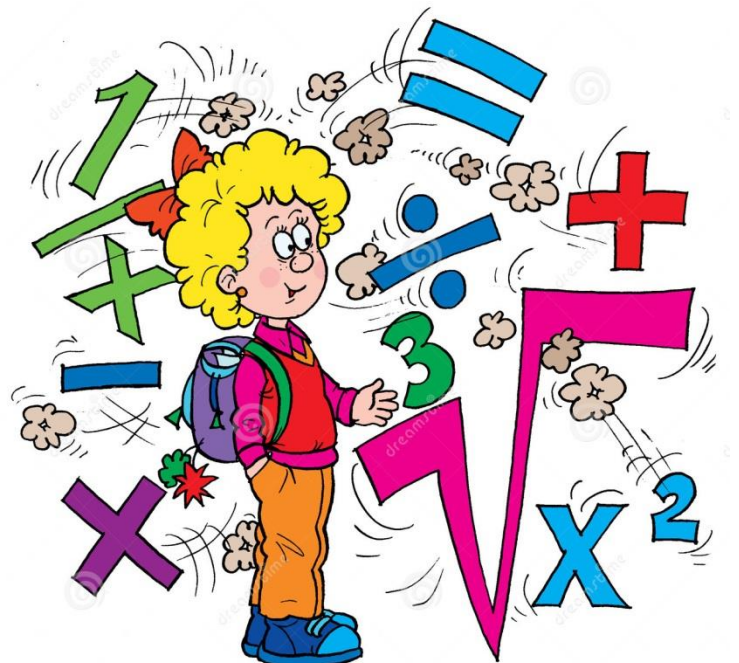


חוברת עבודה

במתמטיקה

לתלמיד: 5 יח' לימוד

הצולים לביתה י"א

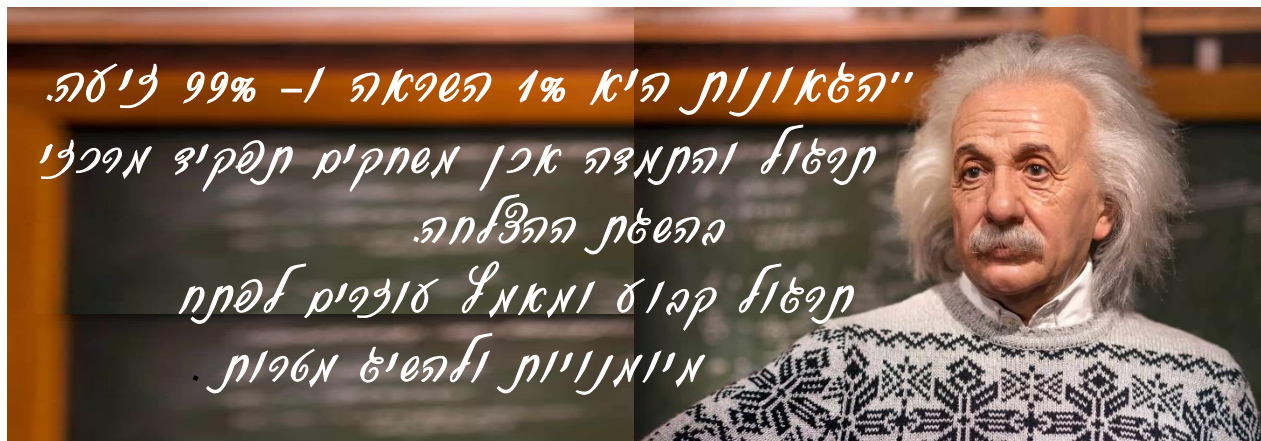


תלמידים יקרים!

במידה ותצטרכו תזכורת באחד הנושאים שמופיעים בחוברת או השלמת הנושא ניתן להיעזר באתר goolבגרויות.

כניסה לאתר באמצעות הזדהות אחידה של משרד החינוך.
בטבלה מטה תמצאו קישורים לנושאים רלוונטיים :

5 יח"ל	
ממעלה שניה	אי שוויונים
ממעלה שלישית	
אי שיוויון – מנה	
משיקים לפונקציות שונות כולל פרמטרים.	אנליזה
חקירת פונקציה מנה ושורש עד תר 59	
קשר בין גרף הפונקציה ונגזרת	
פרופורציה ודמיון משולשים תר' 1-58	גיאומטריה
מעגל הכל	
פרופורציה במעגל	



אלברט איינשטיין

פרק א' - אלגברה

אי שוויונים.

שלבי עבודה:

1. לאפס אגף הימני של אי שוויון
2. מצא נקודות אפס של הביטוי באגף שמאלי (ע"י פירוק לגורמים או פתרון משוואה)
3. סמן את נקודות האפס על ציר המספרים לפי הסדר.
4. אם סימן של אי שוויון הוא $\leq$ או $\geq$ סמן נקודות אפס בנקודה מלאה, אם לא – אז בנקודה ריקה.
5. בדוק סימן של הביטוי ע"י הצבת מספר כלשהו מהתחום הנבדק
6. בחר את התחומים בהם התקבל סימן שמתאים לסימן של אי שוויון ורשום את התוצאה.

❖ באי שוויון רציאונלי צריך לסמן על הציר גם נקודות אפס של המכנה ותמיד בנקודה ריקה.

דוגמא 1

$$x^3 - 8x^2 + 15x \geq 0$$

1. נפרק לגורמים את האגף השמאלי:

$$x(x^2 - 8x + 15) \geq 0$$

$$x(x - 3)(x - 5) \geq 0$$

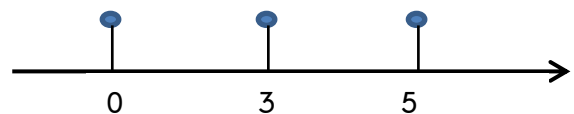
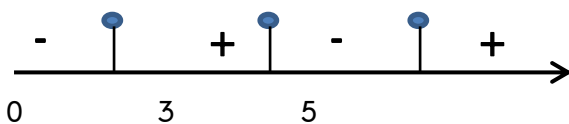
נקודות אפס הן:

$$x = 0 \quad x = 3 \quad x = 5$$

2. נסמן אתן על ציר המספרים בנקודה מלא כי :

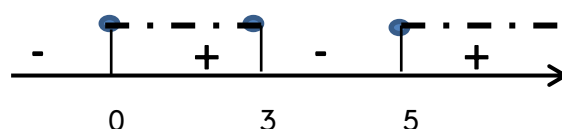
3. נבדוק סימן של הביטוי ע"י הצבת מספר מכל תחום:

- עבור $x < 0$ נציב (-1):
 $(-)(-)(-) = -$
- עבור $0 < x < 3$ נציב 1:
 $(+)(-)(-) = +$
- עבור $3 < x < 5$ נציב 4:
 $(+)(+)(-) = -$
- עבור $x > 5$ נציב 6:
 $(+)(+)(+) = +$



4. תחומים המתאימים לסימן של אי שוויון הם אלה שבהם התקבל +. לכן, הפתרונות הם:

$$0 \leq x \leq 3, \quad x \geq 5$$



אי שוויונים ממעלה שניה ומעלה: (חובה הכל)

מס'	תרגיל	תשובה	מס'	תרגיל	תשובה
1	$x^2 - 9x < 0$	$0 < x < 3, x < -3$	7	$x^4 - 8x < 0$	$0 < x < 2$
2	$x^3 + 4x^2 + 3x < 0$	$-1 < x < 0, x < -3$	8	$x^2 - 2x - 15 < 0$	$-3 < x < 5$
3	$x^3 - 8x^2 + 15x \geq 0$	$0 \leq x \leq 3, x \geq 5$	9	$x^2 - 6x + 5 > 0$	$x < 1 \quad x > 5$
4	$x^3 - 10x^2 + 25x > 0$	$x \neq 5 \quad x > 0$	10	$-x^2 + 10x - 25 < 0$	$x \neq 5$
5	$x^3 + 2x^2 + 4x > 0$	$x > 0$	11	$x^2 - 20x + 100 \leq 0$	$x=10$
6	$x^4 - 4x^2 \geq 0$	$x = 0, x \leq -2, x \geq 2$	12	$4x^2 - 20x + 25 < 0$	$x \neq 5$

אי שוויונים ממעלה שניה:

(רק 5 יח ורק תרגילים מסומנים בצהוב)

מס'	תרגיל	תשובה	מס'	תרגיל	תשובה
1	$x^2 - 2x - 15 < 0$	$-3 < x < 5$	11	$4x^2 - 20x + 25 < 0$	$x \neq 5$
2	$x^2 - 6x + 5 > 0$	$x < 1 \quad x > 5$	12	$x^2 - 20x + 100 \leq 0$	$x=10$
3	$-x^2 - x + 20 \leq 0$	$x \leq -5 \quad x \geq 4$	13	$x^2 + 4x + 3 \leq 0$	$-3 \leq x \leq -1$
4	$x^2 - 4x \geq 0$	$x \leq 0 \quad x \geq 4$	14	$-x^2 + 10x - 21 > 0$	$3 < x < 7$
5	$3x^2 - 48 > 0$	$x < -4 \quad x > 4$	15	$-3x^2 + 7x + 10 < 0$	$x < -1 \quad x > 3\frac{1}{3}$
6	$x^2 - 4x + 4 > 0$	$x \neq 2$	16	$6 - x - 7x^2 \geq 0$	$-1 \leq x \leq \frac{6}{7}$
7	$x^2 + 8x + 16 \geq 0$	כל x	17	$-x^2 + 10x - 25 < 0$	$x \neq 5$
8	$2x^2 + 18 \leq 0$	אף x	18	$2x^2 + 8x - 25 \leq 3x^2 + 14x$	$x \leq -5 \quad x \geq -1$
9	$-x^2 - 5 < 0$	כל x	19	$(x+4)(x+7) < 70$	$-14 < x < 3$
10	$x^2 + 20x + 100 < 10x + 79$	$-7 < x < -3$	20	$(4x-1)(x-3) > (2x-5)(x+1)$	$x < 1 \quad x > 4$

אי שוויונים רציונליים: (חובה לפתור כל תרגיל זוגי)
(חשב! אסור לבטל מכנה משותף!)

מס'	תרגיל	תשובה	מס'	תרגיל	תשובה
1	$\frac{4x-7}{5x+9} \geq 0$	$x \geq 1.75, x < -1.8$	5	$\frac{x^2-2x+1}{x-7} < 0$	$x < 7, x \neq 1$
2	$\frac{x^2-7x+10}{x+1} > 0$	$x > 5, -1 < x < 2$	6	$\frac{1-x^2}{25-10x+x^2} < 0$	$x < -1, x > 1, x \neq 5$
3	$\frac{8}{x^2-6x+8} < 0$	$2 < x < 4$	7	$\frac{x^2-15x+36}{x^2-x-6} \leq 0$	$x \neq 3, -2 < x \leq 12$
4	$\frac{x-2}{(x-3)^2} \leq 0$	$x \leq 2$	8	$\frac{x^2+36}{x^2-2x+6} \leq 0$	אף X

משוואות עם שורש ריבועי

פתור את המשוואות הבאות: (חובה לפתור כל תרגיל זוגי)
(חשב! לבדוק תחום הגדרה ולבצע בדיקה בסוף)

תשובה	משוואה		תשובה	משוואה	
אין פתרון	$\sqrt{3x-2} + 4 = 0$	9	8.5	$\sqrt{2x-1} - 4 = 0$	1
1	$3x - \sqrt{7-6x} - 2 = 0$	10	אין פתרון	$\sqrt{2x+1} + 3 = 0$	2
1,0	$\sqrt{x} - x^2 = 0$	11	4,0	$x^2 - 8\sqrt{x} = 0$	3
אף פתרון	$\sqrt{x-7} - \sqrt{2-2x} = 0$	12	2,-1	$\sqrt{x^2+5} - \sqrt{x+7} = 0$	4
3,4	$\sqrt{3x-1} - \sqrt{x^2-4x+11} = 0$	13	4,9	$x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$	5
4	$x = \sqrt{x} + 2$	14	0.25	$2x + 5\sqrt{x} - 3 = 0$	6
-6,-12	$x + 3\sqrt{1-4x} = 9$	15	6	$\sqrt{x-2} + 4 = x$	7
6	$\sqrt{x+3} - \sqrt{x-2} = 1$	16	0.5	$-2\sqrt{4x-1} + 3 = 2x$	8

פרק ב' – חשבון דיפרנציאלי (אנליזה)

❖ נוסחאות גזירה:

פונקציה	הנגזרת	דוגמא
x^n	$n \cdot x^{n-1}$	$(x^5)' = 5x^4$
$(f(x))^n$	$n \cdot f'(x) \cdot f(x)^{n-1}$	$[(3x+7)^4]' = 4 \cdot 3 \cdot (3x+7)^3$
$u \cdot v$	$u' \cdot v + u \cdot v'$	$[(3x+7)(x^2-4x)]' =$ $3(x^2-4x) + (2x-4)(3x+7)$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$	$\left[\frac{3x^2-4}{2x+5} \right]' = \frac{6x(2x+5) - 2(3x^2-4)}{(2x+5)^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left[\sqrt{5x^3-4x} \right]' = \frac{15x^2-4}{2\sqrt{5x^3-4x}}$
$\sqrt{f(x)}$	$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$	

❖ שיפוע המשיק שווה לנגזרת של פונקציה בנקודת ההשקה $m = f'(x_1) \Leftrightarrow$

כאשר (x_1, y_1) היא נקודת ההשקה.

❖ משוואת המשיק: $y - y_1 = m(x - x_1)$

❖ ישרים מקבילים הם בעלי שיפועים שווים.

❖ לישרים מאונכים שיפועים הופכים ונגדיים

❖ שיפוע של כל ישר שווה לטאנגנס הזווית אותה יוצר ישר עם כיוון החיובי של ציר ה-X.

כל למשל: $m = \tan 45^\circ = 1$

$m = \tan 135^\circ = -1$

$m = \tan \alpha$

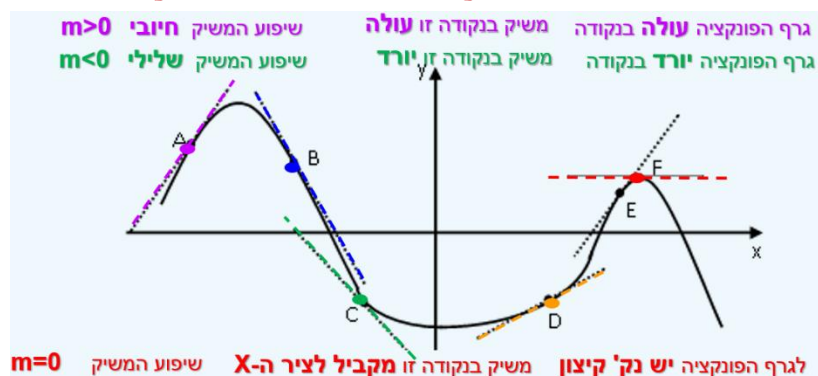
❖ בנקודות קיצון של פונקציה נגזרת מתאפסת.

❖

❖ אם נגזרת חיובית – פונקציה עולה, אם נגזרת שלילית – פונקציה יורדת.

