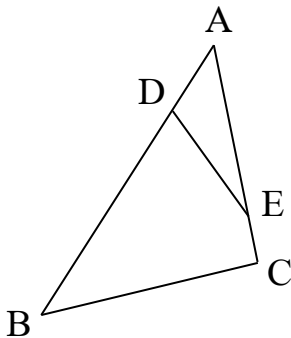
4. הנקודות D ו-E נמצאות על צלעות המשולש $\triangle ABC$ כמתואר בשרטוט.

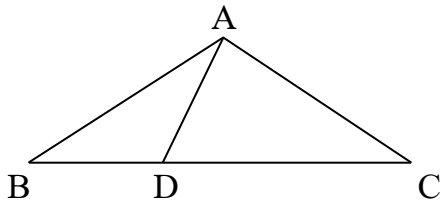
נתון: $AD = 2$ ס"מ, $AE = 4$ ס"מ, $CE = 1$ ס"מ, $BD = 8$ ס"מ.

א. הוכיחו: $\triangle ADE \sim \triangle ACB$.

ב. נתון: $DE = 3$ ס"מ.

חשבו את אורך הצלע BC.





5. הנקודה D נמצאת על הבסיס BC במשולש שווה

השוקיים $\triangle ABC$ ששטחו 768 סמ"ר.

נתון: $BC = 64$ ס"מ.

א. הורידו גובה מהקודקוד A לבסיס BC וחשבו את אורכו.

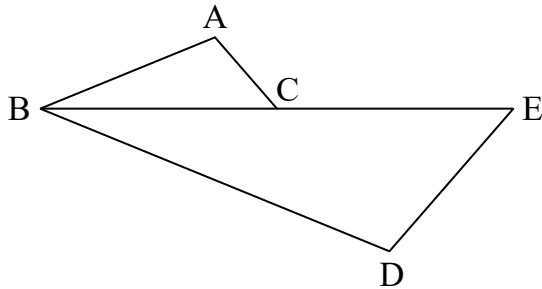
ב. חשבו את היקף המשולש $\triangle ABC$.

ג. נתון: $CD = 39$ ס"מ.

הוכיחו: $\triangle ABD \sim \triangle BCA$.

ד. חשבו את היקף המשולש $\triangle ACD$.

ה. קבעו איזו מהזוויות $\angle CAD$ או $\angle ADC$ גדולה יותר. הסבירו.



6. נתונים המשולשים $\triangle ABC$ ו- $\triangle DBE$.

הקטע BC משותף לשני המשולשים.

הנקודה C היא אמצע הצלע BE.

נתון: $AB = DE = 4$ ס"מ, $AC = 2$ ס"מ,

$BC = 5$ ס"מ, $BD = 8$ ס"מ.

א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle DBE$.

ב. מצאו את יחס הדמיון בין המשולש $\triangle DBE$ והמשולש $\triangle ABC$.

ג. האם הצלע BC חוצה את הזווית $\angle ABD$? הסבירו.



תשובות:

(1) א. $90^\circ - \alpha$. ב. α . ג. 1. 12 ס"מ. ד. 60 ס"מ.

(2) א. 1. 2. 12 ס"מ. ג. 34 ס"מ.

(3) א. 1. 16 ס"מ. ב. 2. 9 ס"מ. ג. 5.6 ס"מ.

(4) א. 7.5 ס"מ.

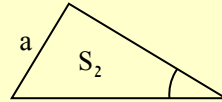
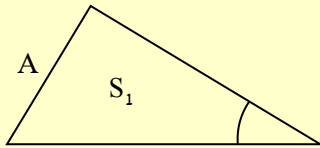
(5) א. 24 ס"מ. ב. 144 ס"מ. ג. 104 ס"מ. ד. $\angle ADC$. ידוע לנו ש: $CD = 39$ ס"מ ו: $AC = 40$ ס"מ.

בנוסף, בכל משולש מול הצלע הגדולה נמצאת הזווית הגדולה.

(6) א. 1:2. ג. מהדמיון שהוכחנו בסעיף א' מתקיים: $\angle ABC = \angle DBE$ ולכן BC חוצה זווית.

יחס השטחים במשולשים דומים

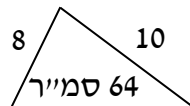
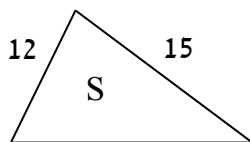
במשולשים דומים יחס השטחים שווה לריבוע יחס הדמיון:



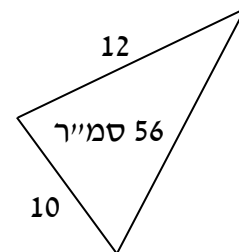
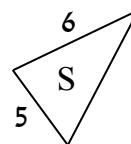
$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{A}{a}\right)^2$$

1. בכל סעיף מופיעים שני משולשים דומים. אורכי הצלעות המופיעים הם בסנטימטרים.

בתוך אחד המשולשים מוצג שטחו. היעזרו בנתונים ומצאו את השטח S של המשולש האחר.



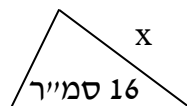
ב.



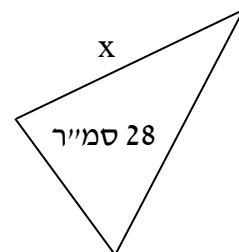
א.

2. בכל סעיף מופיעים שני משולשים דומים. אורכי הצלעות המופיעים בשרטוט הם בסנטימטרים.

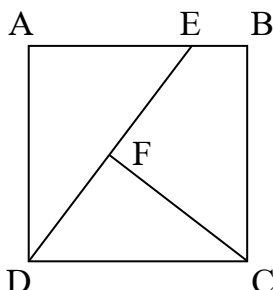
בתוך כל משולש מוצג שטחו. היעזרו בנתונים ומצאו את אורך הצלע x.



ב.

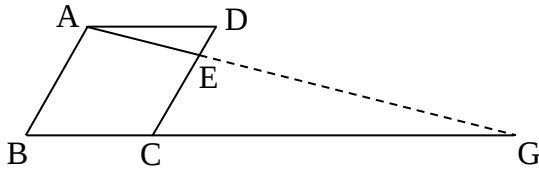


א.



3. הנקודה E נמצאת על הצלע AB בריבוע ABCD.

הנקודה F נמצאת על הקטע DE. נתון: $DE \perp CF$.א. הוכיחו: $\triangle ADE \sim \triangle FCD$.ב. נתון: $AE = 15$ ס"מ, $DF = 12$ ס"מ.1. מהו יחס הדמיון בין המשולש $\triangle ADE$ לבין המשולש $\triangle FCD$?2. מהו היחס בין שטח המשולש $\triangle ADE$ לבין שטח המשולש $\triangle FCD$?ג. נתון ששטח המשולש $\triangle ADE$ הוא 150 סמ"ר. חשבו את:1. שטח המשולש $\triangle FCD$. 2. אורך הצלע AD.



4. הנקודה E נמצאת על הצלע CD במעוין ABCD.

המשכי הקטעים AE ו-BC נחתכים בנקודה G.

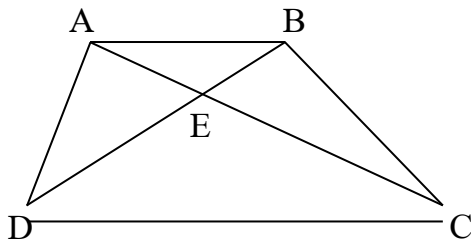
א. הוכיחו: $\triangle ADE \sim \triangle GCE$.

ב. נתון: $AD = 4a$, $DE = a$.

1. מהו יחס הדמיון בין המשולש $\triangle GCE$ לבין המשולש $\triangle ADE$?

2. מהו היחס בין שטח המשולש $\triangle GCE$ לבין המשולש $\triangle ADE$?

ג. נתון ששטח המשולש $\triangle ADE$ הוא 20 סמ"ר. חשבו את שטח המשולש $\triangle GCE$.



5. אלכסוני הטרפז ABCD נחתכים בנקודה E.

א. הוכיחו: $\triangle ABE \sim \triangle CDE$.

ב. נתון: $CD = 2AB$. חשבו את היחס: $\frac{DE}{BE}$.

ג. נתון ששטח המשולש $\triangle ABE$ הוא 20 סמ"ר.

1. חשבו את שטח המשולש $\triangle CDE$.

2. היעזרו במשפט העזר בשטחים וחשבו את שטח המשולש $\triangle BCE$.

תשובות:

(1) א. 14 סמ"ר. ב. 144 סמ"ר.

(2) א. 10 סמ"ר. ב. 6 סמ"ר.

(3) א. 1. ב. 4. ג. 25. ד. 16. ה. 96 סמ"ר. ו. 20 סמ"ר.

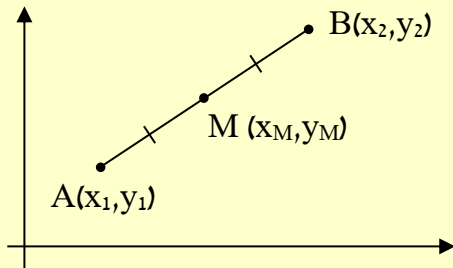
(4) א. 1. ב. 3. ג. 1. ד. 9. ה. 180 סמ"ר.

(5) א. 1. ב. 2. ג. 80 סמ"ר. ד. 40 סמ"ר.



גיאומטריה משולבת

בפרק זה נשתמש בנוסחאות הבאות בגיאומטריה אנליטית:



שיפוע הישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ הוא}$$

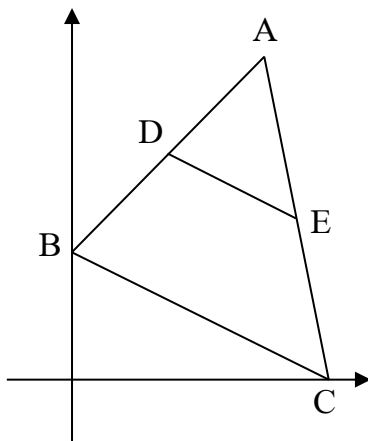
משוואת הישר ששיפועו m אשר עובר בנקודה (x_1, y_1)

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1) \text{ היא}$$

כאשר שני ישרים מקבילים, אז שיפועיהם שווים: $m_1 = m_2$ וכאשר הם מאונכים: $m_1 \cdot m_2 = -1$.

שיעורי אמצע הקטע המחבר בין הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) הם: $x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$.

המרחק d בין הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) הוא: $d = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$.



1. במשולש $\triangle ABC$ הצלע BC מונחת על הישר $y = -0.5x + 4$.

א. מצאו את שיעורי הקודקודים B ו- C .

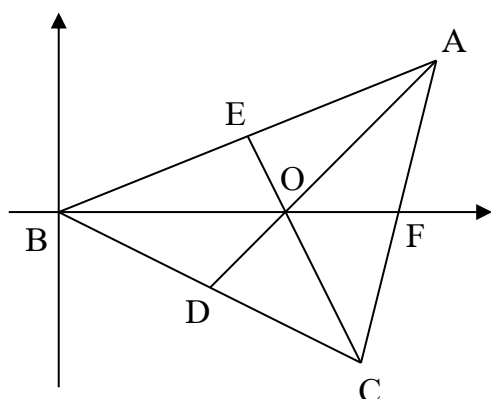
ב. הנקודות D ו- E נמצאת בהתאמה על הצלעות AB ו- AC .

נתון: $D(3, 7)$, $E(7, 5)$.

1. הוכיחו: $DE \parallel BC$.

2. נתון שהקטע DE הוא קטע אמצעים במשולש $\triangle ABC$.

מצאו את שיעורי הקודקוד A .



2. במשולש $\triangle ABC$ התיכונים AD ו- CE נחתכים בנקודה O

הנמצאת על ציר ה- x . הקודקוד B נמצא בראשית הצירים.

ציר ה- x חותך את הצלע AC בנקודה F .

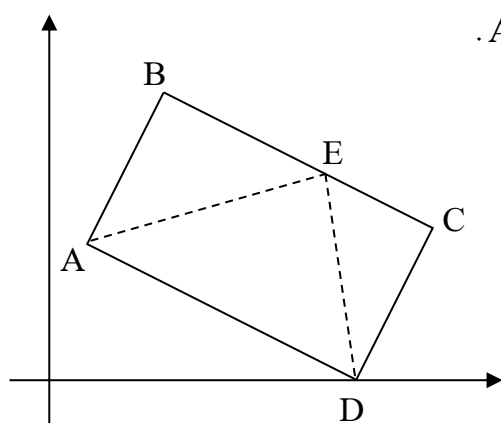
א. הוכיחו: הנקודה F היא אמצע הצלע AC .

ב. נתון: $OF=3$.

1. חשבו את אורך הקטע BF .

2. מצאו את שיעורי הנקודות O ו- F .

ג. נתון: $A(10,4)$. מצאו את שיעורי הקודקוד C .



3. במקבילית $ABCD$ נתונים הקודקודים $A(1,4)$, $B(3,8)$, $D(9,0)$.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד C .

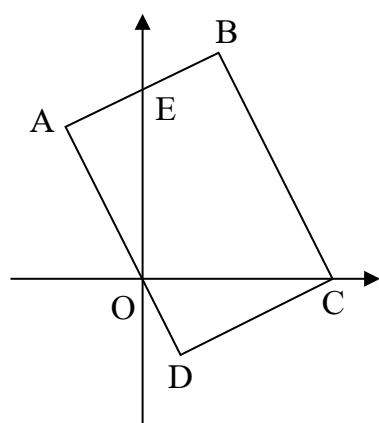
ב. הוכיחו: המקבילית $ABCD$ היא מלבן.

