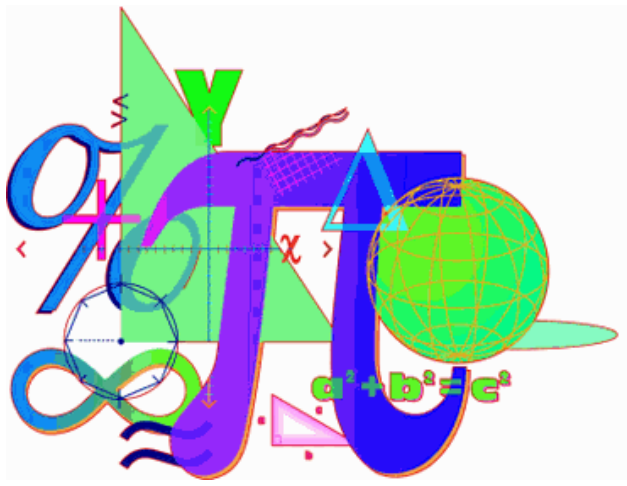




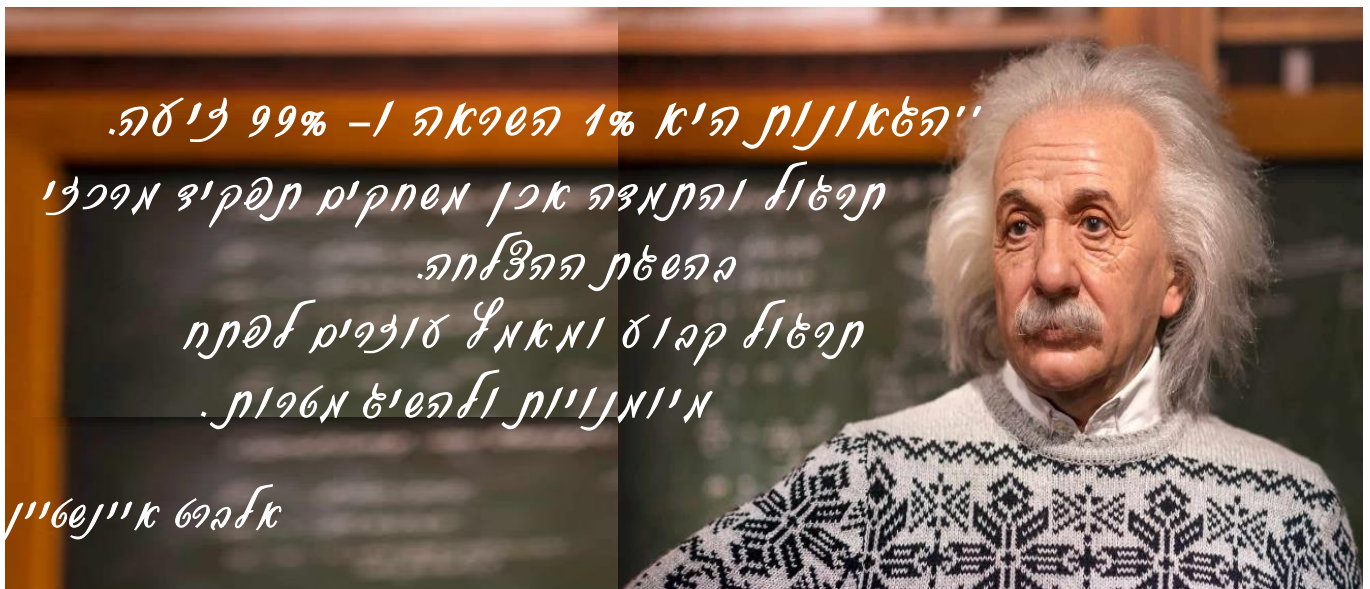
2026

חוברת צבונה

במתמטיקה

לתלמידים הצולים

לבינה י 4-5 י"ל.