מילון מושגים – חשבון דיפרנציאלי

שיפוע המשיק = נגזרת בנקודה



משמעותו	נתון מילולי	
$f'(x_1) = m$	שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה x_1 שווה m	
$f'(x_1) = m$ וגם נקודת ההשקה היא משותפת, לכן ערך ה- x גם בפונקציה וגם במשיק שווים: $f(x_1) = y(x_1)$	ישר $y = mx + b$ משיק לגרף הפונקציה בנקודה x_1	
$x = a$ מאפס רק את המכנה ולא את המונה	ישר $x = a$ הוא אסימפטוטה אנכית לגרף הפונקציה	
$x = a$ מאפס גם את המכנה וגם את המונה	נקודה בה $x = a$ היא נקודת אי הגדרה ("חור")	
הערה: y של נקודת "חור" ניתן לקבל רק אחרי צמצום של פונקציית מנה.		
$x = a$ מאפס רק את המכנה ולא את המונה. אבל !!! קיים ערך נוסף של x שמאפס גם את המכנה וגם את המונה	ישר $x = a$ הוא אסימפטוטה אנכית יחידה לגרף הפונקציה	
כאשר $x \rightarrow \pm\infty$ אז $y \rightarrow k$. יש להתייחס למקרים שונים:	ישר $y = k$ הוא אסימפטוטה אופקית לגרף הפונקציה	
(א) בפונקציית מנה $y = \frac{u}{v}$: - אם חזקה של המונה u גבוהה יותר מאשר חזקה של המכנה v, לפונקציה אין אס' אופקית - אם חזקה של המונה u קטנה מאשר חזקה של המכנה v, אס' אופקית היא ישר $y = 0$ - במידה והחזקות הגבוהות של המונה והמכנה זהות, אז אס' אופקית היא יחס בין מקדמים של החזקות הגבוהות		
(ב) בפונקציית שורש מהסוג $y = \frac{\sqrt{u}}{v}$ או $y = \frac{u}{\sqrt{v}}$ כאשר החזקות של המונה ושל המכנה שוות, יש להתייחס לשני מקרים בנפרד: $x \rightarrow +\infty$ וגם $x \rightarrow -\infty$. כמובן אם פונקציה מוגדרת עבור $x \rightarrow +\infty$ וגם $x \rightarrow -\infty$.		

בדיקת "חור" בפונקציית שורש . דוגמאות:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - x - 2}}{x - 2} \quad (2)$$

תחום הגדרה: $x^2 - x - 2 \geq 0$
 $(x - 2)(x + 1) \geq 0$ וגם $x \neq 2$



לכן, $x \leq -1$, $x > 2$

אס' אנכית: $x = 2$ מאפס גם את המונה וגם את המכנה.

לכן, נבדוק האם "חור":

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-2}} = \frac{\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-2}} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}}$$

ע"י צמצום לא הצלחנו "להיפטר" מהגורם שמאפס את המכנה

לכן, יש לפונקציה אס' אנכית $x = 2$

$$f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{2x-6}} \quad (1)$$

תחום הגדרה: $2x - 6 > 0$
 $x > 3$

אס' אנכית: $x = 3$ מאפס גם את המונה וגם את המכנה.

לכן, נבדוק האם "חור":

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{x-3}}{\sqrt{2} \cdot (x-3)} = \frac{\sqrt{x-3} \cdot \sqrt{x-3}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{x-3}} = \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{2}}$$

ע"י צמצום הצלחנו "להיפטר" מהגורם שמאפס את המכנה

לכן, עבור $x = 3$ לפונקציה יש נק' אי הגדרה "חור"

$$y(3) = \frac{\sqrt{3-3}}{\sqrt{2}} = 0$$

נק' אי הגדרה היא: $(3, 0)$

ועוד כמה דרכים לפתרון המשוואה מהסוג: $x - 8\sqrt{x} = 0$

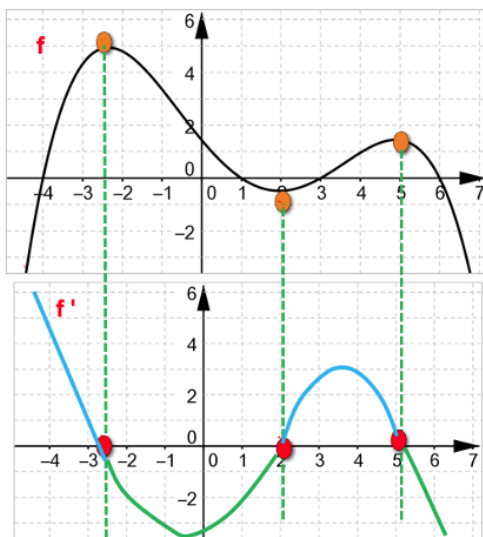
דרך ג'	דרך ב'	דרך א'
$x = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}$ $x - 8\sqrt{x} = 0$ $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - 8\sqrt{x} = 0$ $\sqrt{x}(\sqrt{x} - 8) = 0$ $\sqrt{x} = 0$ $\sqrt{x} = 8$ $x = 0$ $x = 64$	$x = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = (\sqrt{x})^2$ לכן, נסמן: $\sqrt{x} = t$ ואז $x = t^2$ $t^2 - 8t = 0$ $t(t - 8) = 0$ $t = 0$, $t = 8$ $\sqrt{x} = 0$ $\sqrt{x} = 8$ $x = 0$ $x = 64$	$x - 8\sqrt{x} = 0$ $x = 8\sqrt{x}$ $x^2 = 64x$ $x^2 - 64x = 0$ $x(x - 64) = 0$ $x = 0$, $x = 64$ בדיקה: נציב שתי התשובות למשוואה לפני העלייה לריבוע שתייהן מקיימות לכן, הפתרונות הן: $x = 0$, $x = 64$

קשר בין גרף הפונקציה לגרף הנגזרת

נתון גרף הפונקציה f .
א- שרטטו סקיצה של f' .

מגרף הפונקציה לגרף הנגזרת | נקודות קיצון, עליה וירידה

נמלא את כל הנתונים הרלוונטיים בטבלה



	$x < -2.5$	-2.5	$-2.5 < x < 2$	2	$2 < x < 5$	5	$x > 5$
$F'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$F(x)$	↗	max	↘	min	↗	max	↘

נקודות הקיצון של f הן נקודות האפס של f' .
 $\downarrow$ $x = -2.5$, $x = 2$, $x = 5$

חיתוך של f' עם ציר ה- x

תחומי העלייה של f הם תחומי החיוביות של f' .

$\downarrow$ $x < -2.5$, $2 < x < 5$

גרף של $f'(x)$ מעל ציר ה- x

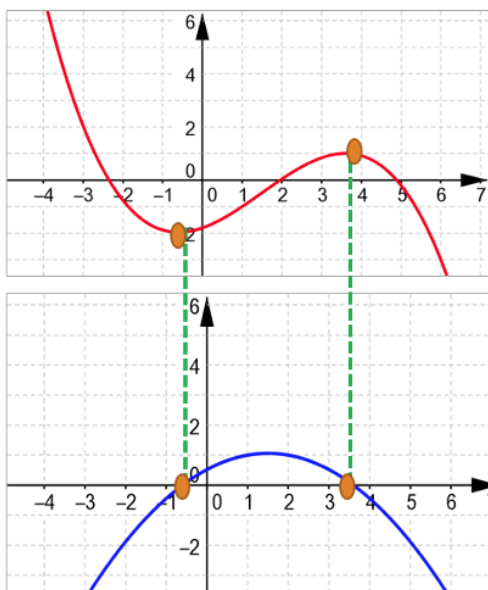
תחומי הירידה של f הם תחומי השליליות של f' .

$\downarrow$ $x > 5$, $-2.5 < x < 2$

גרף של $f'(x)$ מתחת לציר ה- x

מגרף הפונקציה לגרף הנגזרת | שאלה 2

שרטט גרף נגזרת של פונקציה הבאה:



	$x < -0.5$	-0.5	$-0.5 < x < 3.5$	3.5	$x > 3.5$
$F'(x)$	-	0	+	0	-
$F(x)$	↘	min	↗	max	↘

נקודות הקיצון של f הן נקודות האפס של f' .
 $\downarrow$ $x = -0.5$, $x = 3.5$

חיתוך של f' עם ציר ה- x

תחומי העלייה של f הם תחומי החיוביות של f' .

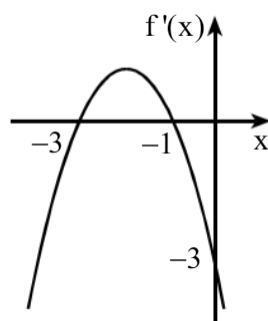
$\downarrow$ $-0.5 < x < 3.5$

גרף של $f'(x)$ מעל ציר ה- x

תחומי הירידה של f הם תחומי השליליות של f' .

$\downarrow$ $x > 3.5$, $x < -0.5$

גרף של $f'(x)$ מתחת לציר ה- x



33. בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.

א. מצא את תחומי העלייה והירידה

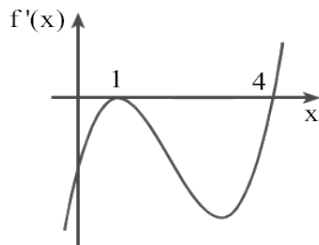
של הפונקציה $f(x)$.

ב. נתון גם: $f(-2) = 0$, $f(0) = 0$.

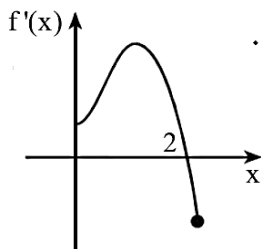
שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$

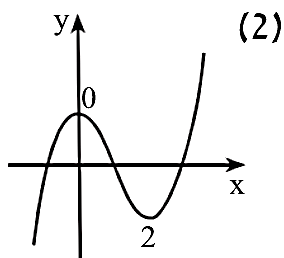
בנקודה $x = 0$.



36. בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.
 א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. נתון: $f(4)=0$.
 שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

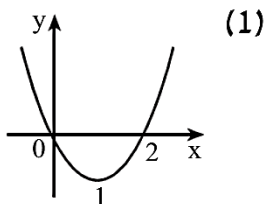


41. $f(x)$ היא פונקציה שתחום ההגדרה שלה הוא $-3 \leq x \leq 3$.
 לפי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $0 \leq x \leq 3$.
 א. נתון כי $f'(x)$ היא פונקציה זוגית בתחום $-3 \leq x \leq 3$.
 העתק את השרטוט למחברתך, והשלם את הגרף של $f'(x)$ לכל התחום $-3 \leq x \leq 3$.
 ב. מהם ערכי x עבורם יש לפונקציה נקודות קיצון פנימיות?
 ציין היכן יש מינימום והיכן יש מקסימום. נמק.
 ג. נתון: $f(x) > 0$ לכל x בתחום $-3 \leq x \leq 3$, $f(-2)=1$.
 שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בכל התחום $-3 \leq x \leq 3$.

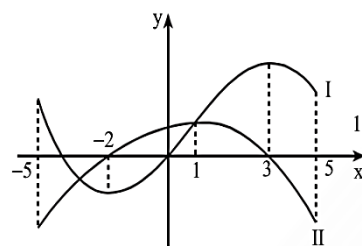


49. בציורים (1) ו-(2) שלפניך מתוארים, לאו דווקא לפי הסדר, הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, כאשר $f(x)=g'(x)$.

- א. זהה איזה מהגרפים הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$ ואיזה מהם הוא הגרף של הפונקציה $g(x)$. נמק את תשובתך.
 ב. הפונקציה $h(x)$ מקיימת: $h(x)=f'(x)$.
 שרטט גרף אפשרי של הפונקציה $h(x)$.



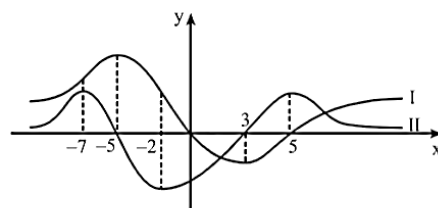
- בציור שלפניך מתוארים, הגרפים I ו-II בתחום $-5 \leq x \leq 5$.
 אחד הגרפים הוא של הפונקציה $f(x)$ והאחר של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



- א. איזה מהגרפים הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$? נמק.
 ב. (1) מצא את שיעורי ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוג הקיצון.

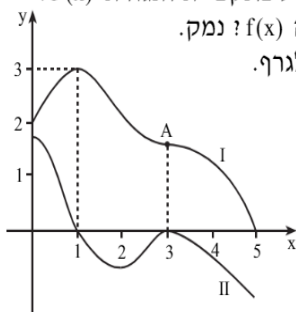
- (4) מהו התחום שבו $f'(x)$ חיובית וגם $f''(x)$ חיובית?

- בציור שלפניך מתוארים הגרפים I ו-II. אחד הגרפים הוא של הפונקציה $f(x)$ והאחר הוא של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



- א. קבע עבור כל ציור לאיזו פונקציה הוא מתאים. נמק את תשובתך.
 ב. (1) מצא את שיעורי ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוג הקיצון.

- בציור שלפניך מוצגים הגרפים I ו-II בתחום $0 \leq x \leq 5$. אחד הגרפים הוא סקיצה של הפונקציה $f(x)$ והאחר של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

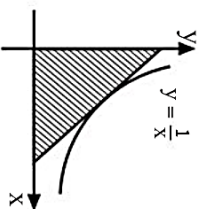


- א. איזה גרף, I או II, הוא של הפונקציה $f(x)$? נמק.
 ב. בנקודה A שעל גרף I העבירו משיק לגרף. מהו שיפוע המשיק. נמק.

משיק עם פרמטרים – פונקציות רציונליות

3. הווא 1 $x = 1$ בנקודה $y = \frac{x^2+ax-2}{x^2-x+1}$ הראה ששיפוע המשיק לגרף הפונקציה

- ב. רשום את משוואת המשיק בנקודה $x = 1$ בעזרת a .
ג. מצא את a אם המשיק עובר דרך הנקודה $(2, 5)$. (הנקודה לא על גרף הפונקציה).



31. לגרף הפונקציה $y = \frac{1}{x}$, ברביע הראשון, העבירו משיק בנקודה $(a, \frac{1}{a})$.
א. הבע באמצעות a את שיעורי נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.
ב. הראה ששטח המשולש שהמשיק יוצר עם הצירים לא תלוי a ונמצא אותו.

35. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{9-2x}{x+a}$ בנקודה $x = 3$ הוא $\frac{1}{4}$.
א. מצא את שני הערכים של a .
ב. עבור הערך הקטן של a , מבין שתי האפשרויות שמצאת, מצא את משוואת המשיק הני"ל.

36. נתונה הפונקציה $y = ka^2 + \frac{2}{x-3}$. המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x = 4$ מאונך לישר $y = -\frac{1}{2}x + 6$. מצא את k ואת משוואת המשיק.

37. המשיקים לגרף הפונקציה $y = \frac{3x+B}{x^2+1}$ בנקודות $x = 1$ ו- $x = 2$ מקבילים זה לזה. מצא את B .

41. משוואת המשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{x^2+B}{x-A}$ היא $y = -5x + 2$. מצא את A ואת B .

42. לגרף הפונקציה $y = a + \frac{b}{x}$ מעבירים משיק בנקודה שבה $y = 5$. משוואת המשיק היא $y = -2x + 7$. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

משיק עם פרמטרים – פונקציות רציונליות

27. המשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{x+a}{x+1}$ בנקודה $x = 3$ מאונך לישר $0 = -4x + 3$.
א. מצא את a .
ב. מצא את שתי הנקודות על גרף הפונקציה שהמשיקים בהן מאונכים לישר הני"ל.

28. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{x^2-6}{x+a}$ בנקודה $x = 1$ הוא 3.
א. מצא את שני הערכים האפשריים של a .
ב. הראה שעבור a הקטן מבין השניים שמצאת בסעיף א' אין משיק לגרף הפונקציה שמאונך לישר $x = 5$.

29. שיפוע הפונקציה $f(x) = \frac{a}{x^2-1}$ בנקודה $x = 2$ שווה לשיפוע הפונקציה $g(x) = \frac{a-5}{x} + 3$ בנקודה $x = 1$.
א. מצא את a .

- ב. הראה שהמשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה $x = 2$ הוא גם המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה $x = 1$ ונמצא את משוואת המשיק המשותף.
ג. $h(x)$ היא פונקציה שמקיימת $h'(x) = f(x)$ בתחום $x > 1$. ישר ששיפועו 3 משיק לגרף הפונקציה $h(x)$. מצא את שיעור x של נקודת החשק.



29. א. $(2, -\frac{2}{3})$, ב. $(-5, 0)$, ג. $(3, 2)$.
27. א. $y = x + 9$, ב. $y = x - 3$.
31. א. $(2a, 0)$, ב. $(0, \frac{2}{a})$.
30. א. $y = -4x + 11$, ב. $y = 3x + a - 4$.
34. א. $k = 2$, ב. $(4, 8)$, ג. $y = -2x + 16$, ד. $a = -9$.