ג. חשבו את שטח המלבן $ABCD$.

ד. הנקודה E נמצאת על הצלע BC .

האם ניתן לחשב את שטח המשולש $\triangle ADE$ מבלי

לדעת את שיעורי הנקודה E ? הסבירו את תשובתכם.



4. במלבן $ABCD$ הצלע AD עוברת דרך ראשית הצירים O .

הצלע AB מונחת על הישר $y = 0.5x + 5$, וחותרת את ציר ה- y בנקודה E .

הקודקוד C נמצא על ציר ה- x .

א. מצאו את שיעורי הנקודה E .

ב. הוכיחו: $\angle AEO = \angle DOC$.

ג. נתון: $C(5,0)$. הוכיחו: $\triangle AEO \cong \triangle DOC$.

ד. מצאו את:

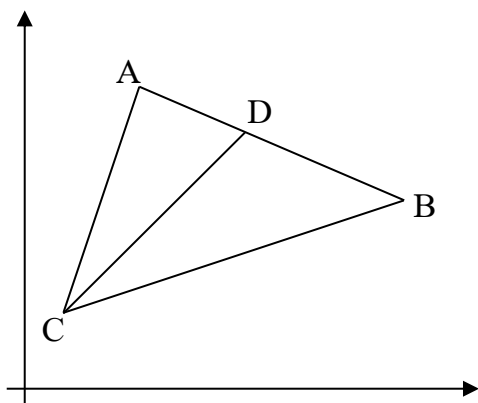
1. משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AD .

2. שיעורי הקודקוד A .

3. שטח המשולש $\triangle AEO$.

ה. שטח המרובע $BCOE$ הוא 20 יח"ר. חשבו את שטח המלבן $ABCD$.

5. במערכת צירים נתונות הנקודות $A(3,8)$, $B(10,5)$ ו- $C(1,2)$.



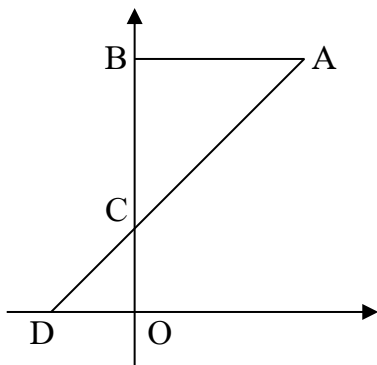
א. חשבו את אורכי הצלעות AC ו-BC.

ב. הקטע CD הוא חוצה זווית במשולש $\triangle ABC$.

איזה מהיחסים הבאים שווה ליחס $\frac{AD}{BD}$?

- i. $\frac{1}{3}$ ii. $\frac{2}{3}$ iii. $\frac{3}{2}$ iv. $\frac{1}{2}$

6. הנקודות B, C ו- D נמצאות על הצירים כמתואר בשרטוט.



הנקודה O היא ראשית הצירים. נתון: $A(4,6)$, $B(0,6)$.

א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle DOC$.

ב. נתון: $\frac{AC}{CD} = 2$. חשבו את היחס: $\frac{AB}{DO}$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה D.

ד. העבירו את הקטע AO. חשבו את שטח המשולש $\triangle ACO$.

7. במשולש $\triangle ABC$ הנקודה C נמצאת בראשית הצירים.

הנקודות D ו- E נמצאות בהתאמה על הצלעות BC ו- AC.

נתון: $E(-3,4)$.

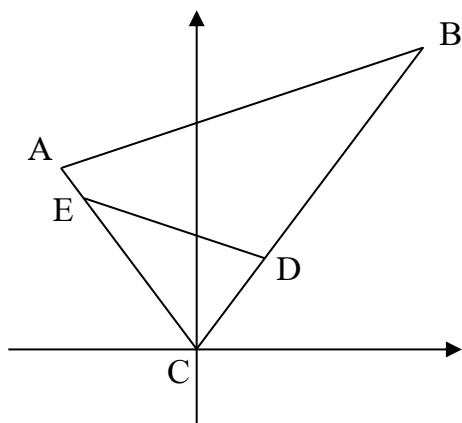
א. חשבו את אורך הקטע CE.

ב. נתון: $AE = 1$, $CD = 3$, $BC = 10$.

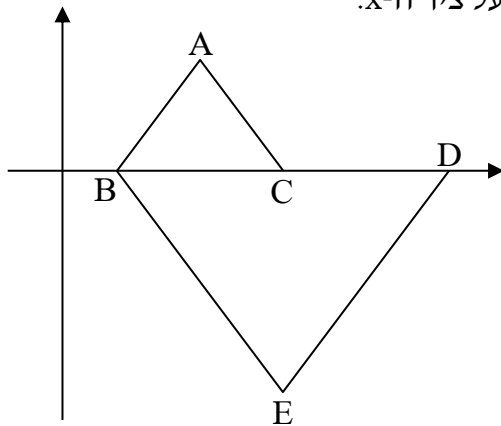
1. הוכיחו: $\triangle CDE \sim \triangle CAB$.

2. נתון: $DE = 6$.

חשבו את אורך הצלע AB.



8. במשולשים $\triangle ABC$ ו- $\triangle EBD$ הקודקודים B, C ו-D נמצאים על ציר ה-x.



נתון: $D(14,0)$, $B(2,0)$.

הקודקוד C נמצא באמצע הצלע BD.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

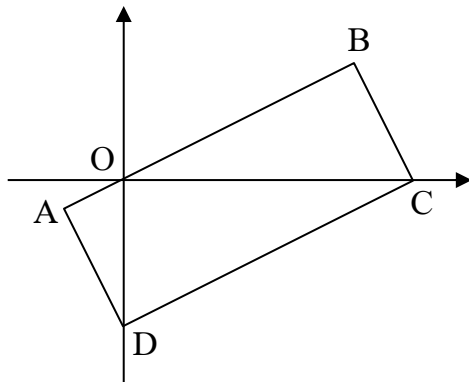
ב. נתון: $A(5,4)$. הוכיחו: $AB = AC$.

ג. נתון: $E(8,-8)$. הוכיחו: $BE = DE$.

ד. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle EBD$.

ה. האם הצלע BC חוצה את הזווית $\angle ABE$? הסבירו.

9. במלבן ABCD הקודקודים C ו-D נמצאים על הצירים



כמתואר בשרטוט. הצלע AB עוברת בראשית הצירים.

א. הוכיחו: $\triangle ADO \sim \triangle BOC$.

ב. איזו מצלעות המשולש $\triangle ADO$ מתאימה לצלע CO

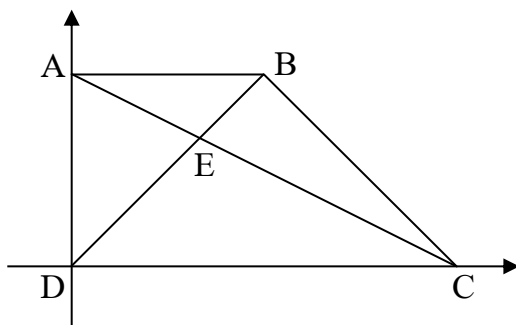
במשולש $\triangle BOC$? הסבירו.

ג. הצלע CD מונחת על הישר $y = 0.5x - 5$.

1. מצאו את שיעורי הקודקודים C ו-D.

2. מצאו את יחס הדמיון בין המשולשים $\triangle ADO$ ו- $\triangle BOC$.

10. במרובע ABCD הקודקודים A ו-C נמצאים על הצירים.



הקודקוד D נמצא בראשית הצירים.

אלכסוני המרובע נחתכים בנקודה E.

נתון: $A(0,6)$, $B(6,6)$.

א. הראו ש: $AB \parallel CD$.

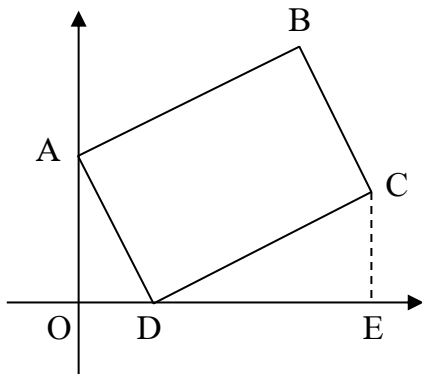
ב. הוכיחו: $\triangle ABE \sim \triangle CDE$.

ג. נתון: $DE = 2BE$.

1. חשבו את אורך הבסיס CD.

2. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

3. מצאו את משוואת הישר שעליו מונחת השוק BC.



11. במלבן ABCD הצלע AD מונחת על הישר $y = -2x + 4$.

א. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-D.

ב. הנקודה E נמצאת על ציר ה-x כך ש: $CE \perp DE$.

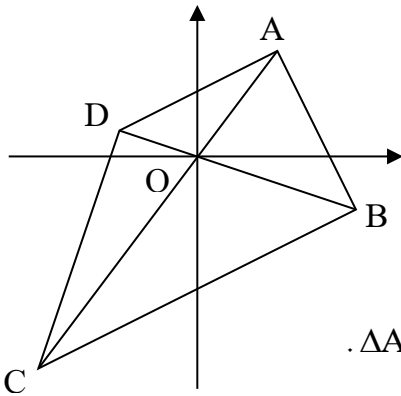
הוכיחו: $\triangle ADO \sim \triangle DCE$.

ג. נתון: $E(8,0)$. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש

$\triangle ADO$ משטח המשולש $\triangle DCE$.

ד. חשבו את שטח:

1. המשולש $\triangle ADO$. 2. המשולש $\triangle DCE$.



12. אלכסוני המרובע ABCD נחתכים בראשית הצירים בנקודה O.

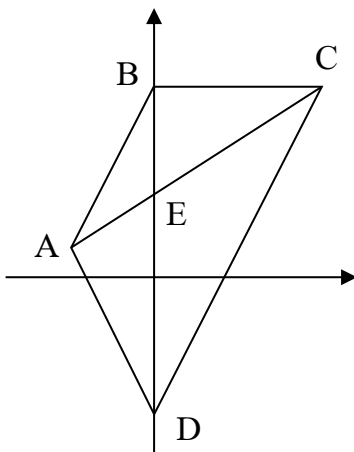
נתון: $A(3,4)$, $B(6,-2)$, $C(-6,-8)$, $D(-3,1)$.

א. הוכיחו: המרובע ABCD הוא טרפז.

ב. 1. הוכיחו: $\triangle CBO \sim \triangle ADO$.

2. חשבו את יחס הדמיון בין המשולש $\triangle ADO$ למשולש $\triangle CBO$.

3. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש $\triangle CBO$ משטח המשולש $\triangle ADO$.



13. אלכסוני הטרפז ABCD ($AB \parallel CD$) נחתכים בנקודה E.

הקודקודים B ו-D נמצאים על ציר ה-y.

נתון: $A(-3,1)$, $B(0,7)$. שטח המשולש $\triangle ABD$ הוא 18 יח"ר.

א. חשבו את אורך האלכסון BD.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד D.

ג. נתון: $\angle CBD = 90^\circ$.

מצאו את משוואת הישר שעליו מונחת השוק BC.

ד. הוכיחו: $\triangle ABE \sim \triangle CDE$.

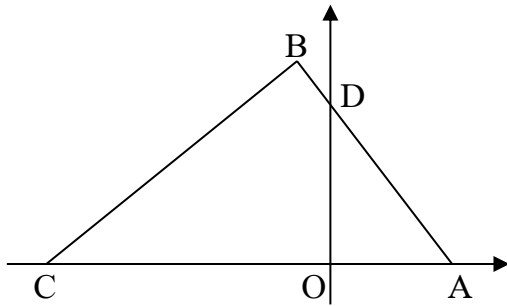
ה. נתון: $E(0,3)$.

1. מצאו את יחס הדמיון בין המשולש $\triangle ABE$ למשולש $\triangle CDE$.

2. חשבו את שטח המשולש $\triangle ABE$.

3. חשבו את שטח המשולש $\triangle CDE$.

14. במשולש $\triangle ABC$ הקודקודים A ו-C נמצאים על ציר ה-x.



הצלע AB חותכת את ציר ה-y בנקודה D.

הצלע AB מונחת על הישר $y = -\frac{4}{3}x + 4$.

א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-D.

ב. חשבו את אורכי הצלעות של המשולש $\triangle ADO$.

ג. נתון: $BC=8$, $AB=6$, $C(-7,0)$.

1. הוכיחו: $\triangle ADO \sim \triangle ACB$.

2. חשבו את שטח המשולש $\triangle ADO$.

3. מהו היחס בין שטח המשולש $\triangle ADO$ לבין שטח המשולש $\triangle ABC$?

4. חשבו את שטח המשולש $\triangle ABC$.

תשובות:

(1) א. $A(6,10)$, ב. $C(8,0)$, $B(0,4)$.

(2) ב. 1. 9 יח"ר. 2. $O(6,0)$, $F(9,0)$. ג. $C(8,-4)$.

(3) א. $C(11,4)$. ג. 40 יח"ר. ד. ניתן לחשב. בכל מיקום על הצלע BC,

שטח המשולש $\triangle ADE$ יהיה מחצית משטח המלבן, 20 יח"ר.