החל מכיתה י' לימוד מתמטיקה מתקיים ברמות של 3 י"ל, 4 י"ל ו-5 י"ל.

לידיעתכם, תלמידי 3 יח"ל ניגשים למבחן בגרות במתמטיקה ליחידת לימוד ראשונה (מבחן פנימי) כבר בסוף כיתה י'.

מבחן הבגרות וחומר הלימוד **שונים** בין רמות 3 יח"ל ל 4 יח"ל ו- 5 יח"ל ולכן לא יהיו מעברים מרמה לרמה לאחר החלוקה בתחילת כיתה י'.

לכן, חשוב כבר בתחילת כיתה י' לשבץ אתכם לרמות לימוד שונות בהתאם **לקריטריונים הבאים:**

- א.** הציון השנתי באלגברה ובגיאומטריה של כיתה ט'
- ב.** הקבצה בה למד התלמיד
- ג.** המלצת המורה שלימד בכיתה ט'
- ד.** ציונכם במבחני שיבוץ ליחידות לימוד שהתקיים בסוף כיתה ט
- ה.** ציונכם במבחנים אשר יתקיימו בשבוע ההראשון של שנת הלימודים הבאה על הנושאים שנלמדו בכיתה ט.

על מנת להקל עליכם בחזרה על החומר ובהכנה למבחן, הכנו חוברת עם הסברים ותרגול בכל הנושאים הרלוונטיים שיופיעו במבחן שיבוץ.

חוברת העבודה מיועדת לכל תלמידים שלמדו בהקבצות א בכיתה ט.

כדי לממש הזדמנות להתקבל לרמות 4,5 יח"ל במתמטיקה על התלמיד לעבוד על כל הנושאים וכל סוגי תרגילים שמופיעים בחוברת. **(לגבי כל נושא ישנן הערות לגבי התאמה לרמה של 4 יח"ל)**

מאחלת לכם בהצלחה בשנה הבאה.

חופשה נעימה!

בברכה,
שטיינברג יאנה
רכזת מתמטיקה

פונקציה קווית

נושא נלמד בכיתה ח' – חובה לחזור עליו.

1. נתונה הפונקציה הקווית $y = -0.6x - 1.3$

- (א) רשום פונקציה קווית שהגרף שלה מקביל לפונקציה הנתונה _____
(ב) רשום פונקציה קווית שהגרף שלה חותך את ציר ה-Y באותה הנקודה כמו הגרף של פונקציה הנתונה: _____

(ג) רשום פונקציה קווית שהגרף שלה מקביל לגרף של פונקציה הנתונה ועובר בראשית הצירים: _____

(ד) רשום פונקציה קווית שהגרף שלה מקביל לציר ה-X וחותר את ציר ה-Y באותה הנקודה בה חותך הגרף של הפונקציה הנתונה את ציר ה-Y: _____

2. (א) סמן במערכת צירים את הנקודות $(-10, 1)$, $(2, -8)$

(ב) העבר ישר דרך נקודות האלה

מצא מתוך השרטוט, מהו שיפוע הישר ומהי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה-Y
רשום שתי פונקציות שהגרף שלהן יהיה מקביל לגרף ששרטטת.

3. נתונה הפונקציה $y = (6 - 3c)x + 30$

- (א) עבור איזה ערך של c יהיה גרף הפונקציה מקביל לציר ה-X?
(ב) עבור איזה ערך של c יהיה גרף הפונקציה מקביל לישר $y = 3x - 2$?
(ג) רשום את משוואת הישר שהתקבל בסעיף ב'
(ד) רשום נקודה הנמצאת על הישר שמצאת בסעיף ג'

4. 😊 (א) גרף הפונקציה $2y - kx = -1$ עובר דרך הנקודה $(-3, -2)$. מצא את k ואת נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(ב) גרף הפונקציה $4(x + y) = 5(x - n)$ עובר דרך הנקודה $(-6, 1)$. מצא את n .