- תשובות: 34. א. $k = 2$, ב. $(4, 8)$, ג. $y = -2x + 16$, ד. $a = -9$.
36. א. $y = \frac{1}{4}x - 1\frac{1}{4}$, ב. $y = \frac{1}{2}x + 2$, ג. $y = 2x + 2$, ד. $k = \frac{1}{2}$.

39. א. 4 , ב. 5 , ג. 40 , ד. -3 , ה. -5 , ו. $c = -5$, ז. $A = 2$, ח. $B = 2$, ט. $a = 3$, י. $b = 2$.
37. א. 2 , ב. 1 , ג. 3 , ד. 2 , ה. 1 , ו. 3 , ז. 2 , ח. 1 , ט. 0 , י. 2 .

★ נקודות אי הגדרה – "חור"

- עבור כל אחת מהפונקציות הבאות: א. מצא את תחום ההגדרה.
ב. מצא את האיסימפטוטות המאונכות לציר ה- x (אם קיימות).
ג. מצא את שיעורי ה- x בהם מתקבל "חור" בגרף הפונקציה (אם קיימים).

$$y = \frac{x-2}{x^2-5x+6} \quad .25 \quad y = \frac{2x^2+14x}{x} \quad .24 \quad y = \frac{x^2-36}{x+6} \quad .23$$

$$y = \frac{x^2+6x+8}{x^2-16} \quad .26$$

מצא את האיסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $y = \frac{x-2}{x^2-6x+8}$.

פתרון:

נשווה את המכנה לאפס. נקבל: $x^2-6x+8=0$

פתרונות המשוואה הם: $x=4$ או $x=2$

נציב $x=4$ במונה. נקבל: $4-2=2$, כלומר 2. הפתרון $x=4$ אינו מאפס את המונה, לכן הישר $x=4$ הוא איסימפטוטה אנכית לפונקציה.

נציב $x=2$ במונה. נקבל: $2-2=0$, כלומר 0. הפתרון $x=2$ מאפס את המונה, לכן קיימת אפשרות שב- $x=2$ לא מתקבלת איסימפטוטה אנכית, אלא קיים "חור בגרף". נבדוק זאת לפי שתי הדרכים שהאפשר.

דרך א': תחילה נמצא את הפונקציה ככל שאפשר.

$$\text{נקבל: } y = \frac{x-2}{x^2-6x+8} = \frac{x-2}{(x-2)(x-4)} = \frac{1}{x-4}$$

הפונקציה שהתקבלה לאחר צמצום היא $y = \frac{1}{x-4}$

הפתרון $x=2$ אינו מאפס את המכנה,

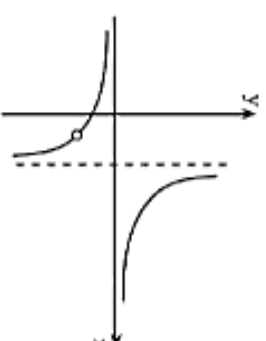
לכן לא מתקבלת בו איסימפטוטה

אנכית, אלא נוצר "חור בגרף".

לסיכום, לפונקציה יש איסימפטוטה

אנכית אחת והיא הישר $x=4$.

גרף הפונקציה נראה כמתואר משמאל:



שים לב! הפונקציה הנתונה היא $f(x) = \frac{x-2}{x^2-6x+8}$

פונקציה זו מוגדרת עבור $x \neq 2, x \neq 4$.

- א. $x \neq 0$. ב. $x=5$. ג. $x=22$. ד. $x \neq 3$. ה. $x=3$. ו. $x=-3$. ז. $x=3$. ח. $x=-6$. ט. $x \neq 6$. י. $x=0$. יא. $x \neq 6$. יב. $x=-6$. יג. $x=0$. יד. $x \neq 0$. יו. $x=0$. יז. $x \neq 2$. יח. $x \neq 3$. יט. $x=-4$. כ. $x=4$. כא. $x \neq 4$. כב. $x=4$. כג. $x=-4$. כד. $x=2$. כה. $x=3$. כו. $x \neq \frac{1}{2}$. כז. $x \neq \frac{1}{2}$. כח. $x=6$. כט. $x \neq 6$. ל. $x=6$. לא. $x=-3$. לב. $x \neq -3$. לד. $x=3$. לו. $x=3$. לז. $x=-3$. לח. $x \neq -3$. לי. $x=1$. לט. $x \neq 1$. לו. $x=32$. לז. $x \neq 3$. לח. $x=3$. לט. $x \neq 3$. לו. $x=3$. לז. $x=-3$. לח. $x \neq -3$. לט. $x=1$. לו. $x \neq 1$.

חקירת פונקציות רציונאליות – ללא פרמטרים (חזרה)

$$(1) \quad \text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{x^2+5}{x^2+x+3}$$

שימו ❤ **על סעיפי חשיבה בעמוד הזה.**

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ה. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- ו. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה עם האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x .
- ז. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ח. נתונה פונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = bf(x) - 3$, $b > 0$. ידוע שהמקסימום המוחלט של $g(x)$ הוא 5.
- (1) מצא את b . (2) מצא את המינימום המוחלט של $g(x)$.

$$(2) \quad \text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{-6x}{x^2-6x+9}$$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ה. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ז. (1) מצא לאילו ערכי m אין פתרון למשוואה $f(x) = m$.
- ★ (2) כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = m$ אם $\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$?

$$(3) \quad f(x) \text{ היא פונקציה שהנגזרת שלה היא הפונקציה } f'(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f'(x)$.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f'(x)$.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f'(x)$.
- ד. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של הפונקציה $f'(x)$.
- ה. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $f'(x)$.
- ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f'(x)$.
- ז. ידוע שתחום ההגדרה של $f(x)$ הוא כמו תחום ההגדרה של $f'(x)$.
- (1) מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
- (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

חקירת פונקציה מנה – מציאת פרמטרים

10 שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{a}{x^2-4}$ בנקודה $x = -3$ הוא 6.

א. מצא את a .

ב. מצא:

(1) תחום הגדרה.

(2) נקודות חיתוך עם הצירים.

(3) נקודות קיצון.

(4) תחומי עלייה וירידה.

(5) אסימפטוטות המאונכות לצירים.

ג. שרטט את גרף הפונקציה.

★ ד. היעזר בגרף של $f(x)$ ושרטט את הגרף של $f'(x)$ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ אין נקודות פיתול.

11 נתונה הפונקציה $y = \frac{ax^2-6x+1}{(x-1)^2}$. שיעור ה- x של נקודת החיתוך של הפונקציה עם

האסימפטוטה שלה המקבילה לציר ה- x הוא 1.5.

א. מצא את a .

ב. מצא לגבי הפונקציה את נקודת הקיצון, את האסימפטוטות המקבילות לצירים ושרטט את הגרף שלה.

ג. מצא כמה נקודות חיתוך יש לישר $y = k$ ולגרף הפונקציה אם:

(1) $k = 4$

(2) $k = 1$

(3) $k < 0$

(4) $k > 5$

12 לפונקציה $f(x) = \frac{ax^2+4x-18}{x^2-b}$ יש אסימפטוטה $y = 2$ ואסימפטוטה $x = -2$.

א. מצא את a ו- b .

ב. מצא את תחום ההגדרה ואת נקודות החיתוך עם הצירים.

ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

ד. מצא את תחומי העלייה הירידה.

ה. שרטט את גרף הפונקציה.

★ ו. x_1 הוא מספר בתחום $-2 < x < 2$ ו- x_2 הוא מספר בתחום $x > 2$.

נתון: $f(x_1) - f(x_2) = c$. באיזה תחום נמצא c ? נמק.

13 הישר $x = 3$ הוא אסימפטוטה לפונקציה $f(x) = \frac{x+a}{bx-x^2}$. לפונקציה נקודת קיצון ב- $x = 1$.

א. מצא את a ו- b ואת נקודת הקיצון.

ב. מצא אסימפטוטות נוספות המאונכות לצירים ונקודת קיצון נוספת.

ג. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים ואת תחומי העלייה הירידה.

ד. שרטט את גרף הפונקציה.

★ ה. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g(x) = (f(x))^2$. מצא עפ"י החקירה של $f(x)$ את הנקודות בהן הנגזרת של $g(x)$ מתאפסת.

15 נתונה הפונקציה $y = \frac{ax-6}{x^2-4x-b}$ הישר $x = -1$ הוא אסימפטוטה לפונקציה.

בנקודה שבה $x = -7$ לפונקציה יש נקודת קיצון.

א. מצא את a ו- b .
(המשך התרגיל בעמ' הבא)

ב. הצב את a ו- b שמצאת בפונקציה ומצא את:

(1) תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.

(3) נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(4) נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

16 נתונה הפונקציה $y = \frac{ax^2+bx-8}{(x+2)^2}$ הנקודה $(1, -\frac{5}{3})$ היא נקודת קיצון של הפונקציה.

א. מצא את a ו- b .

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ג. מצא אם יש נקודות קיצון נוספות.

ד. קבע את הסוג של נקודות הקיצון.

ה. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים ועם האסימפטוטה שלה המקבילה לציר ה- x .

17 נתונה הפונקציה $y = \frac{x^2-3x+a}{x^2-3x+2}$ ישר המשיק לפונקציה בנקודה $x = -1$ חותך

את ציר ה- x בנקודה $x = \frac{7}{5}$.

א. הוכח: $a = 0$.

הצב בפונקציה $a = 0$ ומצא את:

ב. תחום ההגדרה של הפונקציה.

ג. נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ד. האסימפטוטות לפונקציה המקבילות לצירים.

ה. נקודות הקיצון של הפונקציה.

ו. נקודת החיתוך של הפונקציה עם האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x .

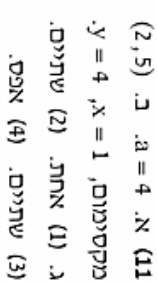
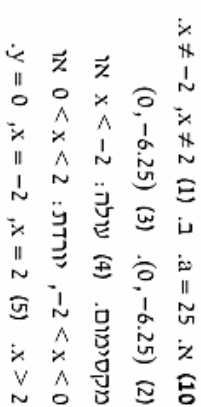
20 ★ נתונה הפונקציה $y = \frac{2x^2-8}{ax^2+bx-10}$ לפונקציה יש אסימפטוטה אחת בלבד המאונכת

לציר ה- x והיא הישר $x = 5$. כמו כן ידוע שהפונקציה לא מוגדרת עבור ערך נוסף של x וערך זה הוא שלילי.

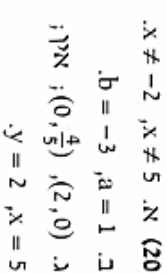
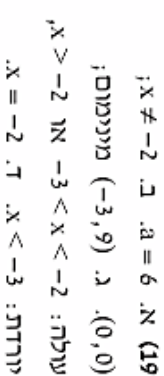
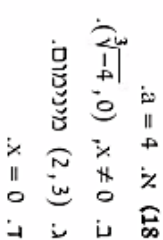
א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את a ו- b .

ג. חקור את הפונקציה: מצא נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות קיצון, אסימפטוטות המקבילות לצירים ושרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



$x \neq -2$, $x \neq 2$. ג. $b = 4$, $a = 2$. נ. **(12)**
 $(4, 2.5)$ ג. $(0, 4.5)$, $(-4, 1.6, 0)$, $(2, 1.6, 0)$
 עולה: מקסימום, $(1, 4)$ מינימום. ד.
 $x < -2$ יורדת: $2 < x < 4$ או $1 < x < 2$
 או $x > 4$ או $-2 < x < 1$ או $x \leq 1.5$.



18. לטונקציה $f(x) = \frac{x^2}{x-4} + b$ יש נקודת מינימום בנקודה ששיעור ה- y שלה הוא 18.

(המשך התיקל בעמ' הבאה)

- מצא את b .
 - מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
 - מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 - מצא את האיסימפטוטה האנכית של הפונקציה.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - מצא לאילו ערכי a הישר $y = a - x$ חותך את גרף הפונקציה:
 - בנקודה אחת. (2) בשתי נקודות. (3) באף נקודה.
19. $\star$ (1) $g(x)$ היא פונקציה המקיימת: $g'(x) = f(x)$ בתחום $x < 4$.
- (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
- (3) ידוע שהפונקציה $g(x)$ חותכת את ציר ה- x בנקודה $x = 3.851$ בקירוב ונקודת הקיצון שלה נמצאת מעל לציר ה- x . שרטט בצורה כללית גרף של הפונקציה $g(x)$.
- (4) מעבירים משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = 3$. מצא את שיעור ה- x של הנקודה שנמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$ והמשיק בה לגרף הפונקציה $g(x)$ מקביל למשיק הנחיל.

43) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{x^2+4x}{x^2-4}$ בנקודה $x = 0$ הוא $\frac{1}{2}$.

- מצא את a .
 - מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - מצא את האיסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
 - הראה שלפונקציה אין נקודות קיצון.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
20. $\star$ 1. שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ אין נקודות פיתול.

הקירות פונקציה עם פרמטרים – פונקציות רציונליות

39) לטונקציה $f(x) = \frac{12x}{x^2-6x+a}$ יש נקודת קיצון בנקודה $x = -3$.

- מצא את a .
 - מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
 - מצא את האיסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
21. $\star$ מצא את האיסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f'(x)$.
22. $\star$ שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד.

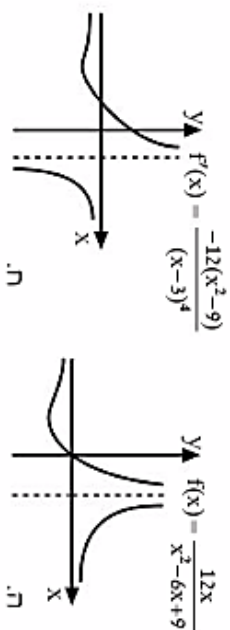
40) הישר $x = -1$ הוא איסימפטוטה אנכית של הפונקציה $f(x) = \frac{-x}{x^2-x+a}$.

- מצא את a ואת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- הראה שלפונקציה אין נקודות קיצון.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את האיסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

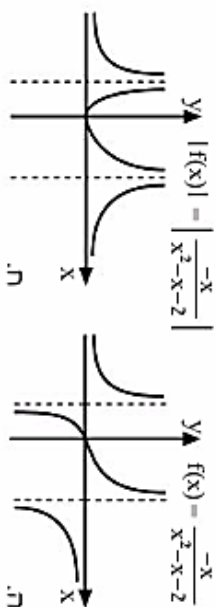
23. $\star$ ה. שרטט בצורה כללית גרף של הפונקציה $|f(x)|$.

41) לטונקציה $f(x) = \frac{x+b}{x^2+ax-4}$ יש נקודת קיצון בנקודה $(1, -1)$.

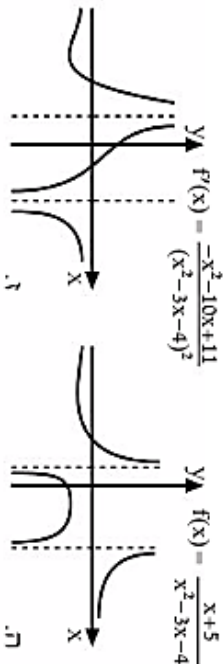
- מצא את a ו- b ואת תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה ואת תחומי העלייה והירידה.
 - מצא את האיסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
 - מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
24. $\star$ 1. שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ יש בדיוק נקודת פיתול אחת.