(4) א. $E(0,5)$. ד. 1. $y = -2x$. 2. $A(-2,4)$. 3. 5 יח"ר. ה. 30 יח"ר.

(5) א. $AC = \sqrt{40}$ יח"ר, $BC = \sqrt{90}$ יח"ר. ב. ii.

(6) ב. 2. ג. $D(-2,0)$. ד. 4 יח"ר.

(7) א. 5 יח"ר. ב. 12 יח"ר.

(8) א. $C(8,0)$. ה. כן. מהדמיון בסעיף ד' מתקיים: $\angle ABC = \angle EBD$ ולכן BC חוצה את הזווית $\angle ABE$.

(9) ב. DO. הצלעות DO ו-CO נמצאות מול הזוויות (הישרות) המתאימות במשולשים הדומים.

ג. 1. $C(10,0)$, $D(0,-5)$. 2. 1:2.

(10) ג. 1. 12 יח"ר. 2. $C(12,0)$. 3. $y = -x + 12$.

(11) א. $A(0,4)$, $D(2,0)$. ג. פי 2.5. ד. 1. 4 יח"ר. 2. 9 יח"ר.

(12) ב. 2. 1:2. 3. פי 4.

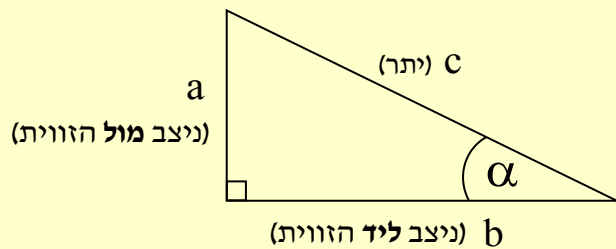
(13) א. 12 יח"ר. ב. $D(0,-5)$. ג. $y = 7$. ה. 1:2. 1. 6 יח"ר. 2. 24 יח"ר.

(14) א. $A(3,0)$, $D(0,4)$. ב. 5 יח"ר AD , 3 יח"ר AO , 4 יח"ר DO . ג. 2. 6 יח"ר. 3. 4:1. 4. 24 יח"ר.



טריגונומטריה

הפונקציות הטריגונומטריות מאפשרות לנו למצוא יחס בין אורכי צלעות המשולש לבין גודל זוויותיו. במשולש ישר זווית נשתמש ביחסים הבאים:



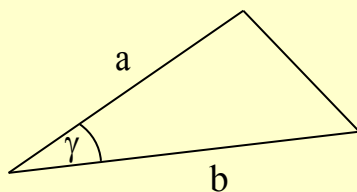
$$\sin \alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{a}{c} \quad (\text{סינוס})$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{הניצב שליד הזווית}}{\text{היתר}} = \frac{b}{c} \quad (\text{קוסינוס})$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{הניצב שמול הזווית}}{\text{הניצב שליד הזווית}} = \frac{a}{b} \quad (\text{טנגנס})$$

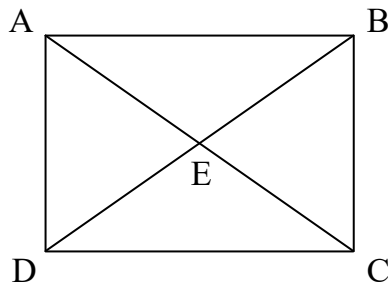
חשוב!

1. פונקציות טריגונומטריות אלו מוצגות במשולשים ישרי זווית אך נוכל להרחיב את השימוש בהן גם למצולעים אחרים שאותם נפרק למשולשים ישרי זווית.
2. לרוב נקבל במשולש ישר הזווית שני נתונים - שתי צלעות או זווית וצלע - וכדי לחשב אורכים וזוויות נוספות במשולש, ניעזר באחת מהפונקציות הטריגונומטריות המופיעות למעלה.
3. נשתמש במשפט פיתגורס כאשר הדבר מתאפשר.



שטחו של כל משולש ניתן לחישוב כמחצית מכפלת שתי צלעות

$$S = \frac{a \cdot b \cdot \sin \gamma}{2} \quad \text{סמוכות בסינוס הזווית שביניהן לפי הנוסחה:}$$



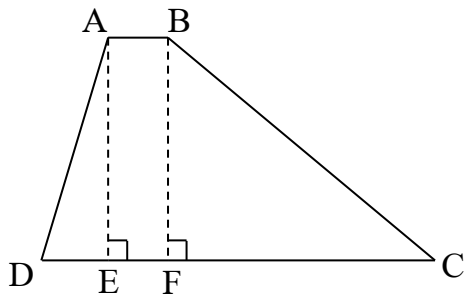
1. במלבן ABCD האלכסונים נחתכים בנקודה E.

נתון: $BD = 12$ ס"מ, $\angle ABD = 35^\circ$.

חשבו את:

א. אורך הצלע AB.

ב. אורך הצלע AD.



2. בטרפז ABCD מופיעים הגבהים AE ו-BF.

נתון: $BC = 10$ ס"מ, $\angle BCF = 40^\circ$.

א. חשבו את אורך הגובה BF.

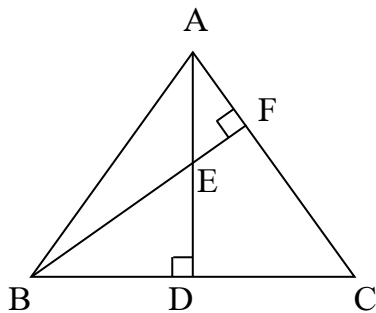
ב. הסבירו מדוע המרובע ABFE הוא מלבן.

ג. נתון: $DE = 2$ ס"מ. חשבו את:

1. גודל הזווית $\angle DAE$.

2. אורך השוק AD.

ד. נתון: $AB = 2$ ס"מ. חשבו את שטח הטרפז.



3. במשולש שווה השוקיים $\triangle ABC$ ($AB = AC$) הגבהים AD ו-BF נחתכים בנקודה E. נתון: $BF = 9$ ס"מ, $BC = 11$ ס"מ. חשבו את:

א. גודל הזווית $\angle CBF$.

ב. גודל הזווית $\angle CAD$.

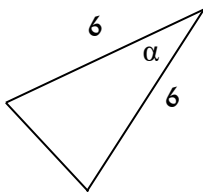
ג. אורכי השוקיים AB ו-AC.

ד. אורך הקטע AF.

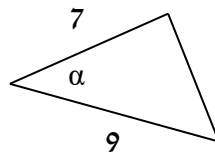
4. בכל סעיף מופיע משולש ששטחו נתון. האורכים בשרטוט הם בסנטימטרים.

מצאו את הזווית החדה α .

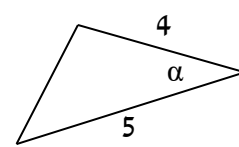
ג. השטח 7 סמ"ר.



ב. השטח 20 סמ"ר.



א. השטח 5 סמ"ר.



5. במשולש שווה השוקיים $\triangle ABC$ נתון: $AB = AC = 10$ ס"מ.

שטח המשולש $\triangle ABC$ הוא 28 סמ"ר.

א. מצאו את גודל הזווית החדה $\angle BAC$.

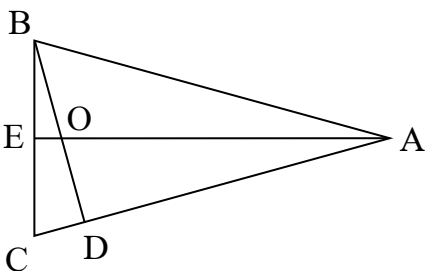
ב. במשולש $\triangle ABC$ הגבהים AE ו-BD נחתכים בנקודה O. חשבו את:

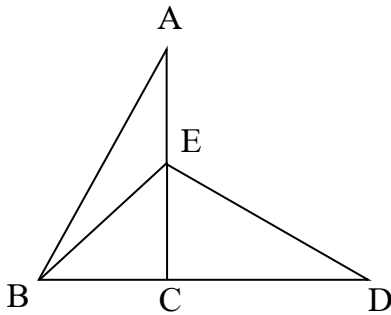
1. אורך הקטע AD.

2. אורך הקטע AO.

3. שטח המשולש $\triangle ABO$.

4. שטח המשולש $\triangle ADO$.





6. הצלע AB היא היתר במשולש ישר הזווית $\triangle ACB$.

הנקודה E נמצאת על הניצב AC. שטח המשולש $\triangle ABE$ הוא 27 סמ"ר.

נתון: $\angle AEB = 130^\circ$, $AE = 7$ ס"מ.

א. מצאו את גודל הזווית $\angle BEC$.

ב. חשבו את אורך הצלע BE.

ג. חשבו את אורך היתר AB.

ד. הנקודה D נמצאת על המשך הניצב BC. נתון: $\angle BED = 115^\circ$.

1. מצאו את גודל הזווית $\angle CED$. 2. חשבו את אורך הקטע CD.

7. במשולש $\triangle ABC$ שווה השוקיים ($AB = AC$) הגבהים AD ו-BE נחתכים בנקודה F.

נתון: $\angle ABE = 46^\circ$. נסמן: $AE = a$.

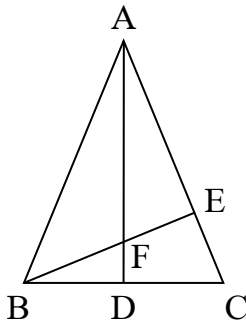
א. הביעו באמצעות a את:

1. אורך השוק AB. 2. שטח המשולש $\triangle ABE$.

ב. חשבו את גודל הזווית $\angle BAD$.

ג. הביעו באמצעות a את:

1. אורך הקטע BD. 2. אורך הקטע AF.



תשובות:

(1) א. 9.83 ס"מ. ב. 6.88 ס"מ.

(2) א. 6.43 ס"מ. ב. המרובע ABFE מקבילית כיוון שהגבהים AE ו-BF

מקבילים וכך גם הבסיסים AB ו-EF. המקבילית ABFE היא מלבן כיוון

שיש לה זווית ישרה. ג. 17.28° . 2. 6.73 ס"מ. ד. 43.9 סמ"ר.

(3) א. 35.1° . ב. 35.1° . ג. שתיהן 9.57 ס"מ. ד. 3.24 ס"מ.

(4) א. $\alpha = 30^\circ$. ב. $\alpha = 39.414^\circ$. ג. $\alpha = 22.885^\circ$.

(5) א. 30.056° . ב. 8.285 ס"מ. AD. 2. 8.665 ס"מ. AO. 3. 12.687 סמ"ר. $S_{\triangle ABO}$.

4. 10.511 סמ"ר. $S_{\triangle ADO}$.

(6) א. 50° . ב. 10.07 ס"מ. ג. 15.53 ס"מ. ד. 65° . 2. 13.88 ס"מ.

(7) א. 1.39a. 2. $0.48a^2$. ב. 22° . ג. 1.052a. 2. 1.08a.



פונקציית פולינום

דוגמה: נגזרת הפולינום: $f(x) = x^6 - 3x^4 + x^2 - 3x + 6$ היא: $f'(x) = 6x^5 - 12x^3 + 2x - 3$.

ערך הנגזרת בנקודה שבה $x = 1$ הוא: $f'(1) = 6 \cdot 1^5 - 12 \cdot 1^3 + 2 \cdot 1 - 3 = -7$.

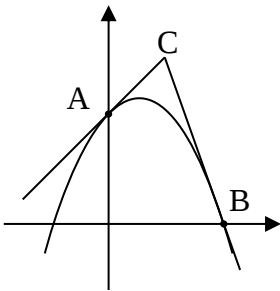
1. הפרבולה: $f(x) = -x^2 + x + 2$ חותכת את ציר ה-y ואת ציר ה-x

בנקודות A ו-B בהתאמה. מצאו את:

א. שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. משוואות הישרים המשיקים לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודות A ו-B.

ג. שיעורי הנקודה C בה נחתכים שני המשיקים.



2. ישר ששיפועו -8 משיק לגרף הפונקציה: $f(x) = -x^3 + 4x + 8$ ברביע

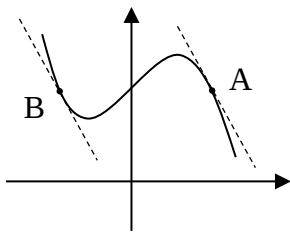
הראשון בנקודה A.

א. מצאו את שיעורי הנקודה A.

ב. ישר נוסף המקביל למשיק הנתון, משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ ברביע

השני בנקודה B. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ג. קבעו אם הישר AB חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ על ציר ה-y. נמקו.



3. נתונה הפונקציה: $g(x) = 2x^3 - 21x^2 + 72x + c$.

א. הביעו באמצעות c את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגן.

ב. מצאו את שיפוע הישר העובר בנקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ והראו שאינו תלוי בערכו של c.

ג. נתון: שיעור ה-y של נקודת המקסימום הוא 90. מצאו את c.

ד. מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודת המינימום שלה.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה. 2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

3. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן. 4. תחומי העלייה והירידה.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^4 - 12x^3 + 36x^2$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים. 2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

3. תחומי העלייה והירידה.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. היעזרו בסקיצה של הפונקציה ועבור כל אחת מהטענות הבאות, קבעו אם היא נכונה או שגויה:

i. הישר $y = 2$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בארבע נקודות.

ii. הישר $y = 81$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות.