(ג) מצא לאיזה ערך של k מייצגת המשוואה $(k + 4)x + (2k - 3)y = 8$ ישר החותר את ציר ה-X בנקודה $(0, 2)$.

מציאת משוואת הישר. (תרגילים עם 😊 רק עבור 5 יחל)

הנוסחאות: שיפוע לפי 2 נקודות $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

משוואת הישר לפי שיפוע ונקודה: $y - y_1 = m(x - x_1)$

10.

א. מצא את משוואת הישר המקביל לישר $y = 2x + 5$ ועובר דרך $(5,3)$

ב. מצא את משוואת הישר המקביל לישר $3y + 4x = 5$ ועובר דרך $(3,1)$ 😞

ג. גרף הפונקציה $y = 2x + b$ עובר דרך הנקודה $(-1,5)$. מצא את b ואת נקודות החיתוך עם הצירים.

ד. גרף הפונקציה $3x - 5y = p$ עובר דרך הנקודה $(0,0)$. מצא את p ואת נקודות החיתוך עם הצירים.

ה. גרף הפונקציה $3(x + y) = 2(x - m)$ עובר דרך הנקודה $(-2,4)$. מצא את m ואת נקודות החיתוך עם הצירים. 😞

ו. האם הישר העובר דרך הנקודות $(-2,4)$ ו- $(8,11)$ מקביל לישר העובר דרך הנקודות $(4,6)$ ו- $(14,-9)$

11. מצא את משוואות הישרים המקבילים לישרים הכתובים מצד ימין ועוברים דרך נקודות החיתוך של הישרים הכתובים מצד שמאל:

א. $2y = 10x + 2$ $\begin{cases} y + 5x = 0 \\ y - 3x + 16 = 0 \end{cases}$

ב. $4y + x = 24$ $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ y - x = -8 \end{cases}$ 😞

13. ישר, ששיפועו (-6) עובר דרך הנקודה $(2,-9)$. מצא את נקודת החיתוך של ישר הנ"ל עם הישר $y = -2x - 7$.

14. במשולש ABC משוואת הצלע AB: $y - x = 2$ ומשוואת הצלע AC: $y = \frac{-x}{2} - 4$

הישר של הצלע השלישית עובר דרך הנקודה $(0,5)$ והוא מקביל לישר $y + 2x - 7 = 0$. מצא את קדקודי המשולש. (נקודות החיתוך של הישרים) 😊

15. במקבילית ABCD הצלעות AB ו- AD נמצאות בהתאמה על הישרים:

$y = -x + 5$ ו- $y = 2x - 1$ 😊

נתון $C(2,-6)$. מצא את משוואות של הצלעות האחרות. (תיעזר בתכונה של צלעות נגדיות במקבילית)

16. נתונות שלוש נקודות $A(2,-1)$, $B(4,5)$ ו- $C(-1,4)$.

מצא את משוואת הישר המקביל לישר העובר דרך הנקודות A ו- B, ועובר דרך הנקודה C. 😊

דפי סיכום בנושא "פרבולה, קו ישר – נקודות חיתוך, אי שוויוניים, קטעים

בניית גרף הפרבולה

נתונות הפונקציות הבאות:

$$f(x)=x^2-5x+4$$
$$f(x)=-4x^2+5x-12$$

$$f(x)=x^2+10x+21$$
$$f(x)=3x^2-8x+7$$

ענה על השאלות הבאות ביחס לכל פונקציה:

- 1 מצא את שיעורי הקודקוד.
- 2 מהי משוואת ציר הסימטריה?
- 3 מצא נקודת החיתוך עם ציר ה-y, והנקודה הסימטרית לה.

מציאת פרמטרים. (תרגילים עם 😊 רק עבור 5 יחל)

1 גרף הפונקציה הריבועית $y=ax^2+6x-5$ עובר דרך הנקודה $(-2, -5)$. מצא את ערך הפרמטר a .