- (39) א. $x \neq 3$ ב. $x \neq -1$ ג. $x \neq 2$ ד. $x \neq -2$
 א. $(-3, -1)$ מנימוס.
 ד. $x = 3$, $y = 0$ חיוברית:
 $x > 0$, $x < 0$ שלילית:
 א. $x = 3$, $y = 0$

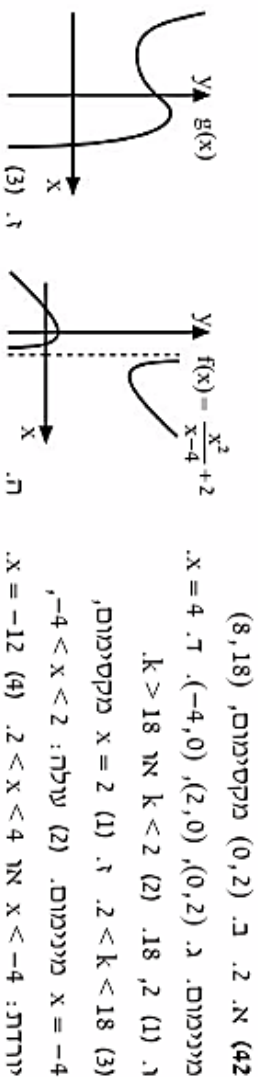


- (40) א. $x \neq 2$, $x \neq -1$ ג. $x < -1$ או $x > 2$
 ב. עולה: $x < -1$ או $x > 2$
 ד. $x = 2$, $x = -1$, $y = 0$
 חיוברית: $x < -1$ או $x > 2$
 שלילית: $-1 < x < 2$



- (41) א. $b = 5$, $a = -3$ ב. $a = 3$, $b = -1$
 ג. $x \neq 4$, $x \neq -1$ ד. $x > 4$ או $x < -1$
 חיוברית: $x > 4$ או $x < -1$
 שלילית: $-1 < x < 4$

- א. $x < 1$, $x > 4$ יורדת: $-1 < x < 1$ או $x > 4$
 ב. $(0, 2)$, $(-4, 0)$ מנימוס.
 ג. $x = 4$ ד. $x < -5$ או $x > 4$ שלילית:
 חיוברית: $-5 < x < 4$



- (42) א. $(8, 18)$ ב. $(0, 2)$ ג. $(2, 0)$ ד. $x = 4$
 מנימוס. $x = 2$ או $x < 2$ או $x > 4$
 חיוברית: $x < 2$ או $x > 4$
 שלילית: $2 < x < 4$

- (43) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{x^2+ax}{x^2-4}$ הוא $\frac{1}{2}$.

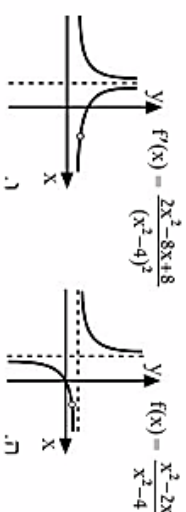
- א. מצא את a .
 ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ג. מצא את האינטרסטים של הפונקציה המקבילית לצירים.
 ד. הראה שלפונקציה אין נקודות קיצון.
 ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ו. שרטט בצורה כללית, עפי"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$.
 אס ידוע שלפונקציה $f(x)$ אין נקודות פיתול.

- (44) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{ax^2-1}{b-x^2}$ הוא $\frac{2}{3}$ בנקודה $x = 1$.

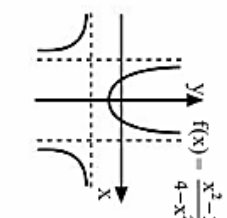
- א. מצא את a ו- b .
 ב. הצב את a ו- b שמצאת בפונקציה וחזור אותה (תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, אינטרסטים אנכיים).
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ד. מצא את תחומי החיבור והשליליות של הפונקציה.
 ה. מצא כמה נקודות חיתוך יש לשר $y = k$ עם גרף הפונקציה אס:

$$(1) k > -\frac{1}{4} \quad (2) -1 < k < -\frac{1}{4}$$

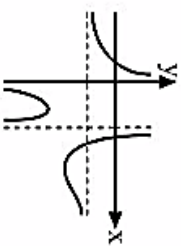
- ★ ג. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g(x) = c \cdot f(x) + 3c$, $c > 0$. נתון שהאינטגרל



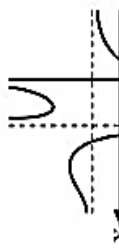
- (43) א. $a = 1$, $b = 4$ ב. תחום הגדרה: $x \neq \pm 2$ חיתוך עם הצירים: $(0, -\frac{1}{4})$, $(1, 0)$, $(-1, 0)$ נקודות קיצון: $(0, -\frac{1}{4})$
 מנימוס. עולה: $0 < x < 2$ או $x > 2$ יורדת: $x < -2$ או $-2 < x < 0$
 חיוברית: $x < -2$ או $-2 < x < 0$ או $x > 2$ שלילית: $0 < x < 2$ או $x < -2$

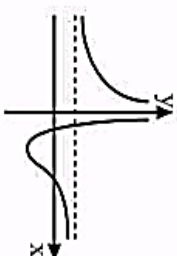


- (44) א. $a = 1$, $b = 4$ ב. תחום הגדרה: $x \neq \pm 2$ חיתוך עם הצירים: $(0, -\frac{1}{4})$, $(1, 0)$, $(-1, 0)$ נקודות קיצון: $(0, -\frac{1}{4})$
 מנימוס. עולה: $0 < x < 2$ או $x > 2$ יורדת: $x < -2$ או $-2 < x < 0$
 חיוברית: $x < -2$ או $-2 < x < 0$ או $x > 2$ שלילית: $0 < x < 2$ או $x < -2$

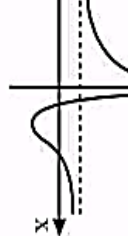


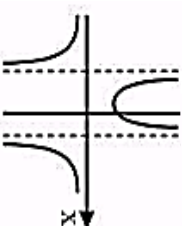
בציר מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{12-x^2}{x^2-3x}$ (5)

- 
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
- ה. מצא את האיסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- ו. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם האיסימפטוטה האופקית שלה.
- ז. מצא את האיסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f'(x)$.
- ח. שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$.
- ט. מצא את התחום שבו הפונקציה $f'(x)$ שלילית וגם הפונקציה $f''(x)$ שלילית.
- י. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת: $g(x) = (f(x))^2$. מצא עפ"י החקירה של $f(x)$ את הנקודות בהן העזרת של $g(x)$ מתאפסת.
- יא. $h(x)$ היא פונקציה המקיימת: $h(x) = \frac{1}{f(x)}$. מצא עפ"י שעיף ד' את האיסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $h(x)$ ועפ"י שעיף ב' את נקודות הקיצון שלה.



3) בציר ממואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{3x^2 - 8x + 4}{x^2}$

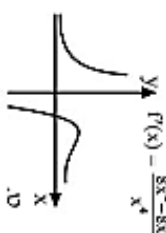
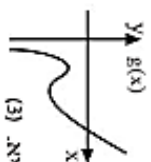
- 
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
 - ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
 - ה. מצא את האיסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
 - ו. מצא את התחום שבו הפונקציה שלילית.
 - ז. מצא את התחום שבו הפונקציה שלילית וגם הנגזרת שלה שלילית.
 - ח. מצא את האיסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f'(x)$.
 - ט. שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$.
 - י. אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ יש בדיק נקודת פיתול אחת.
 הראה שאין תחום שבו הפונקציה $f'(x)$ שלילית וגם הפונקציה $f''(x)$ שלילית.
 יא. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g'(x) = f(x)$ בתחום $x > 0$.
 (1) מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגן.
 (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
 (3) ידוע שהפונקציה $g(x)$ חתכת את ציר ה- x בנקודה ששיעור ה- x שלה בקירוב 4.071. חוץ $x = 4.071$ ונקודות הקיצון שלה נמצאות מתחת לציר ה- x . שרטט בצורה כללית את הגרף של $g(x)$.



(4) בציר מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{-4}{x^2 + 2x - 3}$

- א. מצא את תחום ההדגה של הפונקציה.
ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
(המשך התיגיל בעמ' הבא)

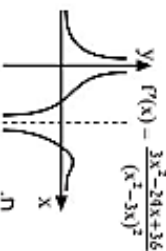
(המשדך הותרג'ל בעמי רמא)



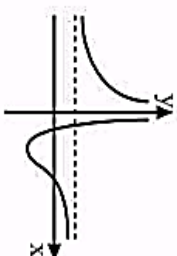
על־מ. 3. מנימים. $(1, -1)$. ב. $x \neq 0$. נ. $(3, 0)$. $x > 1$ או $x < 0$. $0 < x < 1$: יורד: $x > 1$ או $x < 0$. $y = 3$, $x = 0$. ה. $(-\frac{2}{3}, 0)$, $(2, 0)$. ד. $x = 0$. ו. $-\frac{2}{3} < x < 1$. ז. $\frac{2}{3} < x < 2$. ו. $x = 2$. מנימים, $x = \frac{2}{3}$ (1). נ. $y = 0$. $x > 2$ או $0 < x < \frac{2}{3}$: עולה: (2) $x > 2$ או $0 < x < \frac{2}{3}$. מנימים. יורד: $x < 2$ או $x > \frac{2}{3}$.

-

(א) $x \neq -3, x \neq 1$ ב. $x \neq -3, x \neq 1$ ג. $x < -3$ ד. $x > 1$ ה. $-1 < x < 1$ ו. $x = -3$ ז. $x = 1$ ח. $(0, \frac{1}{3})$ ט. $-3 < x < -1$ י. $x = -3$ יא. $x = 1$ יב. מקסימום: $(-1, -1)$ יג. $y = 0$ יד. $x = 3$ (ב) יה. $x > 1$ יז. $y = 0$



(6, -1 $\frac{1}{2}$) , מקסימום (2, -4) . ג. $x \neq 3$, $x \neq 0$. נ. (5, 6) , מקסימום . ג. עקולה : $x > 6$ ו- $0 < x < 2$ ו- $x < 0$.
 מקסימום : $x > 6$, $0 < x < 2$, $x < 0$.
 עקירות : $2 < x < 3$, $x < 6$, $x < \sqrt{12}$, $x = 0$.
 א. $x = 3$, $x = 0$. ב. $x = 3$, $x = 0$. ג. $x = 3$, $x = 0$. ד. $x = 3$, $x = 0$.
 ה. $x = 3$, $x = 0$. ו. $x = 3$, $x = 0$. ז. $x = 3$, $x = 0$. ח. $x = 3$, $x = 0$. ט. $x = 3$, $x = 0$. י. $x = 3$, $x = 0$.
 יא. $x = 3$, $x = 0$. יב. $x = 3$, $x = 0$. יג. $x = 3$, $x = 0$. יד. $x = 3$, $x = 0$.
 טו. $x = 3$, $x = 0$. טז. $x = 3$, $x = 0$. יז. $x = 3$, $x = 0$. יח. $x = 3$, $x = 0$. יט. $x = 3$, $x = 0$.
 כ. $x = 3$, $x = 0$. כא. $x = 3$, $x = 0$. כב. $x = 3$, $x = 0$. כג. $x = 3$, $x = 0$. כד. $x = 3$, $x = 0$.
 כה. $x = 3$, $x = 0$. כו. $x = 3$, $x = 0$. כז. $x = 3$, $x = 0$. כח. $x = 3$, $x = 0$. כט. $x = 3$, $x = 0$.
 ל. $x = 3$, $x = 0$. לא. $x = 3$, $x = 0$. לב. $x = 3$, $x = 0$.
 לג. $x = 3$, $x = 0$. לד. $x = 3$, $x = 0$. לה. $x = 3$, $x = 0$. לו. $x = 3$, $x = 0$.
 לז. $x = 3$, $x = 0$. לח. $x = 3$, $x = 0$. לט. $x = 3$, $x = 0$.
 מ. $x = 3$, $x = 0$. מא. $x = 3$, $x = 0$. מב. $x = 3$, $x = 0$.
 מג. $x = 3$, $x = 0$. מד. $x = 3$, $x = 0$. מה. $x = 3$, $x = 0$.
 מו. $x = 3$, $x = 0$. מז. $x = 3$, $x = 0$. מח. $x = 3$, $x = 0$.
 מט. $x = 3$, $x = 0$. נ. $x = 3$, $x = 0$.
 ס. $x = 3$, $x = 0$. סא. $x = 3$, $x = 0$. סב. $x = 3$, $x = 0$.
 סג. $x = 3$, $x = 0$. סד. $x = 3$, $x = 0$. סה. $x = 3$, $x = 0$.
 סו. $x = 3$, $x = 0$. סז. $x = 3$, $x = 0$. סח. $x = 3$, $x = 0$.
 סט. $x = 3$, $x = 0$. ע. $x = 3$, $x = 0$.
 פ. $x = 3$, $x = 0$. פא. $x = 3$, $x = 0$. פב. $x = 3$, $x = 0$.
 פג. $x = 3$, $x = 0$. פד. $x = 3$, $x = 0$. פה. $x = 3$, $x = 0$.
 פו. $x = 3$, $x = 0$. פז. $x = 3$, $x = 0$. פח. $x = 3$, $x = 0$.
 פט. $x = 3$, $x = 0$. צ. $x = 3$, $x = 0$.
 צא. $x = 3$, $x = 0$. צב. $x = 3$, $x = 0$. צג. $x = 3$, $x = 0$.
 צד. $x = 3$, $x = 0$. צה. $x = 3$, $x = 0$.
 כ. $x = 3$, $x = 0$. כא. $x = 3$, $x = 0$. כב. $x = 3$, $x = 0$.
 כג. $x = 3$, $x = 0$. כד. $x = 3$, $x = 0$. כה. $x = 3$, $x = 0$.
 כו. $x = 3$, $x = 0$. כז. $x = 3$, $x = 0$. כח. $x = 3$, $x = 0$.
 כט. $x = 3$, $x = 0$. ל. $x = 3$, $x = 0$.
 לא. $x = 3$, $x = 0$. לב. $x = 3$, $x = 0$.
 לג. $x = 3$, $x = 0$. לד. $x = 3$, $x = 0$. לה. $x = 3$, $x = 0$.
 לו. $x = 3$, $x = 0$. לז. $x = 3$, $x = 0$. לח. $x = 3$, $x = 0$.
 לט. $x = 3$, $x = 0$. מ. $x = 3$, $x = 0$.
 מא. $x = 3$, $x = 0$. מב. $x = 3$, $x = 0$.
 מג. $x = 3$, $x = 0$. מד. $x = 3$, $x = 0$. מה. $x = 3$, $x = 0$.
 מו. $x = 3$, $x = 0$. מז. $x = 3$, $x = 0$. מח. $x = 3$, $x = 0$.
 מט. $x = 3$, $x = 0$. נ. $x = 3$, $x = 0$.
 ס. $x = 3$, $x = 0$. סא. $x = 3$, $x = 0$. סב. $x = 3$, $x = 0$.
 סג. $x = 3$, $x = 0$. סד. $x = 3$, $x = 0$. סה. $x = 3$, $x = 0$.
 סו. $x = 3$, $x = 0$. סז. $x = 3$, $x = 0$. סח. $x = 3$, $x = 0$.
 סט. $x = 3$, $x = 0$. ע. $x = 3$, $x = 0$.
 פ. $x = 3$, $x = 0$. פא. $x = 3$, $x = 0$. פב. $x = 3$, $x = 0$.
 פג. $x = 3$, $x = 0$. פד. $x = 3$, $x = 0$. פה. $x = 3$, $x = 0$.
 פו. $x = 3$, $x = 0$. פז. $x = 3$, $x = 0$. פח. $x = 3$, $x = 0$.
 פט. $x = 3$, $x = 0$. צ. $x = 3$, $x = 0$.
 צא. $x = 3$, $x = 0$. צב. $x = 3$, $x = 0$. צג. $x = 3$, $x = 0$.
 צד. $x = 3$, $x = 0$. צה. $x = 3$, $x = 0$.
 כ. $x = 3$, $x = 0$. כא. $x = 3$, $x = 0$. כב. $x = 3$, $x = 0$.
 כג. $x = 3$, $x = 0$. כד. $x = 3$, $x = 0$. כה. $x = 3$, $x = 0$.
 כו. $x = 3$, $x = 0$. כז. $x = 3$, $x = 0$. כח. $x = 3$, $x = 0$.
 כט. $x = 3$, $x = 0$. ל. $x = 3$, $x = 0$.
 לא. $x = 3$, $x = 0$. לב. $x = 3$, $x = 0$.
 לג. $x = 3$, $x = 0$. לד. $x = 3$, $x = 0$. לה. $x = 3$, $x = 0$.
 לו. $x = 3$, $x = 0$. לז. $x = 3$, $x = 0$. לח. $x = 3$, $x = 0$.
 לט. $x = 3$, $x = 0$. מ. $x = 3$, $x = 0$.
 מא. $x = 3$, $x = 0$. מב. $x = 3$, $x = 0$.
 מג. $x = 3$, $x = 0$. מד.