6. גרף הפונקציה $f(x) = 2x^5 + mx^4 + 3$ עובר בנקודה $(1, 0)$.

א. מצאו את m .

ב. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן. 2. תחומי העלייה והירידה.

ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. מצאו עבור אילו ערכי k יהיו למשוואה: $f(x) = k$ שלושה פתרונות. נמקו.

ה. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = f(x) + c$.

נתון שנקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על ציר ה- x . מצאו את c .

תשובות:

1. א. $A(0, 2)$, $B(2, 0)$. ב. הישר $y = x + 2$ משיק בנקודה A ; הישר $y = -3x + 6$ משיק בנקודה B .

ג. $C(1, 3)$. 2. א. $A(2, 8)$. ב. $B(-2, 8)$. ג. כן.

3. א. $\max(3, 81 + c), \min(4, 80 + c)$. ב. השיפוע -1 . ג. $c = 9$. ד. $y = 89$.

4. א. 1. כל x . 2. $(0, 0)$, $(2, 0)$. 3. $\min(0, 0), \max(1, 1), \min(2, 0)$.

4. עולה: $0 < x < 1$ או $2 < x$; יורדת: $1 < x < 2$ או $x < 0$. ב. השרטוט משמאל.

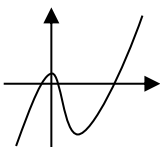
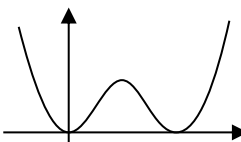
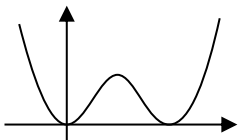
5. א. 1. $(0, 0)$, $(6, 0)$. 2. $\min(0, 0), \max(3, 81), \min(6, 0)$.

3. עולה: $6 < x$ או $0 < x < 3$; יורדת: $3 < x < 6$ או $x < 0$.

ב. השרטוט משמאל. ג. נכונה. ii. שגויה.

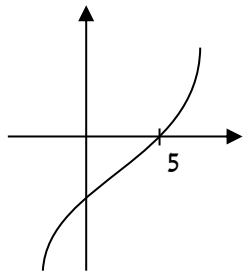
6. א. $m = -5$. ב. 1. $\max(0, 3), \min(2, -13)$. 2. עולה: $2 < x$ או $x < 0$;

יורדת: $0 < x < 2$. ג. השרטוט משמאל. ד. $-13 < k < 3$. ה. $c = 13$.



פונקציה מורכבת

פונקציה מורכבת מתקבלת כאשר מעלים פונקציית פולינום בשלמותה בחזקה טבעית כלשהי.
דוגמאות לפונקציות מורכבות: $f(x) = (x^3 - 2x)^5$, $g(x) = (x^2 + x + 1)^5$, $h(x) = (x^6 + 2)^8$.



1. נתון גרף הפונקציה $f(x) = (x - 5)^7$.

שרטטו באותה מערכת צירים סקיצות לגרפים של הפונקציות:

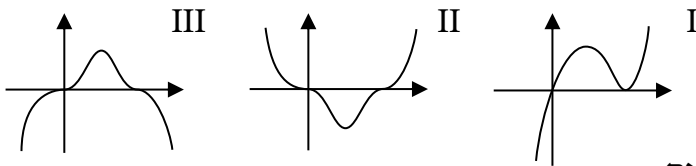
א. $g(x) = 3(x - 5)^7$ ב. $h(x) = -(x - 5)^7$ ג. ~~$k(x) = |x - 5|^7$~~

2. לפניכם שלוש פונקציות ושלושה גרפים:

$f(x) = (x^2 - 3x)^3$ $g(x) = x(x - 3)^2$ $h(x) = (3x - x^2)^3$

א. התאימו כל גרף לאחת מהפונקציות.

הסבירו את תשובתכם.



ב. היעזרו בסעיף א' ועבור כל אחת מהפונקציות

הבאות, קבעו כמה נקודות קיצון יש לה ומהם סוגן:

1. ~~$k(x) = |x^2 - 3x|^3$~~ 2. $t(x) = -x(-x - 3)^2$

את הפונקציה המורכבת נגזור "מבחוץ כלפי פנים":

תחילה נגזור את "השכבה החיצונית" ולאחר מכן נכפיל בנגזרת הפנימית (נגזרת הביטוי שבסוגריים):

הנגזרת של הפונקציה המורכבת: $[f(x)]^n$ היא: $n \cdot [f(x)]^{n-1} \cdot f'(x)$.

דוגמה: נגזרת הפונקציה המורכבת: $f(x) = (x^2 - 3x)^4$ היא: $f'(x) = 4(x^2 - 3x)^3 \cdot (2x - 3)$.

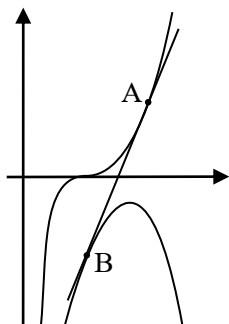
בהקשר זה נציג גם את הנגזרת של מכפלת פונקציות: $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$.

כלומר, נכפיל את הנגזרת של הפונקציה השמאלית u' בפונקציה הימנית המקורית v ונחבר עם

מכפלת הנגזרת של הפונקציה הימנית v' בפונקציה השמאלית המקורית u .

דוגמה: נגזרת הפונקציה: $f(x) = 5x \cdot (x^2 - 3x)$ היא: $f'(x) = 5 \cdot (x^2 - 3x) + 5x \cdot (2x - 3)$.

3. ישר ששיפועו 48 משיק לגרף הפונקציה: $f(x) = (x + 5)^3$. מצאו את שיעורי נקודות ההשקה.



4. בשרטוט מופיע ישר המשיק בנקודה A לגרף הפונקציה: $f(x) = (2x - 5)^3$

ובנקודה B לגרף הפונקציה $g(x) = -3x^2 + 18x - 29$.

שיעור ה-x של הנקודה A הוא 3. מצאו את:

א. שיעורי הנקודה A.

ב. משוואת המשיק.

ג. שיעורי הנקודה B.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = 2 \cdot (4 - 2x)^3$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

2. שיעורי נקודות הקיצון וסוגן, אם יש כאלה. אם מצאתם נקודת פיתול - ציינו אותה.

3. תחומי העלייה והירידה.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. אם מצאתם נקודת פיתול - התייחסו אליה בשרטוט.

ג. מצאו עבור אילו ערכי k פוגש הישר $y = k$ את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחת. נמקו.

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = 2 \cdot (2 - x)^3 + 3x^2$.

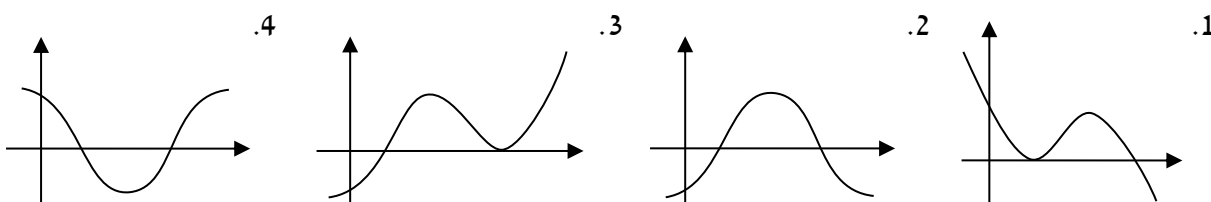
א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. שיעורי נקודת החיתוך עם ציר ה-y.

2. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. קבעו איזה מהגרפים הבאים עשוי להיות גרף הנגזרת $f'(x)$. נמקו.



7. נתונה הפונקציה: $f(x) = m \cdot (x-1)^4$.

הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת החיתוך שלו עם ציר ה-y מקביל לישר $y = -8x + 1$.

א. מצאו את m .

ב. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

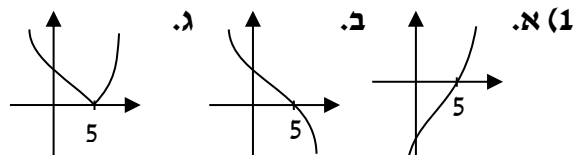
2. שיעורי נקודת הקיצון ואת סוגה.

3. תחומי העלייה והירידה.

ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. מצאו עבור אילו ערכי p יהיו למשוואה: $f(x) = p$ שני פתרונות.

תשובות:



2. א. באמצעות בדיקת תחומי החיוביות והשליליות של כל אחת מהפונקציות ניתן לקבוע ש: הפונקציה

$f(x)$ מתאימה לגרף II, הפונקציה $g(x)$ מתאימה לגרף I, הפונקציה $h(x)$ מתאימה לגרף III. ב. 1. שתי

נקודות מינימום ונקודת מקסימום אחת. 2. נקודת מינימום אחת ונקודת מקסימום אחת.

3. $(-9, -64), (-1, 64)$.

4. א. $A(3, 1)$. ב. $y = 6x - 17$. ג. $B(2, -5)$.

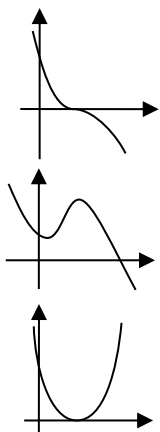
5. א. 1. $(2, 0)$, $(0, 128)$. 2. אין. קיימת נקודת פיתול $(2, 0)$.

3. עולה: אף x ; יורדת: כל x . ב. השרטוט העליון משמאל. ג. כל k .

6. א. 1. $(0, 16)$. 2. $\min(1, 5), \max(4, 32)$. ב. השרטוט האמצעי משמאל. ג. גרף 2.

7. א. $m = 2$. ב. 1. $(0, 2), (1, 0)$. 2. $\min(1, 0)$. 3. עולה: $x < 1$; יורדת: $x > 1$.

ג. השרטוט משמאל התחתון. ד. $0 < p$.



פונקציית שורש ריבועי

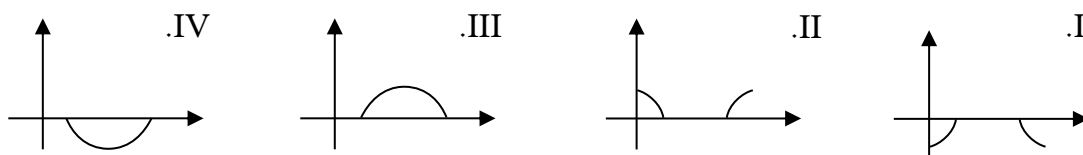
1. נתונה הפונקציה: $f(x) = 4 - \sqrt{x}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ג. הציבו בפונקציה $f(x)$ את הערכים $x = 9$ ו- $x = 25$ ומצאו את תחומי החיוביות והשליליות שלה.

2. נתונה הפונקציה הריבועית: $f(x) = \sqrt{-x^2 + 10x - 16}$.

- א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:
 1. תחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים, אם יש כאלה.
 3. תחומי החיוביות והשליליות.
 4. שיעורי נקודות הקיצון בקצה התחום ואת סוג הקיצון.

ב. קבעו איזה מהגרפים הבאים הוא גרף הפונקציה $f(x)$.



3. מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{x+4}$ בנקודה A שבה $x = -3$.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cdot \sqrt{27 - 3x}$.

- א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:
 1. תחום ההגדרה.
 2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
 4. תחומי העלייה והירידה.
 ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ג. מצאו את נקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה $f(x)$.
 ד. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = |f(x)|$. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{x-5}$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.
2. שיעורי נקודת החיתוך עם הצירים.
3. שיעורי נקודת הקיצון ואת סוגה.
4. תחומי העלייה והירידה.
- ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x)$.
1. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ במערכת הצירים שבה שרטטתם את גרף $f(x)$.
2. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 - 4\sqrt{x}$.

א. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.
2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
3. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
4. תחומי העלייה והירידה.
- ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית, אי זוגית או שאינה זוגית ואינה אי זוגית? הסבירו.
- ד. נתונה הפונקציה: $h(x) = x^2 - 4\sqrt{x} + k$.
1. מצאו ערך של k שבעבורו גרף הפונקציה $h(x)$ אינו חותך את ציר ה- x .
2. עבור ערך k שכתבתם בסעיף הקודם, מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$.

7. שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = x - m\sqrt{x}$ בנקודה שבה $x = 4$ הוא -1.

א. מצאו את m .

ב. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.
2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
3. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.
4. תחומי העלייה והירידה.
- ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. נתונה הפונקציה: $g(x) = 5f(x)$.
1. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ במערכת הצירים שבה שרטטתם את גרף $f(x)$.
2. נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x . האם השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x הוא גדול מ- S , שווה ל- S או קטן מ- S ? הסבירו.

8. נתונה הפונקציה: $f(x) = (x - b) \cdot \sqrt{x}$. נתון: $f'(1) = 0$.

א. מצאו את b .

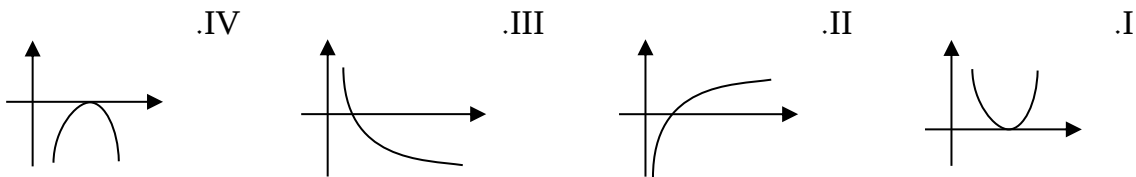
ב. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה. 2. שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.