2 גרף הפונקציה הריבועית $y=8x^2+bx+11$ עובר דרך הנקודה $(2, 29)$. מצא את ערך הפרמטר b .

3 גרף הפונקציה הריבועית $y=ax^2+bx-15$ עובר דרך הנקודות $(3, 21)$ ו- $(-1, -3)$. מצא את ערך הפרמטרים b ו- a . 😊

4 גרף הפונקציה הריבועית $y=7x^2+bx+c$ עובר דרך הנקודות $(-3, 66)$ ו- $(2, 26)$. מצא את ערך הפרמטרים b ו- c . 😊

פתרון

5 קודקוד הפרבולה $y=ax^2+bx+83$ נמצא בנקודה $(3, -7)$ מצא את הערכים של c ו- a . 😊

פתרון

6 קודקוד הפרבולה $y=4x^2+bx+c$ נמצא בנקודה $(-1.5, -4)$ מצא את הערכים של c ו- b . 😊

פתרון

7 קודקוד הפרבולה $y=ax^2+bx+32$ נמצא בנקודה $(-5, -7)$ מצא את הערכים של c ו- b . 😊

8 נתונה הפרבולה $y=x^2+bx+13$. ידוע ששיעור ה- x בקודקוד הפרבולה הוא 3. מצא את הערך של b ואת שיעור ה- y של קודקוד הפרבולה.

תשובות			
1) $a=-3$	2) $b=-7$	3) $a=6, b=-6$	4) $b=-1, c=0$
			5) $b=-12, c=83$
			7) $b=10, a=1$
			5) $b=-12, a=2$
			6) $b=12, c=5$
			8) $y=4, b=-6$

מומלץ לתרגל הכל, אך
חובה לפתור כל שאלה זוגית
בין השאלות 2-8

1. לפניך שרטוט גרפים של הפונקציות

$$f(x) = x^2 - 8x + 12$$

$$g(x) = x + 4$$

(א) מצא את שיעורי הנקודות A, B, C,

D, E, K, N, M.

(ב) מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x) = x^2 - 8x + 12$

היא חיובית.

(ג) מצא את התחום שבו הפונקציה $g(x) = x + 4$ היא חיובית.

(ד) דרך הנקודה N העבירו אנך לציר ה-Y.

מצא את שיעורי הנקודה P בה חותך אנך זה את גרף הפרבולה.

(ה) מצא את התחומים בהם מתקיימים

אי-השוויונים הבאים:

סעיף זה רק ל-5 יח"ל



$$(1) f(x) \geq 12$$

$$(2) f(x) < 5$$

$$(3) g(x) \leq 10$$

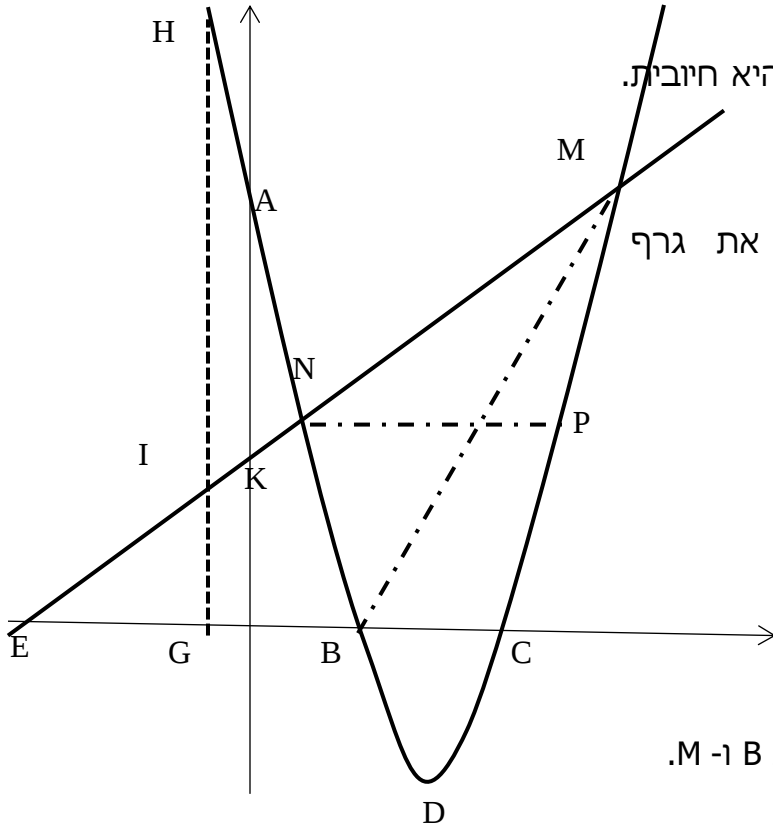
(ו) מצא את התחום בו מתקיים אי-השוויון

$$g(x) > f(x)$$

(ז) כתוב את משוואת הישר העובר דרך הנקודות B ו-M.

(ח) מצא את שטח המשולש MBE.

(ט) נתון כי: GH מאונך לציר ה-X. $GI = 3$. חשב את GH.



2. לפניך שרטוט גרפים של הפונקציות
הבאות: $g(x)=2x-2$

$$f(x)=-x^2+3x+10$$

א. מצא את שעורי הנקודות A, B, C, D, K, M, P, N.

ב. מצא את התחום שבו הפונקציה $g(x)$ חיובית.

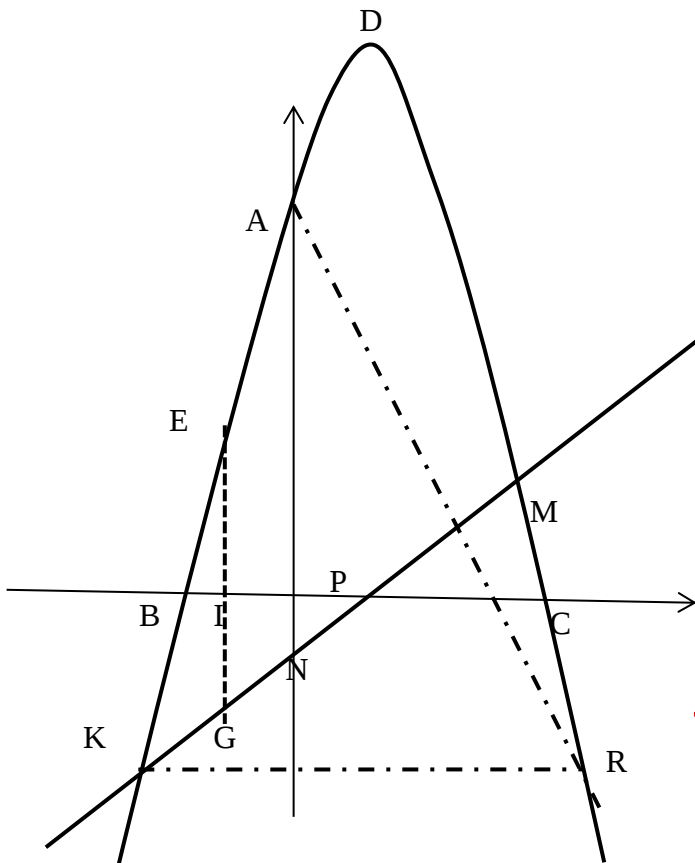
ג. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית/ שלילית.

ד. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ עולה/יורדת.

ה. מצא את התחומים בהם מתקיימים

אי- השוויונים הבאים: 😊 סעיף זה רק ל- 5 יח"ל

- $f(x) > g(x)$
- $f(x) < g(x)$
- $f(x) \geq 10$
- $g(x) > 10$



ו. דרך הנקודה K העבירו ישר המקביל לציר ה-x. ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה R. חשב את אורך הקטע KR.