3) בציר ממואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{3x^2 - 8x + 4}{x^2}$

- ג. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
- ה. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ו. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
- ז. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאוכנת לצד.
- ח. מצא את התחום שבו הפונקציה שלילית.
- ט. שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ יש בדיוק נקודת פיתול אחת הראה שאין תחום שבו הפונקציה $f'(x)$ שלילית וגם בתחום $g(x) = f(x)$ היא פונקציה המקיימת
- (1) מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה
- (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה
- (3) ידוע שהפונקציה $g(x)$ חותכת את ציר ה- x בנקודה $x = 4.071$ ונקודות הקיצון שלה נמצאות כללית את הגרף של $g(x)$.
- בצור מתואר גרף הפונקציה
- $$f(x) = \frac{-4}{x^2 + 2x - 3}$$
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
- (חמשד' התרגיל בעמ' הבא)

$$.h(x) = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$$

★ 1. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f'(x)$.

- ★ ח. שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$, את הגרף של הפונקציה $f'(x)$.
 ★ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ אין נקודות פיתול.
 ★ ט. $g'(x) = f(x)$ היא פונקציה המקיימת $g'(x) = f(x)$ בתחום $x > 1$.

★ ט. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g'(x) = f(x)$

(1) הסבר מדוע לפונקציה $g(x)$ אין נקודות קיצון.

(2) מוצא את תחומי העלייה והירידה (אם יש כאלה) של הפונקציה $f(x)$.

(3) ישר ששיפועו $-\frac{1}{3}$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$. מצא את שיעור ה- x של נקודת

ההשקפה.

- 12) א. מצא את הנקודה על גרף הפונקציה $y = 3\sqrt{x^2+5}$ שהמשיק בה מקביל לישור $y = 2x$.
 ב. מצא את משוואת המשיק הנ"ל.

נתון : משיק יוצר זווית 45° עם כיוון החיובי של ציר ה-x
שיפוע המשיק שווה 1
נתון : משיק יוצר זווית 135° עם כיוון החיובי של ציר ה-x
שיפוע המשיק שווה (-1)

- 15) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y = \sqrt{x} + ax$ בנקודה $x = 1$ הוא $-\frac{1}{2}$.
 א. מצא את a. ב. מצא את משוואת המשיק.

בעמוד זה – תר זוגיים

- 16) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = ax - a\sqrt{x}$ בנקודה $x = 4$ הוא $-\frac{3}{4}$.
 א. מצא את a.
 ב. מצא את הנקודה על גרף הפונקציה שהמשיק בה יוצר זווית של 135° עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.
 ג. האם יש נקודה על גרף הפונקציה שהמשיק בה יוצר זווית של 45° עם הכיוון החיובי של ציר ה-x? נמק.
 ד. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g'(x) = f(x)$. ישר ששיפועו 6 משיק לגרף הפונקציה $g(x)$. מצא את שיעור ה-x של נקודת ההשקה.



- 17) ישר ששיפועו -2 משיק לגרף הפונקציה $y = 8\sqrt{-x} + a$ בנקודה ששיעור ה-y שלה הוא 6.
 א. מצא את a.
 ב. מצא את משוואת המשיק.
 18) הישר $y = \frac{1}{4}x + 2$ משיק לגרף הפונקציה $y = \sqrt{2x} + a$. מצא את נקודת ההשקה ואת a.

- 23) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y = \sqrt{ax^2+b}$ בנקודה $(2, 3)$ הוא $-\frac{2}{3}$.
 מצא את הפונקציה.

- 24) לגרף הפונקציה $y = \sqrt{ax+b}$ ($a > 0, b > 0$) העבירו משיק בנקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-y. המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה שבה $x = -6$.
 מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.

- 32) משוואת המשיק לגרף הפונקציה $y = \sqrt{ax} + b$ בנקודה שבה $x = 4$ היא $y = \frac{3}{4}x + 3$.
 א. מצא את a ו-b.

- 33) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y = \sqrt{ax}$ בנקודה $x = 3$ הוא $-\frac{1}{2}$.
 א. מצא את a.
 ב. מצא את משוואת הישר המאונך למשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$.

- 34) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{1}{\sqrt{x+a}}$ בנקודה $x = -5$ הוא $-\frac{1}{2}$.
 א. מצא את a.
 ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה שעובר דרך ראשית הצירים.

- 35) הישר $y = x - 6a$ חותך את הפונקציה $y = \sqrt{ax}$ ($a > 0$) בנקודה A.
 מצא את a אם המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A עובר בנקודה $(-12, 1)$.

- 12) א. $(2, 9)$. ב. $2x + 5$. ג. -1 . ד. $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.
 15) א. -1 . ב. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$. ג. $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$.
 16) א. $(16, 1)$. ב. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$. ג. $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$.
 17) א. $(17, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 19) א. $(19, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 20) א. $(20, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 21) א. $(21, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 22) א. $(22, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 23) א. $(23, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 24) א. $(24, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 25) א. $(25, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 26) א. $(26, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 27) א. $(27, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 28) א. $(28, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 29) א. $(29, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 30) א. $(30, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 31) א. $(31, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 32) א. $(32, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 33) א. $(33, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 34) א. $(34, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.
 35) א. $(35, 9)$. ב. $y = -2x - 2$. ג. $y = -2x - 2$.

תרגילים

(אסימפטוטות המאונכות לצירים – פונקציות עם שורשים)

אסימפטוטות המאונכות לצירים – ללא פרמטרים (פונקציות עם שורשים)

מצא לגבי הפונקציות הבאות:

(א) את תחום ההגדרה. (ב) את האסימפטוטות המאונכות לצירים.

$$(1) \quad y = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-6} \quad (2) \quad y = \frac{3x}{x-2\sqrt{x}} \quad (3) \quad y = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^2}$$

$$(4) \quad y = \sqrt{\frac{9x}{x+6}} \quad (5) \quad y = \sqrt{\frac{x}{x^2-4}} \quad (6) \quad y = \frac{\sqrt{x^2+3}}{2x}$$

$$(7) \quad y = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \quad (8) \quad y = \frac{4x+2}{\sqrt{x^2-1}} \quad (9) \quad y = \frac{2x-6}{\sqrt{x^2-9}}$$

(10) מצא את נקודת הקיצון ואת האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה

$$y = \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$$

בעמוד זה – תרגילים

אסימפטוטות המאונכות לצירים – עם פרמטרים (פונקציות עם שורשים)

$$(11) \quad \text{לפונקציה } y = \frac{\sqrt{x^2-a}}{x^2} \quad \text{יש נקודת קיצון פנימית ב-} x = 2.$$

א. מצא את a.

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

ג. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה.

$$(12) \quad \text{לפונקציה } y = \frac{x^2}{(\sqrt{x}-a)^2} \quad \text{יש נקודת קיצון ב-} x = 16.$$

א. מצא את a ואת נקודת הקיצון.

ב. האם לפונקציה יש נקודת קיצון נוספת?

ג. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה.

אסימפטוטות המאונכות לצירים – פונקציות עם שורשים

בסעיף זה נרדן בפונקציות עם שורש ריבועי שיש להן אסימפטוטות המאונכות לצירים.

דוגמא:

$$f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x^2-4}} \quad \text{לפונקציה}$$

פתרון:

אסימפטוטות אנכיות – אם נשווה את המכנה לאפס נקבל את הפתרונות $x_1 = 2$, $x_2 = -2$. פתרונות אלה לא מאפסים את המונה ולכן האסימפטוטות האנכיות הן: $x = 2$, $x = -2$.

אסימפטוטות אופקיות – להבדיל מהמצב בפונקציות רציונאליות שבהן היתרה אסימפטוטות אופקיות אחת, כאן ייתכן שיש שתי אסימפטוטות אופקיות כפי שנראה מיד. נשים לב

שתחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x > 2$ או $x < -2$. נוסף לכך, עבור $x > 2$ נחלק

ערכי הפונקציה הם חיוביים ואילו עבור $x < -2$ ערכי הפונקציה הם שליליים. נחלק את המונה והמכנה בחוקה הגבוהה ביותר, שהיא x, עבור $x > 2$ נקבל:

$$f(x) = \frac{\frac{3x}{x}}{\frac{\sqrt{x^2-4}}{x}} = \frac{3}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}-\frac{4}{x^2}}} = \frac{3}{\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$$

קל לראות שאם $x \rightarrow +\infty$ או ערך הפונקציה שואף ל-3.

נעבור להישוב עבור $x < -2$. הפעם x הוא מספר שלילי ולכן כאשר מכניסים את x לתוך השורש הסימן לפני השורש הופך לשלילי. נקבל:

$$f(x) = \frac{\frac{3x}{x}}{\frac{\sqrt{x^2-4}}{x}} = \frac{3}{-\sqrt{\frac{x^2}{x^2}-\frac{4}{x^2}}} = -\frac{3}{\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}$$

הפעם אם $x \rightarrow -\infty$ או ערך הפונקציה שואף ל-3-.

לסיכום: לפונקציה $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x^2-4}}$ יש ארבע אסימפטוטות המאונכות לצירים והן:

שתי אסימפטוטות אנכיות – $x = 2$, $x = -2$.

שתי אסימפטוטות אופקיות – עבור $x > 2$ האסימפטוטה היא $y = 3$ ועבור $x < -2$ האסימפטוטה היא $y = -3$.

עבור כל אחת מהפונקציות הבאות מצא איסימפטוטות מקבילות לצירים :

22. $y = \sqrt{9x-1}$ 21. $y = \frac{2x+3}{(\sqrt{x}-1)^2}$ 20. $y = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{3x}+8}$

25. $y = \frac{3x-15}{\sqrt{25-x^2}}$ 24. $y = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x+2}$ 23. $y = 2 + \frac{3x}{x\sqrt{x}-1}$

24. הישר $x=3$ הוא איסימפטוטה של הפונקציה $y = 3 - \frac{\sqrt{x^2+25}}{bx-6}$

- א. מצא את הערך של b .
ב. מצא את האיסימפטוטות האחרות של הפונקציה.

25. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-2x-a}}$

גוף הפונקציה חותך את האיסימפטוטה האופקית שלו, הנמצאת מתחת לציר ה- x , בנקודה שבה $x = -12$.

- א. מצא את הערך של a .
ב. האם גוף הפונקציה חותך גם את האיסימפטוטה האופקית, הנמצאת מעל ציר ה- x ? נמק.

26. נתונה הפונקציה $f(x) = a + \frac{3x}{\sqrt{x^2+25}}$

אחת האיסימפטוטות של הפונקציה היא הישר $y=2$.
א. מצא את הערך של a (רשום את שתי האפשרויות).

ב. עבור כל אחד מערכי a שמצאת בסעיף א' מצא את האיסימפטוטה האופקית הנוספת של הפונקציה.

1. אין. 18. $y=4$, $y=2$ 19. $y=4$, $y=8$ 20. $y=\frac{1}{\sqrt{3}}$ 21. $x=1$, $x=2$

2. $x=2$, $x=3$ 23. $y=1$, $x=1$ 24. $y=2$, $x=-2$ 25. $y=-1$, $x=-5$

2. א. 2. ב. $y=2\frac{1}{2}$, $y=3\frac{1}{2}$ 27. $y=2.24$ ב. לא. 28. א. 5 או -1. ב. $y=8$

13. אחת מהאיסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $y = 2 + \frac{4x}{\sqrt{x^2+a}}$ חותכת את

הישר $y = -3x+5$ בנקודה ששטור ה- y שלה הוא -4.

- א. מצא את a .
ב. מצא את שאר האיסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה.

היעור $a > 0$) במידת הצורך ומצא את האיסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציות הבאות:

14. $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-a}$ 15. $y = \frac{\sqrt{x+a}}{x}$ 16. $y = \frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}}$

17. $y = \frac{x-a}{\sqrt{x^2-a^2}}$ 18. $y = \frac{2x}{\sqrt{x^2-2ax}} + 1$ 19. $y = \frac{x^2+x}{\sqrt{x^3+ax^2}}$

תשובות (איסימפטוטות המאונכות לצירים — פונקציות עם שורשים):

1. א. $x > 6$ ב. $x=6$, $x=2$ 2. א. $x > 0$, $x \neq 4$ ב. $x=4$, $y=3$

3. א. $-4 \leq x \leq 4$, $x \neq 0$ ב. $x=0$ א. $x \geq 0$ או $x < -6$ ב. $x=-6$, $y=3$

5. א. $x > 2$ או $x \leq 0$, $-2 < x \leq 0$ ב. $x=2$, $x=-2$, $y=0$ א. $x \neq 0$ ב. $x=0$

7. $y = -\frac{1}{2}$ א. $2 < x < -2$ ב. $x=2$, $x=-2$ א. $x < -1$ או $x > 1$

9. $y=4$, $x=-1$, $x=1$ א. $x < -3$ או $x > 3$ ב. $x=-3$, $x=2$

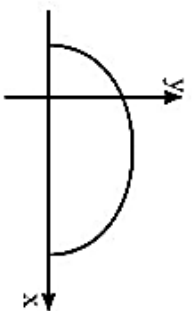
10. $y=-2$ (1,1) מניימום; $x=0$, $x=2$ א. 2. ב. $(-\frac{\sqrt{2}}{4}, -2)$ מקסימום,

$(-\sqrt{2}, 0)$ מניימום, $(\sqrt{2}, 0)$ מניימום, $(2, \frac{\sqrt{2}}{4})$ מקסימום. ג. $y=0$ א. 2, a

16, 64) מניימום. ב. $(0, 0)$ מניימום. ג. $x=4$ א. 4. ב. $x=-3$, עבור $x > 3$:

6. $y=6$ עבור $x < -3$: $y=-2$ א. a , $x=a$ 14. $y=1$, $x=a$ 15. $y=0$, $x=0$ 16. $x=a$

17. $x=-a$ עבור $x=1$, $y=1$ א. $-a$ 18. $y=-1$, $x=2a$ 19. $y=-1$, $x=-a$



3) בציר מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ה. מצא לאילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה:

(1) בנקודה אחת.

(2) בשתי נקודות.

(3) באף נקודה.

1. נתונה פונקציה $g(x)$ המקיימת $\frac{1}{f(x)} = g(x)$ מצא עפ"י התשובה של סעיף ד' את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $g(x)$. נמק.

2. מצא עפ"י התשובה של סעיף ב' את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

3. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

4) בציר מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{x}{2 - \sqrt{x}}$

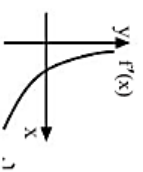
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה.
- ה. מצא את התחום שבו שיפועי המשיקים לגרף הפונקציה הם חיוביים והפונקציה היא שלילית.

1. מצא לאילו ערכי x מתקיים אי השוויון $-\frac{x}{2 - \sqrt{x}} \leq -8$.

2. שרטט את הגרף של הפונקציה $|f(x)|$ עפ"י הגרף של הפונקציה $f(x)$.

3. הפונקציה $g(x) = (f(x))^2$ מקיימת $g'(x) = 0$.