ג. תחום ההגדרה של הפונקציה הנגזרת $f'(x)$ הוא $0 < x$.

1. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה הנגזרת $f'(x)$.

2. קבעו איזה מהציורים הבאים עשוי להיות גרף הפונקציה הנגזרת $f'(x)$:



תשובות: 1. א. $0 \leq x$. ב. $(16, 0)$. ג. חיוביות: $0 < x < 16$; שליליות: $16 < x$.

2. א. 1. $2 \leq x \leq 8$. 2. $(2, 0)$, $(8, 0)$. 3. חיוביות: $2 < x < 8$; שליליות: אף x . 4. $\min(2, 0)$, $\min(8, 0)$.

ב. III. 3. $y = 0.5x + 2.5$.

4. א. 1. $x \leq 9$. 2. $(0, 0)$, $(9, 0)$. 3. פנימית: $\max(6, 18)$. בקצה התחום: $\min(9, 0)$.

4. עולה: $x < 6$; יורדת: $6 < x < 9$. ב. השרטוט משמאל. ג. $\max(6, 18)$.

ד. פנימיות: $\max(6, 18)$, $\min(0, 0)$. בקצה התחום: $\min(9, 0)$.

5. א. 1. $5 \leq x$. 2. $(5, 0)$. 3. אין נקודת קיצון פנימית. בקצה התחום: $\min(5, 0)$.

4. עולה: $5 < x$; יורדת: אף x . ב. השרטוט הרציף במערכת הצירים משמאל.

ג. 1. השרטוט המקווקו במערכת הצירים משמאל. 2. עולה: אף x ; יורדת: $5 < x$.

6. א. 1. $0 \leq x$. 2. $(0, 0)$, $(2.52, 0)$. 3. פנימית: $\min(1, -3)$. בקצה התחום: $\max(0, 0)$.

4. עולה: $1 < x$; יורדת: $0 < x < 1$. ב. השרטוט משמאל. ג. אינה זוגית ואינה אי זוגית.

ד. 1. כל $k < 3$, למשל $k = 5$.

2. עבור $k = 5$ נקודות הקיצון הן: פנימית: $\min(1, 2)$. בקצה התחום: $\max(0, 5)$.

7. א. $m = 8$. ב. 1. $0 \leq x$. 2. $(64, 0)$, $(0, 0)$.

3. פנימית: $\min(16, -16)$. קצה: $\max(0, 0)$. 4. עולה: $16 < x$; יורדת: $0 < x < 16$.

ג. השרטוט הרציף במערכת הצירים משמאל.

ד. 1. השרטוט המקווקו במערכת הצירים משמאל. 2. גדול מ- S .

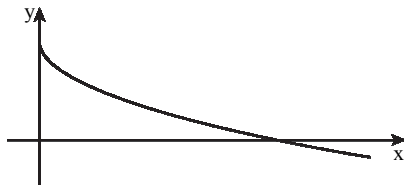
8. א. $b = 3$. ב. 1. $0 \leq x$. 2. פנימית: $\min(1, -2)$. קצה: $\max(0, 0)$.

ג. 1. חיוביות: $1 < x$; שליליות: $0 < x < 1$. 2. II.



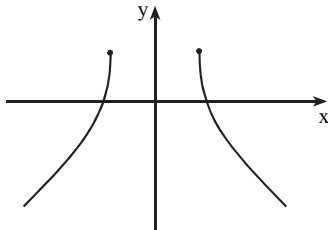
פונקציות עם שורשים ריבועיים

הערה: השאלות מיועדות לכיתות שהספיקו ללמוד נושא זה.



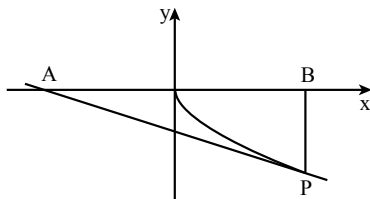
1. לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = -\sqrt{x} + 3$.

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצאו את נקודות המפגש של גרף הפונקציה עם הצירים.
- כתבו את תחומי החיוביות של הפונקציה.
- כתבו את תחומי השליליות של הפונקציה.



2. לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = -\sqrt{x^2 - 25} + 3$.

- תחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x \leq -5$ או $x \geq 5$.
- הערה: גרף הפונקציה כולל את שני הענפים שבשרטוט.
- א. הראו שהפונקציה היא פונקציה זוגית.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות קצה תחום ההגדרה של הפונקציה, וקבעו עבור כל נקודה אם היא מינימום או מקסימום.
- ג. נתון הישר $y = k$, k הוא מספר. מצאו את הערכים של k , שעבורם יש לגרף הפונקציה ולישר $y = k$ שתי נקודות משותפות.

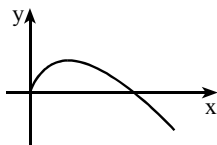


3. מעבירים ישר המשיק לפונקציה $y = -\sqrt{4x}$ בנקודה P ושיפועו $-\frac{1}{3}$.

- מצאו את שיעורי נקודת ההשקה.
- מצאו את משוואת המשיק.
- המשיק שאת משוואתו מצאתם בסעיף ב' חותך את ציר ה- x בנקודה A. האנך מנקודה P לציר ה- x חותך את ציר ה- x בנקודה B. חשבו את שטח המשולש ABP.

4. נתונה הפונקציה $y = (x-2)\sqrt{x}$.

- מצאו את הנגזרת של הפונקציה. יש להשתמש בנוסחה לנגזרת של מכפלת שתי פונקציות.
- מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה על הגרף שבה $x = 4$.



5. לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{x} - x$.

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מצאו את כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
- כתבו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
- הסבירו מדוע בתחום $x \geq 0$ מתקיים אי השוויון $2\sqrt{x} - x \leq 1$.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x) = -f(x)$.
- השרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$, המקיימת $h(x) = f(x+1)$.

6. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + k}$ בנקודה שבה $x = 2$ הוא $-\frac{1}{\sqrt{3}}$.

- מצאו את הערך של k .
- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצאו את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה וקבעו את סוגן.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = 3f(x) + m$. נקודת הקיצון הפנימית של $g(x)$ היא $(1; 7)$. מצאו את הערך m .

בעיות קיצון

בבעיות קיצון עלינו למצוא עבור איזה ערך של x מתקבל גודל מקסימלי או מינימלי. לדוגמה, השטח המינימלי, האורך המקסימלי ואחרים. שאלות אלו יכולות להופיע בנושאים שונים: בגיאומטריה, במספרים, בבעיות תנועה ובגרפים. את כולן נפתור בעזרת **ארבעה שלבים קבועים**:

1. הרכבת "פונקציית המטרה" וכתיבתה תוך שימוש בנעלם הרצוי בלבד.
2. מציאת הנקודות החשודות כנקודות קיצון, על ידי גזירת פונקציית המטרה והשוואת הנגזרת ל-0.
3. קביעת סוג הנקודות (מינימום/מקסימום), באמצעות טבלת עלייה וירידה.
4. בדיקה מחדש: "מה ביקשו בשאלה?" ומציאת התשובה בהתאם לנקודת הקיצון שמצאנו.

1. נתונים שני מספרים. המספר השני גדול ב-4 מהמספר הראשון. נסמן ב- x את המספר הראשון.

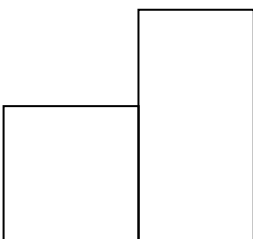
- א. הביעו באמצעות x את מכפלת המספרים.
- ב. מצאו את x שעבורו המכפלה של שני המספרים תהיה מינימלית.
- ג. חשבו את המכפלה המינימלית.

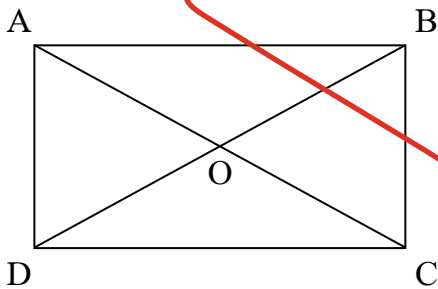
2. נתון מספר חיובי. נסמן את המספר באמצעות x . מוציאים מהמספר הנתון שורש ומחסרים מהתוצאה את המספר הנתון עצמו.
- א. היעזרו ב- x וכתבו ביטוי אלגברי המייצג את התוצאה המתקבלת.
 - ב. מצאו את המספר המקורי אם נתון שההפרש שחושב הוא מקסימלי.
 - ג. חשבו את ההפרש המקסימלי.

3. בשרטוט מופיעה צורה המורכבת מריבוע ומלבן צמודים.

רוחב המלבן הוא x . אורך המלבן גדול פי 2 מרוחב המלבן. היקף הצורה כולה הוא 22 ס"מ.

- א. הביעו באמצעות x את אורך צלע הריבוע.
- ב. מצאו את x שעבורו סכום השטחים של הריבוע והמלבן הוא מינימלי.
- ג. חשבו את סכום השטחים המינימלי של הריבוע והמלבן.





4. אלכסוני המלבן ABCD נחתכים בנקודה O.

היקף המלבן ABCD הוא 40 ס"מ. נסמן: $BC = x$.

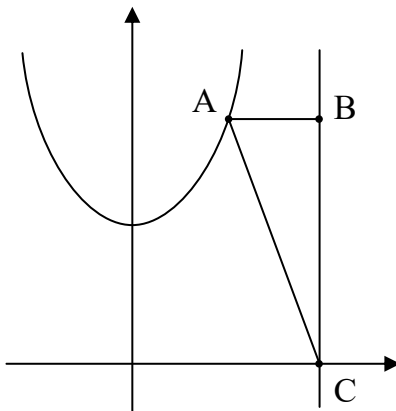
א. הביעו באמצעות x את:

1. אורך הצלע CD.

2. אורך האלכסון BD.

ב. מצאו את x שעבורו אורך האלכסון BD יהיה מינימלי.

ג. האם ייתכן שאורך האלכסון BD יהיה 14 ס"מ? הסבירו.



5. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + 9$ ונתון הישר $x = 6$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון

משמאל לישר. הנקודות B ו-C נמצאות על הישר $x = 6$

כך ש: $AB \perp BC$.

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.

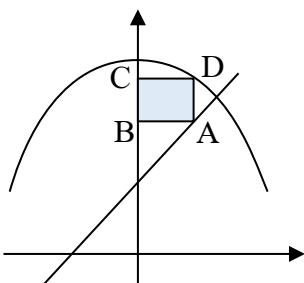
א. הביעו באמצעות t את:

1. אורך הקטע AB.

2. שטח המשולש $\triangle ABC$.

ב. מצאו את ערכו של t שעבורו שטח המשולש $\triangle ABC$ הוא מקסימלי.

ג. האם ייתכן משולש $\triangle ABC$ שנבנה באופן המתואר ושטחו 60 יח"ר? הסבירו.



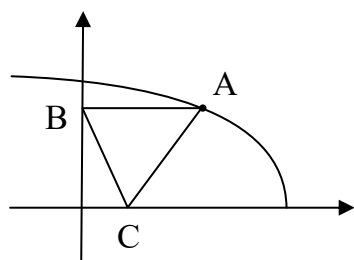
6. הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על הישר $y = 6x + 6$ והנקודה D

נמצאת על הפרבולה $f(x) = -x^2 + 21$ כמתואר בשרטוט.

הנקודות B ו-C נמצאות על ציר ה- y כך שמתקבל המלבן ABCD.

א. חשבו את השטח המקסימלי של המלבן ABCD.

ב. כאשר שטח המלבן ABCD מקסימלי, חשבו את היקפו.



7. הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{9-x}$.

הנקודות B ו-C נמצאות על הצירים כמתואר בשרטוט.

הקטע AB מקביל לציר ה-x.

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.

א. הביעו באמצעות t את שטח המשולש $\triangle ABC$.

ב. האם ייתכן משולש $\triangle ABC$ שנבנה באופן המתואר ושטחו 12 יח"ר? הסבירו.

תשובות:



(1) א. $x^2 + 4x$. ב. $x = -2$. ג. -4.

(2) א. $\sqrt{x} - x$. ב. 0.25 . ג. 0.25.

(3) א. $11 - 3x$. ב. $x = 3$. ג. 22 סמ"ר.

(4) א. 1. $20 - x$. 2. $\sqrt{2x^2 - 40x + 400}$. ב. $x = 10$. ג. לא ייתכן. האורך המינימלי של הצלע שמתקבל

עבור x שמצאנו בסעיף הקודם הוא 14.142 ס"מ. אורך הצלע BD לא יכול להיות קטן ממנו.

(5) א. 1. $AB = 6 - t$. 2. $\frac{(6-t)(t^2+9)}{2}$. ב. $t = 3$. ג. לא ייתכן. השטח המקסימלי המתקבל עבור $t = 3$

הוא של 27 יח"ר ולכן שטח של 60 יח"ר הגדול ממנו אינו אפשרי.

(6) א. 8 יח"ר . ב. 18 יח' אורך.

(7) א. $\frac{t \cdot \sqrt{9-t}}{2}$. ב. לא ייתכן. טווח הערכים של הפונקציה שמבטאת את שטח המשולש $\triangle ABC$ הוא בין

המינימום 0 למקסימום 5.196 ולכן שטח של 12 יח"ר אינו אפשרי.