ז. מצא את משוואת הישר העובר בנק' P ומקביל לישר AR.

ח. מצא את שטח המשולש ARK.

ט. נתון כי: GE מאונך לציר ה-x. $GI = 4$. חשב את EI.

י. מהו התחום בו מתקיים: $f(x) < 6$ 😊 סעיף זה רק ל- 5 יח"ל

3. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$
 $g(x) = x + 6$

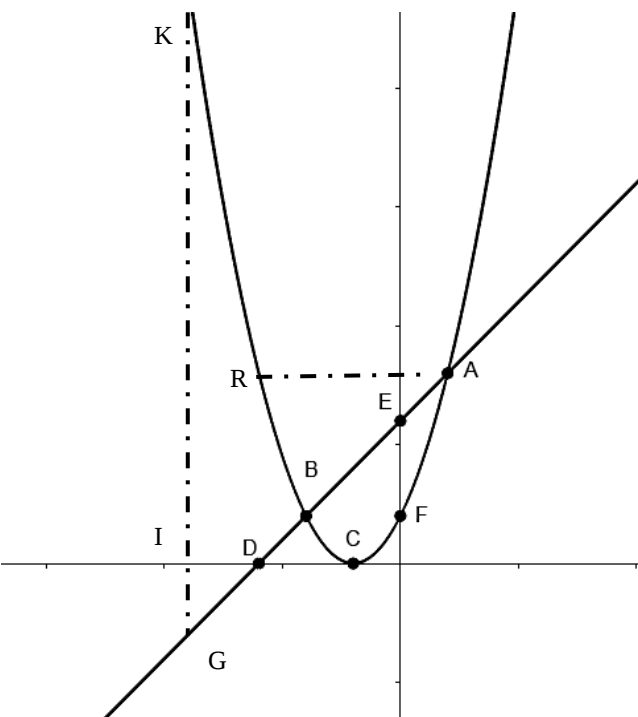
א. מצא את שעורי הנקודות A, B, C, D, E, F.

ב. מצא את התחום שבו הפונקציה $g(x)$ חיובית.

ג. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית/ שלילית.

ד. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ עולה/יורדת.

ה. דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-x. ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה R. חשב את אורך הקטע AR.



המשך תר' 3

1. מצא את התחומים בהם מתקיימים אי-השוויונים הבאים:
- $f(x) > g(x)$
 - $f(x) < g(x)$
 - $f(x) \geq 8$
 - $g(x) < 8$

2. מצא את שטחי המשולשים FDC, ARF, CAR.

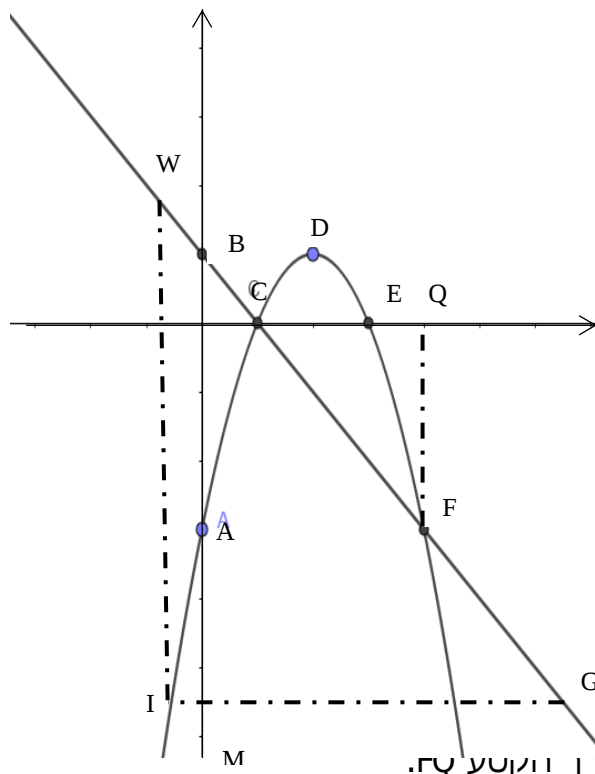
ה. כתוב את משוואת הישר FR

ט. נתון כי: GK מאונך לציר ה-X. $GI = 3$. חשב את KI.

י. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה R ומקביל לישר $g(x)$.

יא. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה F ומקביל לציר ה-X.

יב. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה C ומקביל לציר ה-Y.



4. נתונות שתי פונקציות: $g(x) = -x^2 + 4x - 3$

$$f(x) = -x + 1$$

- א. מצא את שעורי הנקודות A, B, C, D, E, F.
- ב. מצא את התחום שבו הפונקציה $g(x)$ שלילית.
- ג. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית.
- ד. מצא את התחום שבו הפונקציה $g(x)$ עולה/יורדת.

ה. מצא את התחומים בהם מתקיימים

אי-השוויונים הבאים:

- $f(x) < g(x)$
- $f(x) \geq g(x)$
- $f(x) \geq -3$
- $g(x) \leq -3$

ו. דרך הנקודה F העבירו ישר המקביל לציר ה-Y.

ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה Q. חשב את אורך ה-IQ.

ז. מצא את שטחי המשולשים ABE, ECF, AEC.

ח. כתוב את משוואת הישר BQ ואת משוואת הישר העובר דרך

נק' A ומקביל ל-BQ.

ט. נתון כי: GM מאונך לציר ה-Y. $GM = 9$. חשב את האורך של

MI ואת האורך של IW.

י. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה A ומקביל לישר $f(x)$.

יא. נתון ישר $y = k$. הישר החותך את הפרבולה בשתי נקודות. תן דוגמא לערך של k.

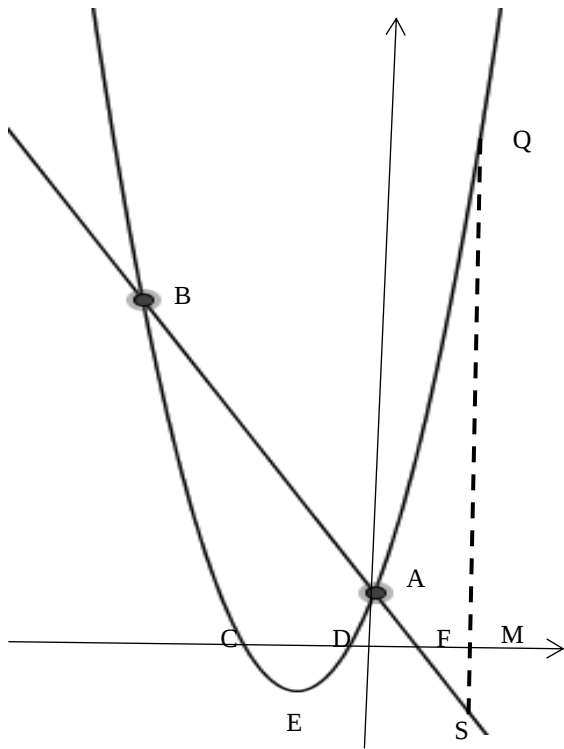
יב. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה E

ומקביל לציר ה-Y.

סעיפים יא+יב זה רק ל-5 יח"ל



5. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = x^2 + 4x + 3$
 $g(x) = -2x + 3$



א. מצא את שעורי הנקודות F, E, D, C, B, A.
 ב. מצא את התחום שבו הפונקציה $g(x)$ שלילית.

ג. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית/ שלילית.

ד. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ עולה/יורדת.