תשובות (חקירת פונקציה – פונקציות עם שורשים):



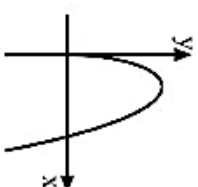
1. א. $x \geq 0$. ב. $(0, 0)$ מקסימום, $(4, 12)$ מקסימום, יורדת: $0 < x < 4$. ג. עולה: $0 < x < 4$. ד. $x > 4$.
2. א. $x \geq 0$. ב. $(4, -4)$ מינימום, $(0, 0)$ מקסימום. ג. עולה: $x > 4$. ד. $0 < x < 9$. ה. חיוברת: $x > 9$. ו. $k = -4$ או $k > 0$.
3. א. $x > 4$. ב. $(0, 0)$ מקסימום, $(4, -12)$ מינימום. ג. $x > 4$. ד. $x > 9$. ה. עולה: $x > 9$.

חקירת פונקציה עם גרף נתון – פונקציות עם שורשים

הערה: ראה גם תרגילים 15 – 1 החל מעמ' 155.

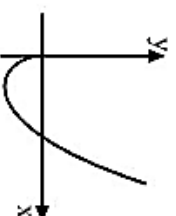
1) בציר מתואר גרף הפונקציה $f(x) = 8\sqrt{x} - \frac{x^2}{4}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ה. נתונה פונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = -f(x)$ היעור בתשובתך לסעיף ב' ומצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
- ו. היעור בגרף של הפונקציה $f(x)$ ושרטט גרף של הפונקציה $f'(x)$ אם ידוע שלפונקציה $f(x)$ אני והדרה ימחל



2) בציר מתואר גרף הפונקציה $f(x) = x\sqrt{x} - 3x$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ה. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
- ו. מצא לאילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה:
- 1) בנקודה אחת. 2) בשתי נקודות. 3) באף נקודה. 4) במשך התרגיל פעמי המא



1. מצא את התחום בו פונקציה $f(x)$ היא שלילית אבל הנגזרת שלה $f'(x)$ היא חיובית.

2. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת: $g'(x) = f(x)$. מצא את שיעור $g(x)$ של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה.

3. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ ו- $f(x)$ אותו תחום המדרת.

4. מעבירים משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה על הגרף שבה $x = 4$. מצא את שיפוע המשיק.

20) לפונקציה $y = \sqrt{-x^3 + 2x^2 + 4x}$ יש נקודת קיצון פנימית בנקודה $x = 3$.

- מצא את a .
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

22) נתון שברביע הראשון הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + b}{\sqrt{x^2 - 1}}$ שולה בתחום $x > \sqrt{2}$ ויורדת בתחום $1 < x < \sqrt{2}$.

- מצא את הפונקציה.
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $f'(x)$ עם ציר ה- x .

23) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{bx^2-2x}}$ אסימפטוטה אופקית של הפונקציה הותכת

- מצא את a ו- b .
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מחן האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה?
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא את התחום שבו $f(x)$ שלילית וגם $f'(x)$ שלילית.

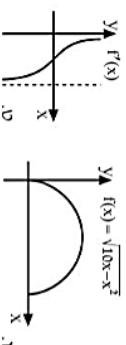
הקיות פונקציה עם מציאת פרמטרים – פונקציות עם שורשים

17) לפונקציה $f(x) = \sqrt{bx - x^2}$ יש נקודת קיצון פנימית בנקודה $x = 5$.

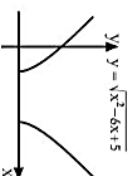
- מצא את b .
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא לאילו ערכי a הישר $y = a$ חותך את הפונקציה:
- באף נקודה. (2) בנקודה אחת. (3) בשתי נקודות.
- מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f'(x)$.

18) לפונקציה $y = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ יש נקודת קיצון בקצה תחום ההגדרה בנקודה $x = 5$.

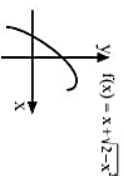
- מצא את a ואת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



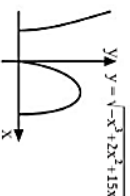
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא את a ואת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



- מצא את a ואת x ו- y .
- מצא את a ואת x ו- y .
- מצא את a ואת x ו- y .



- מצא את a ואת x ו- y .
- מצא את a ואת x ו- y .
- מצא את a ואת x ו- y .



- מצא את a ואת x ו- y .
- מצא את a ואת x ו- y .
- מצא את a ואת x ו- y .

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4x}{b\sqrt{x}-3}$ שפועל המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x = 1$ הוא -2.5 .

- מצא את שני הערכים האפשריים של b .
- הצב ב- $f(x)$ את הערך הקטן משני הערכים של b ומצא:
 - תחום הגדרה.
 - נקודות חיתוך עם הצירים.
 - תחומי עלייה וירידה.
 - נקודות קיצון.
 - אסימפטוטה אנכית לציר ה- x .
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- היא פונקציה המקיימת: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ מצא את תחום ההגדרה ואת נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax}{2\sqrt{x}-x}$ ישר שיפועו 1 משיק לגרף הפונקציה בנקודה $X=9$ (8)

- מצא את a ורשום את הפונקציה.
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- הראה שהפונקציה עולה בכל נקודה בתחום הגדרתה.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- הראה שהפונקציה לא חותכת את האסימפטוטה שלה המקבילה לציר ה- x .
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x-a}}{bx^2}$ לפונקציה יש קיצון בנקודה $(8, \frac{\sqrt{2}}{8})$ (9)

- מצא את a ו- b .
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- האם יש לפונקציה נקודות קיצון נוספות?
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f'(x)$.
- היעזר בגרף של הפונקציה $f(x)$ ושרטט את הגרף של הפונקציה $f'(x)$ אם נתון.

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{5x+4}{x+\sqrt{x}}$ מצא את: (4)

- תחום ההגדרה.
- האסימפטוטות המאונכות לצירים.
- נקודות הקיצון.
- תחומי העלייה והירידה.
- שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה עם האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x .
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא את תחומי החיבוריות והשליליות של הפונקציה $f'(x)$.

הקירות פונקציות עם שורשים – מציאת פרמטרים (חזרה)

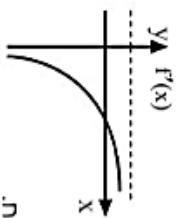
נתונה הפונקציה $f(x) = x - a\sqrt{x} + b$ לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה $(4, -1)$ (5)

- מצא את a ו- b .
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- הוכח את אי השוויון $x - 4\sqrt{x} + 4 \geq 0$ לכל $x \geq 0$ בשתי דרכים:
 - בהסתמך על חקירת הפונקציה הנ"ל.
 - מבלי להסתמך על חקירת הפונקציה הנ"ל.
- מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f'(x)$.
- שרטט עי"י הגרף של הפונקציה $f(x)$ את הגרף של הפונקציה $f'(x)$ אם ידוע שלפונקצ $f(x)$ אין נקודות פיתול.

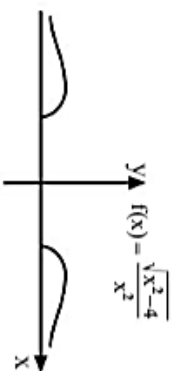
לפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-a}}{x^2}$ יש נקודת קיצון פנימית ב- $\sqrt{8}-2$ $x =$ (6)

- מצא את a .
- מצא את נקודות החיתוך עם הצירים.
- מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- היא פונקציה המקיימת: $g(x) = bf(x) + c$ $g(x) = 0$ $b >$ המקסימום המוחלט של $g(x)$ הוא -2 והמינימום המוחלט שלה הוא -3 מצא את b ו- c .

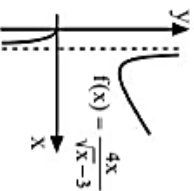




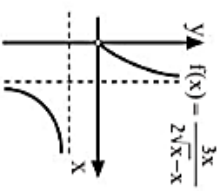
5. א. $x \geq 0$. ב. $a = 4$. ג. $b = 3$. ד. $(0, 3)$, $(1, 0)$, $(9, 0)$.
 ט. עולה: $x > 4$; יורדת:
 י. $0 < x < 4$, $x = 0$, $y = 1$.



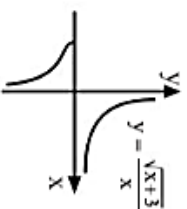
6. א. $a = 4$. ב. $x \geq 2$ או $x \leq -2$. ג. $(2, 0)$, $(-2, 0)$. ד. $(\sqrt{8}, \frac{1}{4})$.
 ז. מקסימום, $(-\sqrt{8}, \frac{1}{4})$, $(2, 0)$ מניימום.
 ח. $y = 0$. י. $b = 4$, $c = -3$.



7. א. $b = 1$ או $b = 4.2$. ב. $x \neq 9$, $x \geq 0$. ג. $(0, 0)$.
 8. עולה: $x > 36$; יורדת: $9 < x < 36$.
 א. $0 < x < 9$, $(36, 48)$ מניימום, $(0, 0)$ מקסימום.
 ט. $x \neq 9$, $x = 9$. י. $x > 0$, $x < 9$.



8. א. $a = 3$. ב. $x \neq 4$, $x > 0$. ג. $y = -3$.
 ד. $x = 4$, $x = -3$. ט. שלילית.



10. א. $a = 3$. ב. $c = 1$. ג. $x \geq -3$, $x \neq 0$.
 ד. $x > 4$, $x < -3$ מקסימום. ט. $x = 0$, $y = 0$.

10. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $y = \frac{\sqrt{x+a}}{cx}$ בנקודה $(-2, -\frac{1}{2})$ שעל גרף הפונקציה

הוא $-\frac{1}{2}$.

א. מצא את a ו-c.

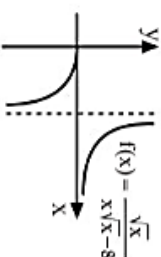
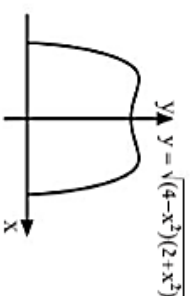
ב. מצא את תחום ההגדרה.

ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה והראה שזוהי יורדת בכל נקודה פנימית בתחום הגדרתה.

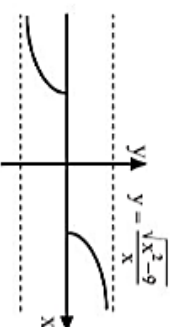
ד. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
 ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

תשובות (תרגילים לחזרה – חקירת פונקציות עם שורשים):

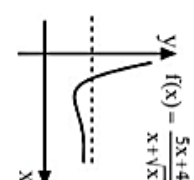
1. א. $-2 \leq x \leq 2$. ב. $(-2, 0)$, $(0, \sqrt{8})$, $(2, 0)$. ג. $(-2, 0)$ מניימום, $(1, 3)$ מקסימום, $(0, \sqrt{8})$ מניימום.
 עולה: $-1 < x < -2$ או $0 < x < 1$, $x = 0$ יורדת: $-1 < x < 0$.
 א. $1 < x < 2$. י. $k > 3$ או $k < 0$. ז. $k > 3$ או $k < 0$. ח. $0 \leq k < \sqrt{8}$. ט. $0 < x < 4$, $x \neq 4$.



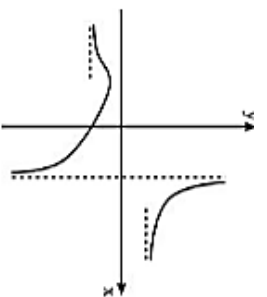
2. א. $x \geq 0$, $x \neq 4$. ב. $(0, 0)$. ג. $x = 4$, $y = 0$. ד. $x = 0$.
 ז. $x > 0$ יורדת. ח. $x > 0$ יורדת. ט. $x < 4$, $x \neq 4$.



3. א. $x \geq 3$ או $x \leq -3$. ב. עבור $x \geq 3$: $y = 1$.
 עבור $x \leq -3$: $y = -1$. ג. $(3, 0)$ מניימום, $(-3, 0)$ מקסימום.
 ד. עולה: $x > 3$. ט. $x < -3$, $x = -\frac{1}{2}$.



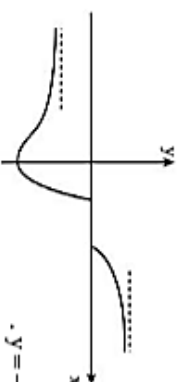
4. א. $x > 0$, $x = 0$. ב. $x = 5$. ג. $(4, 4)$ מניימום. ד. עולה: $x > 4$, $x < 4$ יורדת: $0 < x < 4$.
 ה. $(\frac{16}{25}, 5)$. י. חזיבית: $x > 4$. ט. שלילית: $0 < x < 4$.



24. א. $x \neq 2$. ב. $(-2.5; -\frac{\sqrt{5}}{2})$. מקסימום.

ג. עלייה: $x < -2.5$; ירידה: $x > 2$.
או $-2.5 < x < 2$.
ד. $(0; -\frac{\sqrt{5}}{2})$.

ה. $y = -1$, $x = 1$, $x = 2$.

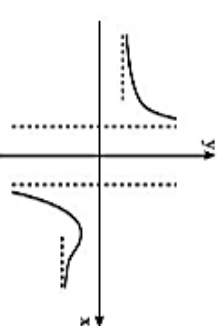


25. א. $x \geq 3$ או $x \leq 1$. ב. $(3; 0)$. מינימום, $(1; 0)$ מקסימום.

ג. $(0; -\frac{\sqrt{3}}{3})$ מינימום.

ד. עלייה: $x > 3$ או $0 < x < 1$; ירידה: $x < 0$.

ה. $y = -\frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2}$. ה. $(3; 0)$, $(1; 0)$, $(0; -\frac{\sqrt{3}}{3})$.



26. א. $x < -5$ או $x > 5$.

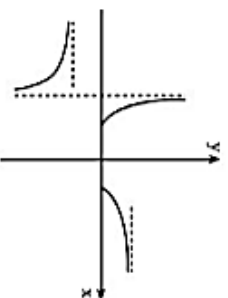
ב. $(25; -2\sqrt{6})$ מקסימום.

ג. עלייה: $5 < x < 25$ או $x < -5$;

ירידה: $x > 25$.

ד. אין.

ה. $y = -1$, $y = 1$, $x = -5$, $x = 5$.



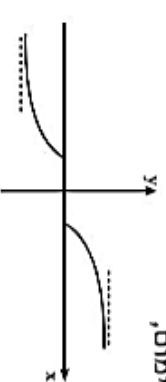
27. א. $x \geq \frac{1}{3}$ או $x \leq -\frac{1}{3}$.

ב. $(\frac{1}{3}; 0)$ מינימום, $(-\frac{1}{3}; 0)$ מקסימום.

ג. עלייה: $x > \frac{1}{3}$; ירידה: $-2 < x < -\frac{1}{3}$.

ד. $x < -2$ או

ה. $(-\frac{1}{3}; 0)$, $(\frac{1}{3}; 0)$. $y = -3$, $y = 3$, $x = -2$.



28. א. $x \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ או $x \leq -\frac{1}{\sqrt{2}}$. ב. $(\frac{1}{\sqrt{2}}; 0)$ מינימום,

מקסימום. $(-\frac{1}{\sqrt{2}}; 0)$

ג. עלייה: $x > \frac{1}{\sqrt{2}}$ או $x < -\frac{1}{\sqrt{2}}$;

ירידה: אין. ד. $(\frac{1}{\sqrt{2}}; 0)$, $(-\frac{1}{\sqrt{2}}; 0)$. ה. $y = \sqrt{2}$, $y = -\sqrt{2}$.

תרגילים 26-31 חשובים במיוחד.

חקור את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון (כולל הנקודות שבקצה תחום ההגדרה).
ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים. ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

24. $y = \frac{\sqrt{x^2+5}}{x-2}$ 25. $y = \frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{2x-3}$ 26. $y = \frac{1-x}{\sqrt{x^2-25}}$

27. $y = \frac{\sqrt{9x^2-1}}{x+2}$ 28. $y = \frac{\sqrt{2x^2-1}}{x}$ 29. $y = 2 + \frac{\sqrt{x^2-9}}{x-4}$

30. נתונה הפונקציה $y = \frac{5x}{x-4\sqrt{x}}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
הסבר מדוע יש רק אסימפטוטה אחת המקבילה לציר ה- y .
ג. הוכח כי הפונקציה יורדת בכל תחום המדרתה.
ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

חקור את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון (כולל הנקודות שבקצה תחום ההגדרה).
ג. תחומי עלייה וירידה. ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים. ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

31. $y = \frac{x-3}{\sqrt{2x-6}}$ 32. $y = \frac{10-2x}{\sqrt{x^2-25}}$ 33. $y = \frac{\sqrt{x^2-x-2}}{x-2}$

אנליזה - חקירת פונקציה -תרגילים רבי סעיפים.