סטטיסטיקה

טבלת שכיחויות

1. בטבלת השכיחויות שלפניכם מוצג מספר הנפשות המתגוררות בדירות בבניין.

1	2	3	4	5	x - מספר הנפשות בדירה
5	10	12	18	15	f - מספר הדירות

- א. מהו המשתנה המופיע בטבלה?
 ב. האם זהו משתנה איכותי, כמותי בדיד או כמותי רציף?
 ג. בכמה דירות מתגוררות 3 נפשות?
 ד. בכמה דירות מתגוררות 2 נפשות?
 ה. חשבו כמה דירות יש בבניין.

2. במשרד עובדות 20 עורכות דין. 3 מהן עובדות 6 ימים בשבוע; 4 מהן עובדות 5 ימים בשבוע; 6 מהן עובדות 3 ימים בשבוע. יתר עורכות הדין עובדות רק יומיים בשבוע.

				x - מספר ימי העבודה של עורכת הדין
				f - מספר עורכות הדין

- א. כמה עורכות דין עובדות רק יומיים בשבוע?
 ב. מלאו את הטבלה:

3. בטבלת השכיחויות שלפניכם מוצג מספר התלמידים שקיבלו במבחן ציון כלשהו.

80	85	90	95	100	x - הציון שהתלמיד קיבל
3	6	15	10	6	f - מספר התלמידים (שכיחות)
					השכיחות היחסית של כל ציון

- א. מהו המשתנה המופיע בטבלה?
 ב. האם זהו משתנה איכותי, כמותי בדיד או כמותי רציף?

- ג. כמה תלמידים לומדים בכיתה?
 ד. השלימו את השורה התחתונה בטבלה בעזרת שברים.

4. ועד הבית בדק כמה חדרים יש בכל דירה בבניין וסיכם את התוצאות בטבלה.

2	3	4	5	6	x - מספר החדרים בדירה
5	8	10	15		f - מספר הדירות

- נתון שהשכיחות היחסית של הדירות בעלות 6 חדרים היא 5%.

- א. חשבו כמה דירות בבניין.
 ב. מהי השכיחות היחסית של הדירות בעלות 3 חדרים?
 ג. מהי השכיחות היחסית של הדירות בעלות 4 חדרים?
 ד. יוסי טען שברוב הדירות בבניין יש פחות מ-5 חדרים. האם יוסי צודק? הסבירו.

דיאגרמות

5. בחווה מתגוררים 24 סוסים.

בעל החווה בדק כמה פעמים נזקק כל סוס לטיפול רפואי.

התוצאות הוצגו בדיאגרמת העמודות שלפניכם.

החקלאי שכת להציג עמודה עבור סוסים שעברו 6 טיפולים.

א. מהו המשתנה המופיע בדיאגרמה?

ב. האם זהו משתנה איכותי, כמותי בדיד או כמותי רציף?

ג. כמה סוסים עברו 6 טיפולים רפואיים?

ד. מהי השכיחות של הסוסים שעברו 5 טיפולים?

ה. חשבו את השכיחות היחסית של הסוסים שעברו:

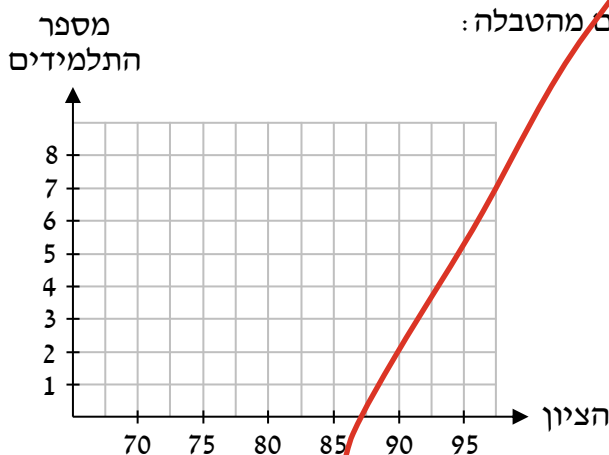
1. שלושה טיפולים. 2. ארבעה טיפולים.

6. לפניכם התפלגות הציונים בכיתה ח'1.



70	75	80	85	90	95	x - הציון
4	5	2	3	7	6	f - מספר התלמידים

השלימו את דיאגרמת העמודות הריקה בעזרת הנתונים מהטבלה:



7. הדיאגרמה שלפניכם מציגה את התפלגות התלמידים

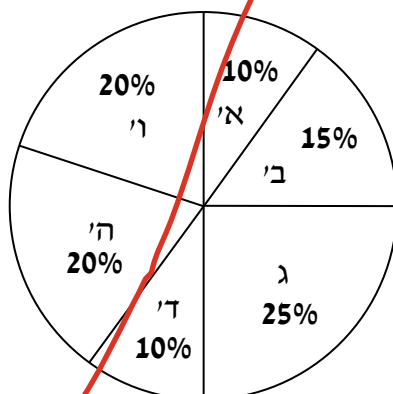
בכיתות א'-ו' בבית ספר יסודי.

א. באיזו שכבה מספר התלמידים הוא הגבוה ביותר?

ב. באיזו שכבות מספר התלמידים הוא הנמוך ביותר?

ג. מהי השכיחות היחסית של תלמידי כיתה ב'?

ד. האם ניתן לקבוע שבכיתה ו' לומדים 20 תלמידים?



8. תלמידי השכבה נשאלו: "מהו הבילוי האהוב עליכם?".

בדיאגרמה שלפניכם מוצגת התפלגות התשובות.

א. מהו המשתנה המופיע בדיאגרמה?

ב. מהו סוג המשתנה?

ג. מצאו את x .

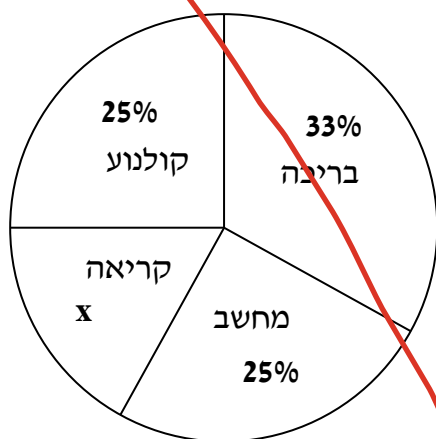
ד. אופק טען: "מהדיאגרמה ניתן להסיק שמספר

התלמידים שבחרו בקולנוע שווה למספר התלמידים

שבחרו מחשב". האם אופק צודק? הסבירו.

ה. ידוע ש-300 תלמידים ענו על השאלה. חשבו כמה תלמידים:

1. בחרו בקריאה. 2. בחרו בבריכה.



9. בדיאגרמת העיגול שלפניכם מתוארת התפלגות התלונות

שהגיעו להנהלת המפעל מהעובדים בקומות א'-ה'.

א. מצאו את x .

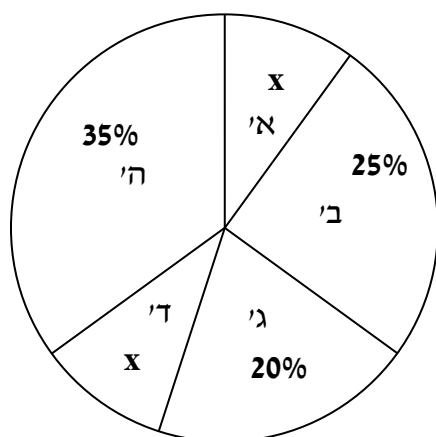
ב. נתון שעובדי קומה ב' הגישו 20 תלונות

חשבו את:

1. מספר התלונות שהוגשו מכל הקומות יחד.

2. מספר התלונות שהוגשו מקומה ד'.

ג. השלימו את טבלת השכיחות שלפניכם:



א'	ב'	ג'	ד'	ה'	x - הקומה במפעל
					f - מספר התלונות
					השכיחות היחסית (באחוזים)
					F - מספר התלונות המצטבר
					שכיחות יחסית מצטברת

ממוצע

10. חשבו את הממוצע של הציונים הבאים: 79, 93, 84, 96, 96.

11. וטרינרית שקלה את הכלבלבים במרפאה. המשקלים שרשמה היו (בקילוגרמים): 7, 9, 11, 12, 11, 7.

א. חשבו את המשקל הממוצע של הכלבלבים במרפאה.

ב. האם המשקל הממוצע מתקבל באותן יחידות מידה כמו של המדידות שבוצעה הווטרינרית?

12. נתונות קבוצת מספרים א': 3, 5, x, 7, 14 וקבוצת מספרים ב': 5, 7, 10, 11, 1, 2x, 6.

ממוצע המספרים בקבוצה א' שווה לממוצע המספרים בקבוצה ב'. מצאו את x.

12	20	30	x - מחיר העט (ש"ח)
5			f - מספר העטים

13. היום נמכרו בחנות 15 עטים משלושה סוגים שונים.

טבלת השכיחות שלפניכם מציגה את המחירים

של שלושת סוגי העטים שנמכרו.

נסמן ב-y את מספר העטים שנמכרו ומחירם 20 ש"ח.

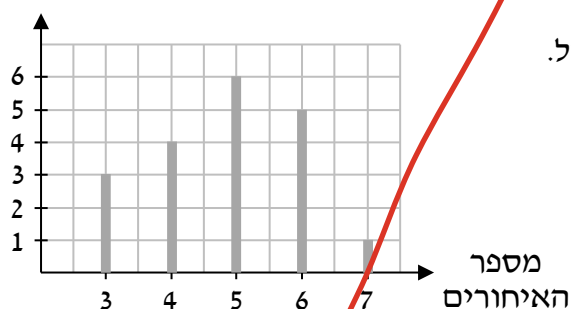
א. הביעו באמצעות y את מספר העטים שנמכרו ומחירם 30 ש"ח.

ב. נתון שהמחיר הממוצע של העטים שנמכרו הוא 20 ש"ח.

1. מצאו את y.

2. חשבו את השכיחות היחסית של העטים שמחירם 20 ש"ח.

מספר
התלמידים



14. המורה בדקה כמה פעמים כל תלמיד בכיתה הגיע

באיחור ליום הלימודים.

היא ריכזה את הנתונים בדיאגרמת העמודות משמאל.

א. חשבו כמה תלמידים בכיתה.

ב. מלאו את טבלת השכיחות בהתאם לנתונים:

3	4	5	6	7	x - מספר האיחורים
					f - מספר התלמידים

ג. חשבו את מספר האיחורים הממוצע לתלמיד בכיתה.

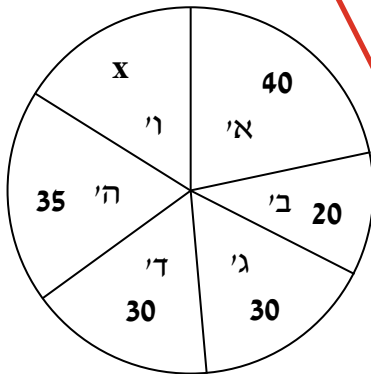
15. תכנית בנושא צרכנות בדקה את המשקל של אבטיחים (בקילוגרמים) בשתי חנויות.

בחנות א' נמדדו המשקלים: 7, 9, 6, 8, 9, 10, 7, 8.

בחנות ב' נמדדו המשקלים: 9, 8, 10, 10, 9, 7, 10, 8.

יוגב מעוניין בחנות שבה האבטיחים שוקלים יותר.

היעזרו בממוצע וקבעו באיזו חנות כדאי ליוגב לבחור.



16. בבחירות לוועד השכונה התמודדו 6 מועמדות.

בדיאגרמת העיגול משמאל מוצגים מספר הקולות שבהם

זכתה כל מועמדת. בבחירות השתתפו 185 מצביעים.

א. מצאו את x.

ב. קבעו איזו מועמדת זכתה בבחירות.

ג. חשבו את מספר הקולות הממוצע שבו זכתה כל מועמדת בבחירות.

ד. האם מספר הקולות הממוצע שחישבת היה משתנה אילו חצי

מהמצביעים של מפלגה ג' היו מצביעים במקום למפלגה ב'? הסבירו.

שליח

17. לפניכם טבלת שכיחויות:

1	2	3	4	5	x - מספר הנפשות במשפחה
3	2	4	6	4	f - מספר המשפחות

א. מהו המשתנה בטבלה?

ב. מהו סוג המשתנה?

ג. מהו השכיח?

18. דיאגרמת העיגול שלפניכם מתארת את התפלגות חיות

המחמד של ילדי הכיתה.

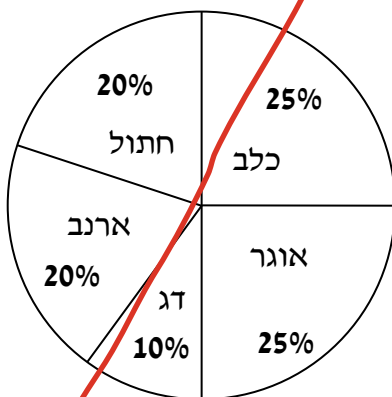
א. מהו המשתנה בדיאגרמה?

ב. מהו סוג המשתנה?

ג. מצאו את השכיח בהתפלגות.

ד. האם השכיח יושפע אם נסיר מהדיאגרמה את אחד הארנבים?

הסבירו.



19. במרפאה נערכו אתמול בדיקות דם ל-25 מטופלים. חמישה מטופלים נמצאו עם סוג דם A, שישה נמצאו עם סוג דם B, ארבעה נמצאו עם סוג דם AB והשאר עם סוג דם O.

- מהו המשתנה שבדקו במרפאה?
- מהו סוג המשתנה?
- הציגו את הנתונים בטבלת שכיחויות.
- מהו הערך השכיח בהתפלגות הבדיקות?
- האם ניתן לחשב ממוצע להתפלגות? הסבירו את תשובתכם.

חציון

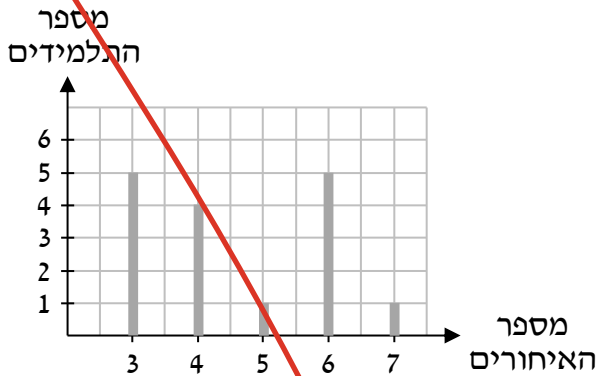
20. לפניכם קבוצות מספרים מסודרות לפי סדר עולה. מצאו את החציון בכל קבוצה.

- 3, 7, 8, 9, 12
- 2, 8, 9, 11, 11, 11, 12
- 10, 12, 13, 15, 19, 20
- 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4

21. לפניכם הציונים של נופר במדעים: 90, 90, 90, 90, 100. המורה הודיע על שינוי: הציון הסופי במדעים יינתן השנה לפי החציון של הציונים ולא לפי ממוצע הציונים, כפי שהיה נהוג עד כה.
- האם נופר תשמח או תתאכזב מההודעה? הסבירו.
 - למחרת ההודעה, נופר קיבלה את הציון 65 במבחן במדעים.
- האם תמליצו לנופר לבקש מהמורה לבטל את החלטתו, או לתמוך בשינוי עליו הודיע? הסבירו.

10	15	20	x - מחיר העט (ש"ח)
5		6	f - מספר העטים

22. היום נמכרו בחנות עטים משלושה סוגים שונים. טבלת השכיחות שלפניכם מציגה את המחירים של שלושת סוגי העטים שנמכרו.
- נסמן ב-y את מספר העטים שנמכרו ומחירם 15 ש"ח. מצאו עבור אילו ערכי y:
- המחיר החציוני של העטים בחנות יהיה 15.
 - המחיר החציוני של העטים בחנות יהיה גבוה מ-15.



23. המורה בדקה כמה פעמים כל תלמיד בכיתה הגיע באיחור ליום הלימודים. היא ריכזה את הנתונים בדיאגרמת העמודות משמאל.
- א. מצא את מספר האיחורים החציוני.
- ב. לאחר הכנת הדיאגרמה, המורה הבחינה ששלושה תלמידים שאיחרו פעמיים לא נכללו בדיאגרמה. האם הוספתם תוביל לשינוי ערכו של השכיח?

תשובות:

(1) א. מספר הנפשות בדירה. ב. כמותי בדיד. ג. 12. ד. 10. ה. 60.

(2) א. 7. ב. הטבלה משמאל.

2	3	5	6	x - מספר ימי העבודה של עורכת הדין
7	6	4	3	f - מספר עורכות הדין

(3) א. הציון שהתלמיד קיבל. ב. כמותי בדיד.

ג. 40. ד.

80	85	90	95	10	x - הציון שהתלמיד קיבל
3	6	15	10	6	f - מספר התלמידים (שכיחות)
$\frac{3}{40}$	$\frac{6}{40}$	$\frac{15}{40}$	$\frac{10}{40}$	$\frac{6}{40}$	השכיחות היחסית של כל ציון

(4) א. 40. ב. 20%. ג. 25%.

ד. יוסי צודק. ב-23 מתוך 40 דירות יש פחות מ-5 חדרים ולכן ברוב הדירות בבניין יש פחות מ-5 חדרים.

(5) א. מספר הטיפולים הרפואיים. ב. כמותי בדיד. ג. 5. ד. 5. ה. 1. 25%. 2. $\frac{1}{3}$.

(6) הדיאגרמה משמאל.



(7) א. ג'. ב. א' ו-ד'. ג. 15%.

ד. לא ניתן. הדיאגרמה מספקת רק את החלק היחסי ולא את הערך הכמותי בפועל.

8) א. סוג הבילוי. ב. איכותי. ג. 17%. ד. אופק צודק. החלק היחסי של התלמידים שבחרו קולנוע שווה לחלק היחסי של התלמידים שבחרו מחשב ולכן מדובר על אותה כמות תלמידים. ה. 1. 51. 2. 99.

9) א. $x=10\%$. ב. 1. 80. 2. 8.

ג. טבלת השכיחות:

x - הקומה במפעל	ה'	ד'	ג'	ב'	א'
f - מספר התלונות	28	8	16	20	8
השכיחות היחסית (באחוזים)	35%	10%	20%	25%	10%
F - מספר התלונות המצטבר	80	52	44	28	8
שכיחות יחסית מצטברת	100%	65%	55%	35%	10%

10) 89.6

11) א. 9.5 ק"ג. ב. כן. המדידות בוצעו בקילוגרמים ולכן גם המשקל הממוצע הוא בקילוגרמים.

12) $x=1$

13) א. $10-y$. ב. 1. 6. 2. 40%.

14) א. 19 תלמידים. ב.

x - מספר האיחורים	7	6	5	4	3
f - מספר התלמידים	1	5	6	4	3

ג. 4.84 איחורים.

15) חנות ב'.

16) א. $x=30\%$. ב. מועמדת א'. ג. 30.83 קולות. ד. הממוצע לא היה משתנה. בשני המקרים עלינו לחלק את המספר הכולל של הקולות ב-6, ולכן הממוצע לא היה משתנה.

17) א. מספר הנפשות במשפחה. ב. כמותי בדיד. ג. 4.

18) א. חיית המחמד. ב. איכותי. ג. כלב ואוגר. ד. השכיח לא יושפע. הארנב לא היה השכיח בהתפלגות המקורית. לכן, הסרת אחד הארנבים לא תשפיע על הערכים השכיחים.

19) א. סוג דם. ב. איכותי. ג.

x - סוג דם	A	B	AB	O
f - מספר המטופלים	5	6	4	10

ד. O. ה. במשתנה איכותי הערכים אינם מספריים ולכן לא ניתן לחשב ממוצע בהתפלגות שלו.

20) א. 8. ב. 11. ג. 14. ד. 4.

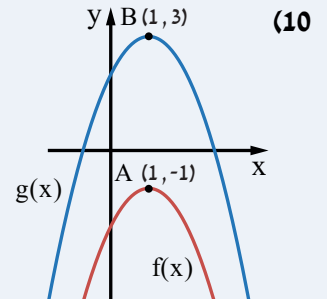
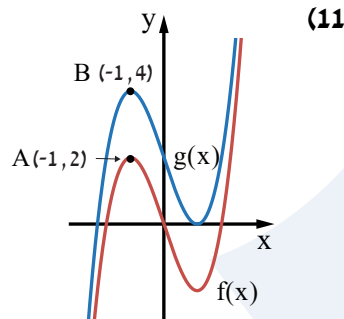
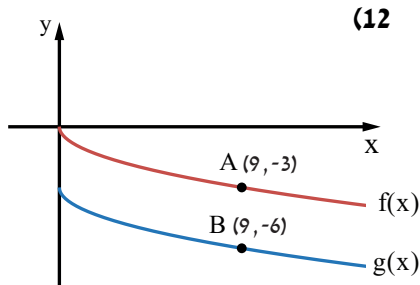
21) א. נופר תתאכזב כיוון שחציון הציונים שלה הוא 90 והוא נמוך מהממוצע שלה שהוא 92.

ב. נמליץ לנופר לתמוך בשינוי כיוון שבעת החציון שלה הוא עדיין 90 אך הממוצע שלה הוא 87.5.

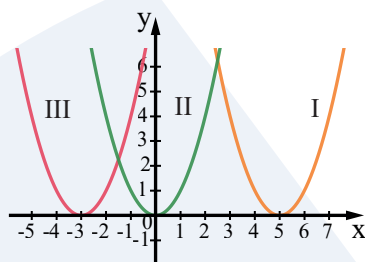
22) א. $2 \leq y$. ב. $y=1$.

23) א. 4. ב. לא, השכיחות הגבוהה ביותר תישאר 5 והיא של קבוצת המאחרים 3 ו-6 פעמים.

בכל אחד מהציורים שלפניכם (תרגילים 10 – 12) מוצגים הגרפים של שתי פונקציות:
 $f(x)$ (בנקו אדום) ו- $g(x)$ (בנקו כחול). גרף הפונקציה $g(x)$ מתקבל מגרף הפונקציה $f(x)$ על ידי הזזה אנכית.



- על גרף הפונקציה $f(x)$ מסומנת נקודה A ועל גרף הפונקציה $g(x)$ מסומנת נקודה B.
 ענו על הסעיפים הבאים לגבי כל אחד מהציורים.
- הסבירו מדוע הקטע AB מאונך לציר ה- x .
 - מצאו את אורך הקטע AB.
 - הביעו את הפונקציה $g(x)$ באמצעות הפונקציה $f(x)$.



13 במערכת הצירים שמשמאל מתוארים הגרפים של הפונקציות הבאות:

$$f(x) = x^2 \quad (1)$$

$$g(x) = x^2 + 6x + 9 \quad (2)$$

$$h(x) = x^2 - 10x + 25 \quad (3)$$

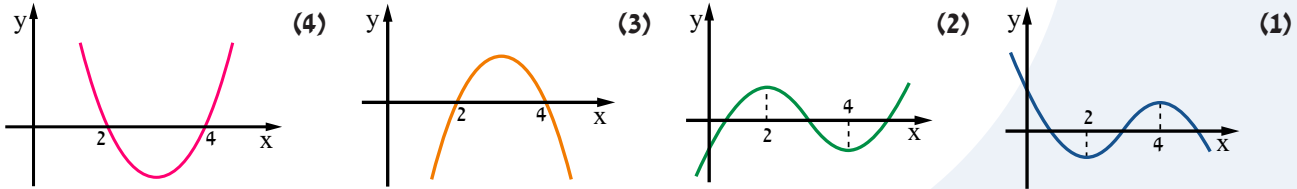
- התאימו את כל אחת מהפונקציות הנ"ל לגרף המתאר אותה.
- מצאו כמה נקודות חיתוך יש לישר $x = 5$ עם כל אחת מ-3 הפונקציות הנ"ל.

14 נתונה הפונקציה $f(x) = (x+1)(3-x)$.

- מצאו את שתי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 - מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוג הקיצון.
- (הדרכה: ניתן לראות הדרכה בתשובה לתרגיל).
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - נתונה הפונקציה: $g(x) = |f(x)|$.
 - היעזרו בגרף של הפונקציה $f(x)$ וסרטטו את הגרף של הפונקציה $g(x)$.
 - היעזרו בנקודות שמצאתם בסעיפים א' ו-ב' ובגרף של הפונקציה $g(x)$ ומצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
 - מצאו לאילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $g(x)$:
- (1) בנקודה אחת. (2) בשתי נקודות. (3) בשלוש נקודות. (4) בארבע נקודות. (5) באף נקודה.

19) לפונקציה גזירה $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון בלבד והן: מינימום בנקודה $x=2$ ומקסימום בנקודה $x=4$.
(הערה: כדאי לסרטט בצורה כללית את הגרף של $f(x)$.)

א. קבעו איזה מהגרפים הבאים יכול לתאר את גרף הנגזרת $f'(x)$: (נמקו)



ב. נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x)$. איזה גרף מבין הגרפים הנ"ל יכול לתאר את גרף הנגזרת $g'(x)$? נמקו.

20) נתונה הפונקציה $y = \sqrt{x^2 - 5x + 9}$.

א. הראו שהפונקציה מוגדרת לכל x .

ב. (1) מצאו את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .

(2) מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאתם בסעיף א'.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = f(-x)$ (גרף הפונקציה $g(x)$ הוא השיקוף של גרף הפונקציה $f(x)$ ביחס לציר ה- y).

(1) הסבירו מדוע הפונקציה $g(x)$ חותכת את ציר ה- y באותה נקודה שבה הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה- y .

(2) היעזרו בתשובה לסעיף ב' (2) ומצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .

21) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x}(x-a)$. נתון גם שהפונקציה הנגזרת $f'(x)$ חותכת את ציר ה- x בנקודה $(2,0)$.

א. מצאו את a .

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ג. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ה. מצאו את הנקודות המשותפות של גרף הפונקציה עם הצירים.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ז. מצאו לאילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ שלילית והנגזרת $f'(x)$ חיובית.

ח. $g(x)$ היא פונקציה שמקיימת $g'(x) = f(x)$. תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ זהה

לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. העבירו משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ המקביל לציר ה- x .

היעזרו בתשובה לסעיף ג' ומצאו את שיעור ה- x של נקודת ההשקה.

ט. נתונה הפונקציה $h(x) = |f(x)|$.

(1) היעזרו בתשובות לסעיפים ג' ו-ה' ומצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$ וקבעו את סוגן.