(א) נתונה פונקציה $f(x) = b - \frac{2-x^2}{1+ax^2}$.

שתיים מהאסימפטוטות של הפונקציה נחתכות בנקודה (1,2).

1. הראה כי $a = -1, b = 3$

2. הציב את ערכי הפרמטרים בפונקציה וחקרו לפי השלבים הבאים:

- תחום הגדרה, אסימפטוטות אנכיות ואופקיות.
- נקודות חיתוך עם הצירים
- נקודות קיצון, תחומי עליה וירידה

3. שרטט סקיצה של $f(x)$.

4. מהם תחומי חיוביות ושליליות של הפונקציה?

5. כמה פתרונות למשוואה $f(x) = 3$?

6. (1) מצא לאילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ שלילית והנגזרת $f'(x)$ חיובית?

(2) מצא לאילו ערכי x מתקיים: $f'(x) \cdot f(x) > 0$

7. נתונה פונקציה חדשה $m(x) = f(x - 3)$.

(1) מהן נקודות חיתוך של הפונקציה $m(x)$ עם ציר ה- x

(2) מהן שיעורי נק' הקיצון של הפונקציה $m(x)$

(3) מצא אסימפטוטות מקבילות לצירים של הפונקציה $m(x)$.

8. נתונה פונקציה חדשה $n(x) = f(x) - 3$.

(1) האם לפונקציה $n(x)$ יש נקודות חיתוך עם ציר ה- x ?

(2) מהן שיעורי נק' הקיצון של הפונקציה $n(x)$?

(3) מצא אסימפטוטות מקבילות לצירים של הפונקציה $n(x)$.

9. נתונה פונקציה חדשה $k(x) = 4 \cdot f(x) + c$.

(1) אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $k(x)$ היא ישר $Y=10$. מצא את הערך של C .

(2) נתונה פונקציה חדשה $r(x) = -\frac{1}{2} \cdot f(x) + 7$.

מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $r(x)$.

(3) נתונה פונקציה חדשה $t(x) = 2 \cdot f(x) + d$. ידוע כי נקודת קיצון של הפונקציה זו

היא (0,4) . מצא את הערך של d .

(4) נתונה פונקציה חדשה $l(x) = q \cdot f(x) + 8$. ידוע כי נקודת קיצון של הפונקציה זו

היא (0,-3) . מצא את הערך של q .



10. נתונה פונקציה נתונה $e(x) = -f(x-1)$. שרטט סקיצה של הפונקציה $e(x)$.

★ 11. נתונה פונקציה $p(x) = [f(x)]^2$. מהי אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $p(x)$?

★ 12. הגדירו פונקציה חדשה $s(x) = |f(x)|$.

- (1) שרטט סקיצה של פונקציה הנ"ל
- (2) מצא את נקודות הקיצון של $s(x)$ וקבע את סוגן.

★ 13. (1) מהי אסימפטוטה אופקית של גרף הנגזרת של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?
(2) שרטט את גרף הנגזרת $f'(x)$.

★ 14. הפונקציה $f(x)$ היא הנגזרת של $g'(x)$, כלומר $g'(x) = f(x)$.

- (1) מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של פונקציה $g(x)$ וקבע את סוגן.
- (2) מצא את תחומי עליה וירידה של הפונקציה $g(x)$
- (3) מצא את הנקודות על גרף של $g(x)$ שבהן שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ הוא 3.
- (4) שרטט סקיצה של $g(x)$ בהינתן כי אסימפטוטה אופקית היא $y = 0$.

(ב) נתונה פונקציה: $f(x) = a + \frac{2x^2 - x - 62}{b - x^2}$.

אחד מנקודות הקיצון שלה בנקודה $(2, 0.25)$.

1. הראה כי $a = 2, b = 36$

2. הציב את ערכי הפרמטרים בפונקציה וחקרו לפי השלבים הבאים:

- תחום הגדרה, אסימפטוטות אנכיות ואופקיות.
- נקודות חיתוך עם הצירים
- נקודות קיצון, תחומי עליה וירידה

3. שרטט סקיצה של $f(x)$.

4. מהם תחומי חיוביות ושליליות של הפונקציה?

5. כמה פתרונות למשוואה $f(x) = -2$? למשוואה $f^2(x) = 1$?

6. נתון ישר: $y = k$. עבור אילו ערכי k הישר חותך את הפרבולה בנקודה אחת? שתי נקודות? אף נקודה?

7. (1) מצא לאילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ חיובית והנגזרת $f'(x)$ שלילית?

(2) מצא לאילו ערכי x מתקיים: $f'(x) \cdot f(x) > 0$

8. נתונה פונקציה חדשה $m(x) = f(x+4)$.

- (1) מהן נקודות חיתוך של הפונקציה $m(x)$ עם ציר ה- x
- (2) מהן שיעורי נק' הקיצון של הפונקציה $m(x)$
- (3) מצא אסימפטוטות מקבילות לצירים של הפונקציה $m(x)$.

9. נתונה פונקציה חדשה $n(x) = f(x) + 1$.

(1) האם לפונקציה $n(x)$ יש נקודות חיתוך עם ציר ה-X?

(2) מהן שיעורי נק' הקיצון של הפונקציה $n(x)$?

(3) מצא אסימפטוטות מקבילות לצירים של הפונקציה $n(x)$.

10. נתונה פונקציה חדשה $k(x) = 3 \cdot f(x) + c$.

(1) אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $k(x)$ היא ישר $Y=4$. מצא את הערך של C.

(2) מה צריך להיות ערך של c על מנת שגרף הפונקציה ישיק לציר ה-X?

11. נתונה פונקציה חדשה $r(x) = -2 \cdot f(x) - 1$.

מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $r(x)$.

12. נתונה פונקציה חדשה $t(x) = 8 \cdot f(x)$. מצא משוואת הישר העובר דרך נקודת

מינימום של $t(x)$ ודרך נק' החיתוך של גרף הפונקציה $t(x)$ עם ציר ה-X.

13. נתונה פונקציה חדשה $l(x) = q \cdot f(x) + 5$. ידוע כי נקודת קיצון של הפונקציה זו היא

(2,6). מצא את הערך של q.

14. נתונה פונקציה נתונה $e(x) = -f(x - 1)$. שרטט סקיצה של הפונקציה $e(x)$.

15. הגדירו פונקציה חדשה $s(x) = |f(x)|$. ★

(1) שרטט סקיצה של פונקציה הנ"ל

(2) מצא את נקודות הקיצון של $s(x)$ וקבע את סוגן.

16. הפונקציה $f(x)$ היא הנגזרת של $g'(x)$, כלומר $g'(x) = f(x)$. ★

(1) מצא את שיעורי ה-X של נקודות הקיצון של פונקציה $g(x)$ וקבע את סוגן.

(2) מצא את תחומי עליה וירידה של הפונקציה $g(x)$

(3) מצא שיעורי ה-X של הנקודות על גרף של $g(x)$ שבהן שיפוע המשיק לגרף ★

הפונקציה $g(x)$ הוא 3.

(4) שרטט סקיצה של $g(x)$. ★

17. (1) מהי אסימפטוטה אופקית של גרף הנגזרת של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?

(2) שרטט את גרף הנגזרת $f'(x)$.



3. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{ax+b}{\sqrt{x^2-9}}$

משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $X=5$ היא: $x + 16y = 21$

(א) הראה כי $a = 1, b = -1$

(ב) מצא את תחום הגדרה של הפונקציה

(ג) מצא את אסימפטוטות המקבילות לצירים

(ד) מצא נקודות קיצון ותחומי עליה, ירידה

(ה) מצא נקודות חיתוך עם הצירים (אם יש)

(ו) שרטט סקיצה.

(ז) מצא באיזה תחום מתקיים: $f(x) \cdot f'(x) > 0$

(ח) האם ערכה של הפונקציה יכול להיות (-0.5) ? נמק!

(ט) עבור אילו ערכים חיוביים של X משיקים לגרף הפונקציה עולים?

(י) מצא עבור אילו ערכי p , משיק לגרף הפונקציה $f(x-p)$ המקבילים לציר ה- X

עובר בנקודה בה $X=14$.

(יא) נגדיר פונקציה חדשה: $k(x) = \frac{3-3x}{\sqrt{x^2-9}}$. הפונקציה החדשה מקיימת: $k(x) = m \cdot f(x)$ • מהו ערך של m ?

• שרטט סקיצה של $k(x)$ וציין בה את נקודות הקיצון, אסימפטוטות וחיתוך עם הצירים.

(יב) הפונקציה $h(x) = f(x) - 5$ היא הנגזרת של $g(x)$, כלומר $g'(x) = h(x)$.
(4) סרטט סקיצה של $h(x)$

(5) ציין לגבי $h(x)$: מהן אסימפטוטות לצירים, מהי נק' הקיצון.

סמן ב- a את נק' החיתוך של $h(x)$ עם ציר ה- X , וענה:

(6) כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $g(x)$? נמק את תשובתך.

(7) מצא את תחומי עליה וירידה של הפונקציה $g(x)$ (לבטא עם a)

(8) קבע את הסוג של נקודות קיצון.

פרק ג' – גיאומטריה

תרגילי חזרה בגיאומטריה מתוך ספר 'גיאומטריה של המישור' בני גורן

		זוויות במעגל	
13,14,17,19,22,26,30,	167-172		
6,10,11,12,13,18,20	174-180		
25,28,29,33,38,	181-184		
8,11,12,19-23	191-200	משיק למעגל	
40-45	200-201		
27-30	213-214	מעגל חסום וחוסם	
37,38,40,43	216-217		
16,17,19	237	משפט פיתגורס ושטחים ★	
הכל	238		
4-7	246-247		
הכל פרט ל-17	250		
30-33	254		
20-22, 19*,	270-270	משפט טאלס ★	
הכל פרט ל-32,34	274-275		
38,39,40,42	277-278	משפט חוצה זווית	
48,49,51	280		
,6-10,16-21,26-29,34-36	283-285	דמיון משולשים -משפטי דמיון	
44,45,47,48,50	295-296	קטעים מיוחדים במשולשים דומים	
57,59,61,62	299-300	יחס בין שטחים של משולשים דומים	
5,6,7,10,11,12	301-304	דמיון במרובעים	
20-22,24-26,28,39-42,44,45,47	306-313	דמיון במעגל	
		תרגול עצמי מ-gool תר' 34-41	

משפטים בגיאומטריה

$\angle AOB = 2\angle ACB$		זווית מרכזית במעגל גדולה פי 2 מכל זווית היקפית הנשענת על אותה הקשת.
$\angle ACB = \angle ADB$		כל הזוויות הדיקפיות במעגל הנשענות על אותה קשת שוות זו לזו.
$\angle AOB = \angle COD$ $\Downarrow$ $AB = CD$		זוויות היקפיות שוות במעגל נשענות על מיתרים שווים.
$\angle ACB = \angle ADB$		כל הזוויות הדיקפיות במעגל הנשענות על אותו מיתר מאותו הצד שוות זו לזו.
$\angle ABC = 90^\circ$ $\Downarrow$ קוטר AC-קוטר המעגל		זווית היקפית בת 90° נשענת על הקוטר.
קוטר AC-קוטר המעגל $\Downarrow$ $\angle ABC = 90^\circ$		זווית היקפית הנשענת על הקוטר היא זווית ישרה.
$\alpha = \beta + \gamma$		זווית פנימית במעגל שווה לסכום שתי הזוויות הדיקפיות הנשענות על הקשתות הכלולות בין שוקי הזווית ובין המשפיות.
$\alpha = \gamma - \beta$		זווית חיצונית למעגל שווה להפדיש שבין שתי הזוויות הדיקפיות הנשענות על הקשתות הכלולות בין שוקי הזווית.

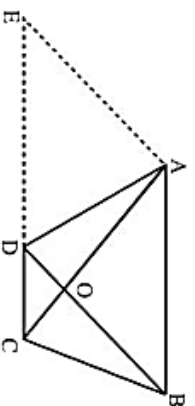
$AB = CD$ $\Downarrow$ $\angle AOB = \angle COD$		על מיתרים שווים במעגל נשענות זוויות מרכזיות שוות זו לזו.
$\angle AOB = \angle COD$ $\Downarrow$ $AB = CD$		במעגל זוויות מרכזיות שוות נשענות על מיתרים שווים.
$OM \perp AB$ $\Downarrow$ $AM = MB$		אנך ממרכז המעגל למיתר במעגל חוצה את המיתר.
$OM \perp AB$ $\Downarrow$ $\angle AOM = \angle BOM$		אנך ממרכז המעגל למיתר במעגל חוצה את הזווית המרכזית הנשענת על המיתר.
$OM \perp AB$ $\Downarrow$ $\widehat{AM} = \widehat{BM}$		אנך ממרכז המעגל למיתר במעגל חוצה את הקשת המתאימה למיתר.
$AB = CD$, $OE \perp AB$, $OF \perp CD$ $\Downarrow$ $OE = EF$		מיתרים שווים במעגל נמצאים במרחקים שווים ממוקד המעגל.
$OE = EF$, $OE \perp AB$, $OF \perp CD$ $\Downarrow$ $AB = CD$		מיתרים במעגל הנמצאים במרחקים שווים מהמרכז שווים זה לזה.