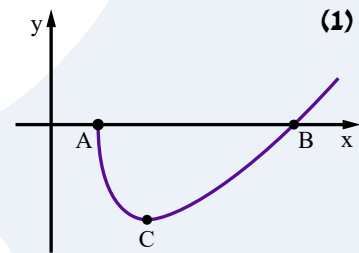
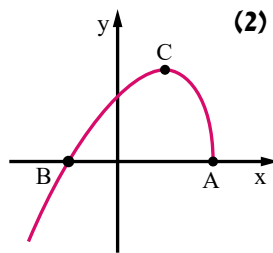
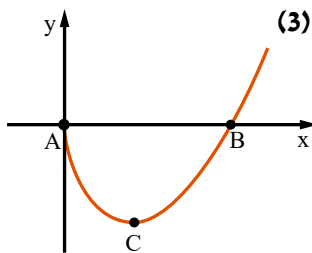
(2) היעזרו בגרף של הפונקציה $f(x)$ וסרטטו סקיצה של הגרף הפונקציה $h(x)$. (אין צורך לבצע חישובים).

22 שלושת הגרפים הבאים מתארים, לא לפי הסדר, את הפונקציות הבאות:

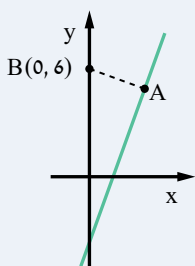
(א) $f(x) = x^2 - 4\sqrt{x}$

(ב) $f(x) = x - 1 - 2\sqrt{x-1}$

(ג) $f(x) = (x+1)\sqrt{2-x}$



- א. מצאו את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות הנ"ל וקבעו על פי התוצאות איזה גרף מתאר כל פונקציה. נמקו.
- ב. קבעו את המשמעות של הנקודות A ו-B בכל אחד מהגרפים וחשבו את שיעוריהן.
- ג. קבעו את המשמעות של הנקודה C בכל אחד מהגרפים וחשבו את שיעוריה.
- ד. מצאו את נקודת החיתוך עם ציר ה-x של פונקציות הנגזרת של הפונקציה המתוארת בכל אחד מהגרפים.
- (הדרכה: היעזרו בסעיף ג').
- ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הנגזרת של הפונקציה המתוארת בכל אחד מהגרפים.



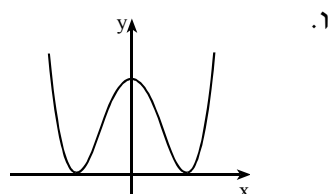
- 23 הנקודה A נמצאת על הישר $y = 3x - 4$ והנקודה B היא הנקודה $(0, 6)$. נסמן ב-x את שיעור ה-x של הנקודה A.
- א. הביעו באמצעות x את:
- (1) שיעור ה-y של הנקודה A.
- (2) המרחק בין הנקודות A ו-B. סמנו ב- $f(x)$ את המרחק.
- ב. מצאו את שיעורי הנקודה A אם נתון שמבין כל הנקודות שעל הישר $y = 3x - 4$, היא הנקודה הקרובה ביותר לנקודה $B(0, 6)$.
- ג. הראו שכאשר הנקודה A היא הנקודה הקרובה ביותר לנקודה B אז הישר AB מאונך לישר $y = 3x - 4$. (הדרכה: אם שני ישרים שהשיפועים שלהם הם m_1 ו- m_2 מאונכים זה לזה אז $m_1 \cdot m_2 = -1$ ולהיפך).
- ד. הפונקציה $f(x)$ היא השיקוף ביחס לציר ה-y של הישר $y = 3x - 4$.
- (1) רשמו את הפונקציה $f(x)$ בצורה מפורשת.
- (2) היעזרו בתשובה לסעיף ב' ומצאו על גרף הפונקציה $f(x)$ את הנקודה הקרובה ביותר לנקודה $B(0, 6)$.

חשבון דיפרנציאלי – פונקציה מורכבת

8. נתונה הפונקציה $y = (x+2)^4$.
 א. מצאו את הנגזרת של הפונקציה.
 ב. לגרף הפונקציה מעבירים משיק בנקודה $(-1;1)$ שעל הגרף.
 (1) חשבו את שיפוע המשיק. (2) מצאו את משוואת המשיק.
 ג. חשבו את הזווית החדה שיוצר המשיק עם ציר ה- x .
9. נתונה פונקציה $f(x) = (x^2 - 1)^2$.
 א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 ב. הוכיחו שהפונקציה היא פונקציה זוגית.
 ג. מצאו את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.
 ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 ה. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 ו. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
 ז. הסבר מדוע הפונקציה היא אי שלילית לכל x .
 ח. (1) מצאו את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x) = f(x) - 6$.
 (2) כמה נקודות אפס יש לפונקציה $g(x)$?
10. גזרו את הפונקציה $y = 2x^2(x+2)^4$.
הדרכה: בשלב ראשון גזרו אחד מגורמי המכפלה. בשלב השני יש להשתמש בנגזרת של מכפלת שתי פונקציות. הוציאו גורם משותף מקסימלי. השאירו את התשובה כמכפלה.

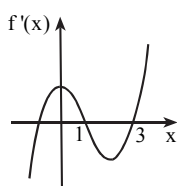
תשובות:

8. א. $y' = 4(x+2)^3$. ב. (1) 4. (2) $y = 4x + 5$. ג. 75.96° .
9. א. כל x .
 ג. (0;1) מקסימום, (1;0) מינימום, (-1;0) מינימום.
 ד. עלייה: $x > 1$ או $-1 < x < 0$ ירידה: $0 < x < 1$ או $x < -1$.
 ה. (0;1), (1;0), (-1;0).
 ח. (1) (0;-5) מקסימום, (1;-6) מינימום, (-1;-6) מינימום.
 (2) שתי נקודות.
10. $4x(x+2)^3(3x+2)$.

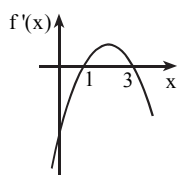


הקשר בין גרף הפונקציה לבין גרף הנגזרת שלה

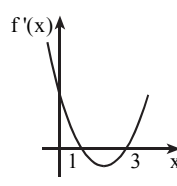
11. לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון בלבד – נקודת מקסימום ב- $x=1$ ונקודת מינימום ב- $x=3$. נתון שהנגזרת $f'(x)$ מתאפסת פעמיים בלבד.
 א. עבור אילו ערכי x מתקיים: (1) $f'(x) = 0$ (2) $f'(x) > 0$ (3) $f'(x) < 0$.
 ב. איזה מן הגרפים הבאים (1, 2, 3, 4) יכול לתאר את הגרף של $f'(x)$, הנגזרת של $f(x)$?



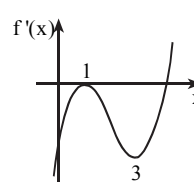
גרף 1



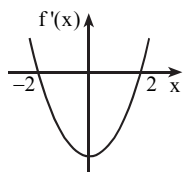
גרף 2



גרף 3

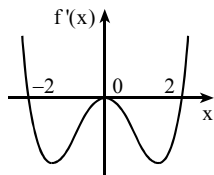


גרף 4



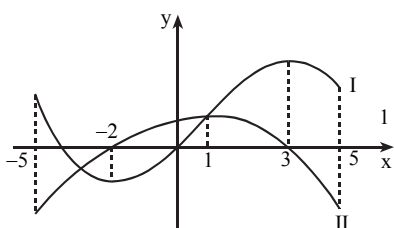
12. בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.

- מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של $f'(x)$.
 - מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 - מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוג הקיצון.
 - נתון גם: $f(0) = 0$.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



13. בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.

- מצאו את תחומי העלייה והירידה של $f(x)$.
 - נתון: $f(0) = 0$.
 - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - לגרף הפונקציה $f(x)$ העבירו משיקים המקבילים לציר ה- x . מהם שיעורי ה- x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה?
 - נתון גם כי משוואת הפונקציה $f(x)$ היא $f(x) = 3x^5 - 20x^3$.
- מצאו את משוואות המשיקים שבסעיף ג'.

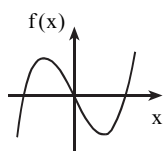


14. בציור שלפניך מתוארים, הגרפים I ו-II בתחום $-5 \leq x \leq 5$.

- אחד הגרפים הוא של הפונקציה $f(x)$, והאחר של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- איזה מהגרפים הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$?
- מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (כולל נקודות קצות התחום), וקבעו את סוג הקיצון.

תשובות:

11. א. (1) $x = 1$, $x = 3$, (2) $x > 3$ או $x < 1$, (3) $1 < x < 3$. ב. גרף 3.



ד.

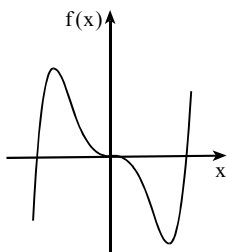
12. א. חיוביות: $x > 2$ או $x < -2$,

שליליות: $-2 < x < 2$.

ב. עלייה: $x > 2$ או $x < -2$,

ירידה: $-2 < x < 2$.

ג. $x = -2$ מקסימום, $x = 2$ מינימום.



ב.

13. א. עלייה: $x > 2$ או $x < -2$,

ירידה: $-2 < x < 2$.

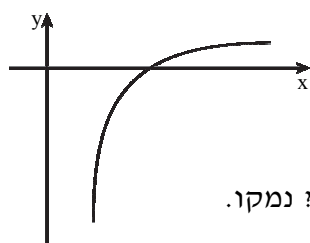
ג. $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$.

ד. $y = -64$, $y = 64$, $y = 0$.

14. א. גרף I הוא של $f(x)$.

הסבר אפשרי: כאשר גרף I עולה, אז גרף II הוא חיובי, וכאשר גרף I יורד, אז גרף II הוא שלילי.

ב. $x = 5$ מינימום, $x = 3$ מקסימום, $x = -2$ מינימום, $x = -5$ מקסימום.



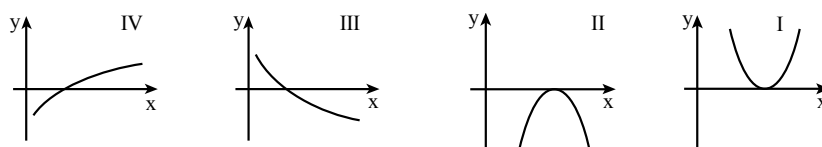
7. נתונה פונקציה $f(x)$.

לפניכם גרף פונקציית הנגזרת $f'(x) = 1 - \frac{3}{\sqrt{x-2}}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- ב. מצאו באיזו נקודה חותך גרף הנגזרת $f'(x)$ את ציר ה- x .
- ג. באיזה תחום הנגזרת $f'(x)$ היא חיובית, ובאיזה תחום היא שלילית? נמקו.
- ד. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?
- ה. נתון כי משוואת הפונקציה הנתונה היא $f(x) = x - 6\sqrt{x-2}$. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוג הקיצון.

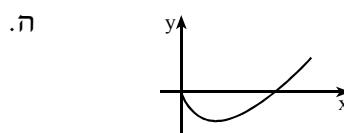
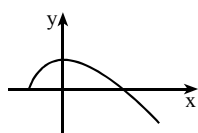
8. נתונה הפונקציה $f(x) = x\sqrt{4x} - 6x$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- (2) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- (3) מצאו את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
- ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- ג. איזה גרף מבין הגרפים I, II, III, IV, עשוי לתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $1 \leq x \leq 10$? נמקו.



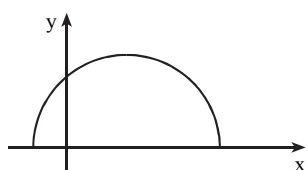
תשובות:

1. א. $x \geq 0$. ב. $(0;3)$, $(9;0)$. ג. $0 \leq x < 9$. ד. $x > 9$. 2. א. $(5;3)$ מקסימום, $(-5;3)$ מקסימום. ג. $k \leq 3$.
3. א. $P(9;-6)$. ב. $y = -\frac{1}{3}x - 3$. ג. 54. 4. א. $\frac{3x-2}{2\sqrt{x}}$. ב. $y = 2\frac{1}{2}x - 6$.
5. א. (1) $x \geq 0$. (2) $(4;0)$, $(0;0)$. (3) $(1;1)$ מקסימום, $(0;0)$ מינימום. ב. חיוביות: $0 < x < 4$, שליליות: $x > 4$.



ה.

ד.



6. א. $k = 3$. ב. $-1 \leq x \leq 3$.

- ג. $(1;2)$ מקסימום מוחלט,
- $(3;0)$ מינימום מוחלט,
- $(-1;0)$ מינימום מוחלט.
- ה. $m = 1$.

7. א. $x > 2$. ב. $(11;0)$. ג. חיובית: $x > 11$, שלילית: $2 < x < 11$. ד. עלייה: $x > 11$, ירידה: $2 < x < 11$. ה. $(11;-7)$ מינימום.

8. א. (1) $x \geq 0$. (2) $(0;0)$, $(9;0)$. ב. (3) $(0;0)$ מקסימום, $(4;-8)$ מינימום.

- ג. IV. הסבר: ל- $f(x)$ נקודת מינימום פנימית עבור $x = 4$, לכן גרף הנגזרת $f'(x)$ עובר ב- $x = 4$ משליליות לחיוביות. ומבין הגרפים הנתונים, הגרף המתאים הוא גרף IV.