אם במרובע יש זוג זוויות נגדיות הן שסומן 180° אז ניתן להסום אותן במעגל.		$\angle BAD + \angle BCD =$ $= \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$ $\Downarrow$ ניתן להסום את מרובע ABCD במעגל O
במרובע חוסם מעגל סכום זוג אחד של צלעות נגדיות שווה לסכום הזוג השני.		ABCD – מרובע חוסם מעגל O $\Downarrow$ $AB+CD=AD+BC$
משפט פיתגורס: בכל משולש ישר זווית סכום שטחי הריבועים הבנויים על הניצבים שווה לשטח הריבוע הבנוי על היתר.		$\angle ABC = 90^\circ$ $\Downarrow$ $a^2 + b^2 = c^2$
אם במשולש שטחי שטחי הריבועים הבנויים על שתי צלעות המשותף שווה לשטח הריבוע הבנוי על הצלע השלישית אז הוא ישר זווית.		$a^2 + b^2 = c^2$ $\Downarrow$ $\angle ABC = 90^\circ$
משפט תלס: שני ישרים מקבילים החותכים שוקי זווית מקצים עליהן קטעים פרופורציוניים.		$BD \parallel CE$ $\Downarrow$ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
הרחבה ראשונה של משפט תלס: הנקודות D ו-E נמצאות בהתאמה על הצלעות AB ו-AC במשולש ABC. אם $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ אז $DE \parallel BC$		$BD \parallel CE$ $\Downarrow$ $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$
הרחבה שנייה של משפט תלס: הקטעים AE ו-BD נחתכים בנקודה C. אם $\frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD} = \frac{AB}{DE}$		$AB \parallel DE$ $\Downarrow$ $\frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD} = \frac{AB}{DE}$

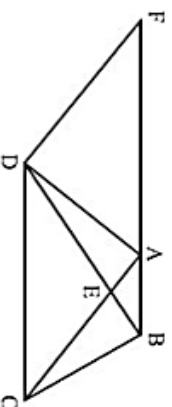
משקל למעגל מאונך לרדיוס הנפגש אותו בנקודת ההשקה.		משקל למעגל O משקל A בנקודה A $\Downarrow$ $OA \perp c$
ישר המאונך לרדיוס בקצו הוא משקל למעגל.		$OA \perp c$ $\Downarrow$ משקל למעגל O בנקודה A
שני משקלים למעגל היוצאים מאותה נקודה שווים זה לזה.		משקלים CB ו-CA למעגל O בנקודות A ו-B $\Downarrow$ $BC=AC$
הקטע המחבר את מרכז המעגל עם הנקודה שנמצאת יוצאים שני המשקלים חוצים את הזווית שבין המשקלים.		משקל CB ו-CA למעגל O בנקודות A ו-B $\Downarrow$ $\angle C_1 = \angle C_2$
הזווית בין משקל למעגל במעגל הנפגשים בנקודת ההשקה שווה לזווית ההיקפית הנשענת על הקשת המתאימה למעגל. הכלאה בין המעגל לבין המשקל.		משקל AD בנקודה A למעגל O $\Downarrow$ $\angle BAD = \angle BCA$
שני משקלים למעגל מאונך לרדיוס של מעגלים B ו-A $\Downarrow$ $AB \perp CD, CE=ED$		קטע המרכזים של שני מעגלים נחתכים חוצה את המיתר המשותף ומאונך לו.
נקודת ההשקה של שני מעגלים משקלים נמצאת על קטע המרכזים אם המעגלים משקלים מבחוץ או על המישור אם המעגלים משקלים מבפנים.		נקודת ההשקה של שני מעגלים משקלים נמצאת על קטע המרכזים אם המעגלים משקלים מבחוץ או על המישור אם המעגלים משקלים מבפנים.
משקל למעגל חותך של מעגלים B ו-A $\Downarrow$ $C \in AB$		נקודת ההשקה של מעגלים B ו-A $\Downarrow$ $C \in AB$
משקל למעגל חותך של מעגלים B ו-A $\Downarrow$ $\angle BAD + \angle BCD =$ $= \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$		משקל למעגל O מרובע חוסם במעגל O $\Downarrow$ $\angle BAD + \angle BCD =$ $= \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

הוצי זוויות מתאימות במשולשים דומים מתייחסות זה לזה כמו יחס הדמיון שבין המשולשים.		$\angle ABK = \angle C BK = \angle DEG = \angle FEG,$ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ $\Downarrow$ $\frac{BK}{EG} = \frac{AB}{DE}$
תיכונים מתאימים במשולשים דומים מתייחסים זה לזה כמו יחס הדמיון שבין המשולשים.		$AK = KD, DG = FG,$ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ $\Downarrow$ $\frac{BK}{EG} = \frac{AB}{DE}$
גבהים מתאימים במשולשים דומים מתייחסים זה לזה כמו יחס הדמיון שבין המשולשים.		$BK \perp AC, EG \perp DF,$ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ $\Downarrow$ $\frac{BK}{EG} = \frac{AB}{DE}$
ההיקפים של משולשים דומים מתייחסים זה לזה כמו יחס הדמיון שבין המשולשים.		$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ $\Downarrow$ $\frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle DEF}} = \frac{AB}{DE}$
שטחים של משולשים דומים מתייחסים זה לזה כמו ריבוע יחס הדמיון שבין המשולשים.		$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ $\Downarrow$ $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2$

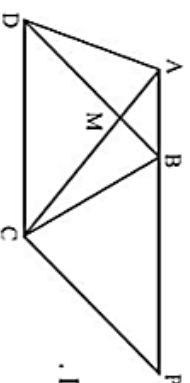
אם שני ישרים מקצים על שוקי זווית קטעים פרופורציוניים אז הם מקבילים זה לזה.		$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\Downarrow$ $BD \parallel CE$
הוצה זווית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית לשני קטעים המתייחסים זה לזה כמו היחס שבין שתי הצלעות הכולאות את הזווית.		$\angle CAD = \angle BAD$ $\Downarrow$ $\frac{CD}{BD} = \frac{AC}{AB}$
קטע המחבר קודקד במשולש עם הצלע שמולו ומחלק אותה לשני קטעים המתייחסים זה לזה כמו היחס שבין שתי הצלעות האחרות הוצה את הזווית שמול הצלע.		$\frac{CD}{BD} = \frac{AC}{AB}$ $\Downarrow$ $\angle CAD = \angle BAD$
משפט דמיון ראשון: אם שתי צלעות במשולש אחד מתייחסות באותו יחס לשתי צלעות מתאימות במשולש שני והזווית שבין הצלעות שווה בהתאמה אז המשולשים דומים.		$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}, \angle A = \angle D$ $\Downarrow$ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
משפט דמיון שני: אם שתי זוויות במשולש אחד שוות בהתאמה לשתי זוויות במשולש שני אז המשולשים דומים.		$\angle A = \angle D, \angle C = \angle F$ $\Downarrow$ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
משפט דמיון שלישי: אם שתי הצלעות במשולש אחד מתייחסות באותו יחס לשתי הצלעות המתאימות במשולש שני אז המשולשים דומים.		$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ $\Downarrow$ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



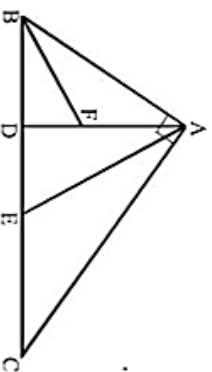
15. בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel CD$),
 $AB = 3 \cdot CD$. אלכסוני הטרפז
 נפגשים בנקודה O . דרך הנקודה A
 מעבירים מקביל ל- BD , החותך
 את המשך הצלע CD בנקודה E .
 נסמן ב- S את שטח המשולש DOC .
 הבע באמצעות S את שטח המרובע $ABCE$.
תשובה: $28 \cdot S$.



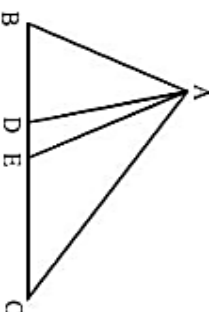
16. בטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) האלכסונים
 נפגשים בנקודה E . נתון: $AC \parallel DF$,
 $S_{ABE} = 3$, $CE = 3 \cdot AE$.
 חשב את S_{ACDF} .
תשובה: 72 סמ"ר.



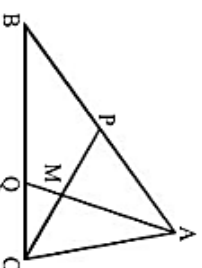
17. המרובע $ABCD$ הוא טרפז ($AB \parallel DC$).
 נתון: $PC \parallel BD$, $DC = m \cdot AB$.
 א. הבע באמצעות m את היחס בין שטח
 המקבילית $DBPC$ לשטח המשולש DCM .
 ב. נתון: $S_{DPC} = 3 \cdot S_{DCM}$. מצא את m .
תשובה: א. $\frac{2(m+1)}{m}$. ב. 2.



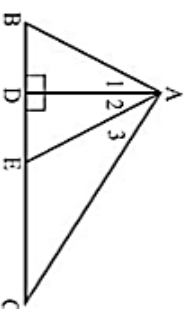
22. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AB \perp AC$).
 AD הוא המובה ליתר BC , AE חוצה את
 הזווית DAC ו- BF חוצה את הזווית ABD .
 א. הוכח: $\triangle ADB \sim \triangle CDA$.
 ב. נתון: 8 ס"מ AE , 6 ס"מ AD ,
 4 ס"מ BD . מהו אורך הקטע BF ?
תשובה: ב. $5\frac{1}{3}$ ס"מ.



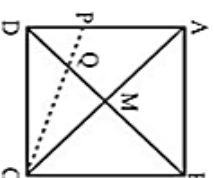
37. במשולש ABC , הקטע AE הוא תיכון
 לצלע BC והקטע AD הוא חוצה הזווית
 של $\angle BAC$. נתון: $AB = \frac{2}{3}AC$.
 הוכח: $S_{ADE} = \frac{1}{5}S_{AEC}$.



38. שטחו של המשולש ABC הוא 210 סמ"ר.
 CP הוא התיכון לצלע AB .
 AQ הוא חוצה-הזווית של $\angle BAC$.
 נתון: 30 ס"מ AB , 20 ס"מ AC .
 חשב את שטח המשולש APM .

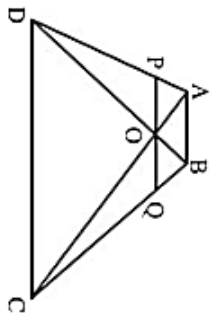


39. במשולש ABC , התיכון AE והמובה AD
 מחלקים את הזווית BAC לשלוש
 זוויות שוות ($\angle A_1 = \angle A_2 = \angle A_3$).
 הוכח: $\angle BAC = 90^\circ$.

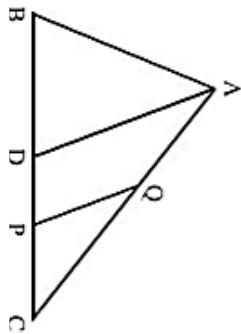


40. המרובע $ABCD$ הוא ריבוע
 שאלכסוניו נפגשים בנקודה M .
 CP חוצה את הזווית ACD
 וחותך את האלכסון BD בנקודה Q .
 הוכח: $AP = 2MQ$.

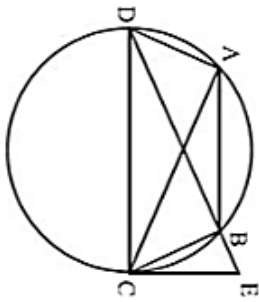
חלק 2 - גיאומטריה



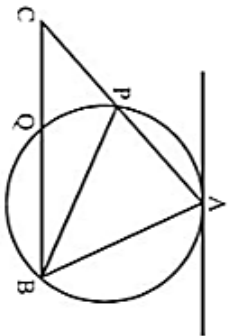
38. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$).
 נתון: $AB:DC = 1:3$, $PQ \parallel DC$, $AB:DC = 1:3$.
 מצא את היחס $S_{APO}:S_{POCD}$.
תשובה: 1:15.



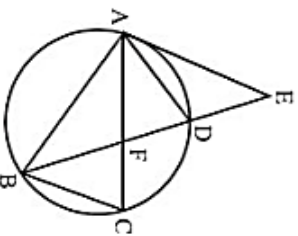
- במשולש ABC, הנקודות D ו-P נמצאות על הצלע BC והנקודה Q נמצאת על הצלע AC. נתון: $BP = 2PC$, $PQ \parallel AD$, $CQ = \frac{3}{2}AQ$.
 חוכה: $S_{CPQ} = \frac{1}{5} \cdot S_{ABC}$.



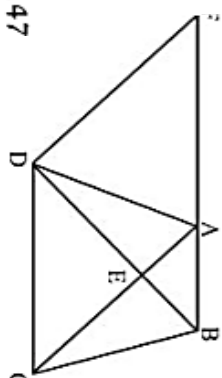
28. הטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) חסום במעגל. המשיק למעגל בנקודה C נפגש בנקודה E עם המשיך האלכסון DB.
 CD הוא קוטר המעגל.
 א. חוכה: $\Delta DAC \sim \Delta ECD$.
 ב. נתון: 25 ס"מ, $AC = 36$ ס"מ, $DE =$ חשב את רדיוס המעגל.



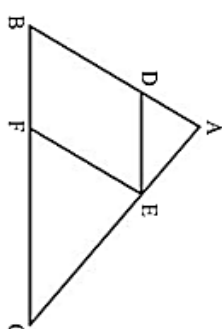
29. המשיכי המיתרים AP ו-BQ נפגשים בנקודה C. BC מקביל לשר המשיק למעגל בנקודה A.
 א. חוכה: $AB^2 = AP \cdot AC$.
 ב. חוכה: אם P אמצע AC, $S_{ABP} = S_{ACP}$.



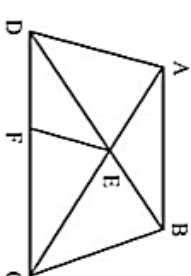
30. הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על מעגל כך שהנקודה C היא אמצע הקשת DB. המשיק למעגל בנקודה A נפגש עם המשיך המיתר BD בנקודה E.
 א. חוכה: $DE \cdot AB = AD \cdot AE$.
 ב. חוכה: $BC^2 = AC \cdot CF$.



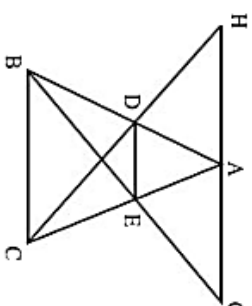
33. בטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) האלכסונים נחתכים בנקודה E. הנקודה F על המשיך הצלע AB. נתון: $AC \parallel DF$, $S_{DEC} = 24$, $DC = 2 \cdot AB$.
 א. חשב את S_{AEB} ואת S_{ADF} .
 ב. חשב את S_{ACDF} .



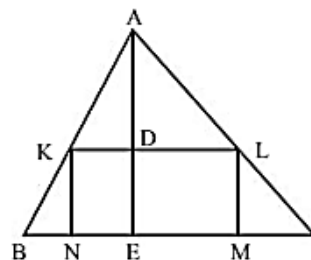
34. במשולש ABC חסומה מקבילית BDEF. נתון: 4 ס"מ, $S_{EAD} = 4 \cdot S_{CEF}$.
 א. חשב את אורך הקטע AD.
 ב. נתון גם: 3 סמ"ר, $S_{EAD} =$ חשב את שטח המקבילית BDEF.
תשובה: א. 2 ס"מ, ב. 12 סמ"ר.



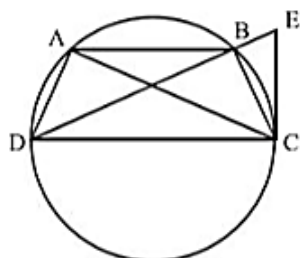
35. בטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) האלכסונים נפגשים בנקודה E.
 נתון: $AD \parallel EF$, $EF = 9$.
 א. חשב את היחס בין CF ל-CD.
 ב. חשב את היחס בין AB ל-CD.
תשובה: א. $\frac{2}{3}$, ב. $\frac{1}{2}$.



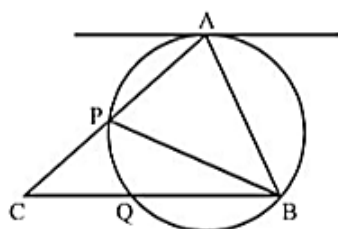
39. בשרטוט נתון: $DE \parallel BC$. דרך הנקודה A מעבירים ישר המקביל ל-BC וחותך את המשיכי הקטעים BE ו-CD בנקודות G ו-H.
 א. חשב את אורך הקטע AH.
 ב. חשב את היחס $S_{AEG}:S_{AHD}$.
תשובה: א. 5.25, ב. 16:49.



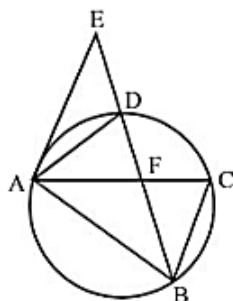
44. במשולש ABC חסום מלבן KLMN. הגובה AE לצלע BC חותך את צלע המלבן KL בנקודה D. נתון: 6 ס"מ $KL = 2KN$, $AE = 5$ ס"מ. א. חשב את אורך הקטע AD. ב. חשב את יחס השטחים: $\frac{S_{AKD}}{S_{KBN}}$. תשובה: א. 3.125 ס"מ. ב. $\frac{25}{9}$.



28. הטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) חסום המשיק למעגל בנקודה C נפגש עם המשך האלכסון DB. CD הוא קוטר המעגל. א. הוכח: $\triangle DAC \sim \triangle ECD$. ב. נתון: $AC = 25$ ס"מ, $DE = 36$ ס"מ. חשב את רדיוס המעגל.



29. המשכי המיתרים AP ו-BQ נפגשים בנקודה C. BC מקביל לישר המשיק למעגל בנקודה A. א. הוכח: $AB^2 = AP \cdot AC$. ב. הוכח: אם P אמצע AC, אז $S_{ABP} = S_{BCP}$.



30. הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על מעגל כך שהנקודה C היא אמצע הקשת DB. המשיק למעגל בנקודה A נפגש עם המשך המיתר BD בנקודה E. א. הוכח: $DE \cdot AB = AD \cdot AE$. ב. הוכח: $BC^2 = AC \cdot CF$.