ה. מצא את התחומים בהם מתקיימים

אי-השוויונים הבאים: 😊 סעיף זה רק ל-5 יח"ל

- $f(x) > g(x)$
- $f(x) \leq g(x)$
- $f(x) \leq 3$
- $g(x) \geq 15$

ו. דרך הנקודה $M(3, 0)$ העבירו ישר המקביל לציר ה-Y.
 ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה Q ואת הישר בנקודה S. חשב את אורך הקטע SQ.

ז. מצא את שטחי המשולשים ASQ, BCF, AFC.

ח. כתוב את משוואת הישר BQ ואת משוואת הישר העובר דרך נק' A ומקביל ל-BQ.

ט. מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה E ומקביל לציר ה-X.

י. נתון ישר $y = k$. הישר לא חותך את הפרבולה באף נקודה.
 תן דוגמא לערך של k. 😊 סעיף זה רק ל-5 יח"ל

6. לפניך גרפים של שתי פונקציות הבאות:

$$g(x) = 2x - 2$$

$$f(x) = x^2 - x - 12$$

א) מצא את שיעורי הנקודות: P, M, N, D, K, C, B, A.

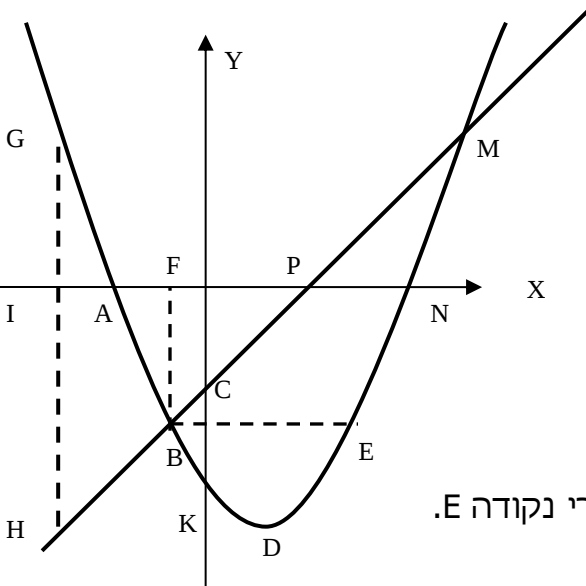
ב) מצא את התחום בו הפונקציה $g(x)$ שלילית.

ג) מצא את התחומים בהם הפונקציה $f(x)$ חיובית/שלילית.

ד) מצא את התחום בו הפונקציה $f(x)$ עולה/יורדת.

ה) דרך נקודה B העבירו ישר המקביל לציר ה-X.

ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה E. מצא את שיעורי נקודה E.



1 מצא את התחומים בהם מתקיימים אי השוויונים הבאים: 😊 סעיף זה רק ל- 5 יח"ל

$$(1) \quad f(x) < g(x), \quad f(x) \leq -6 \quad (2), \quad g(x) < 10 \quad (3)$$

2 מצא את שטחי המשולשים הבאים: $\triangle BEM$, $\triangle APM$

3 נתון $IH=10$. חשב אורך הקטע GH .

4 כתוב את משוואת הישר העובר דרך הנקודות N ו- B .

7. לפניך שרטוט גרפים של הפונקציות הבאות:

$$g(x) = 3x + 5$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 15$$

א) מצא את שיעורי הנקודות: P, M, E, D, K, C, B, A .

ב) מצא את התחום בו הפונקציה $g(x)$ חיובית.

ג) מצא את התחום בו הפונקציה $f(x)$ שלילית/חיובית.

ד) מצא את התחום בו הפונקציה $f(x)$ עולה/יורדת.

ה) דרך נקודה E העבירו ישר המקביל לציר ה- x .
ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה R .
מצא את שיעורי נקודה R .

ו) מצא את התחומים בהם מתקיימים אי השוויונים הבאים:

$$(1) \quad f(x) \geq g(x)$$

$$(2) \quad f(x) < -7$$

$$(3) \quad g(x) < 14$$

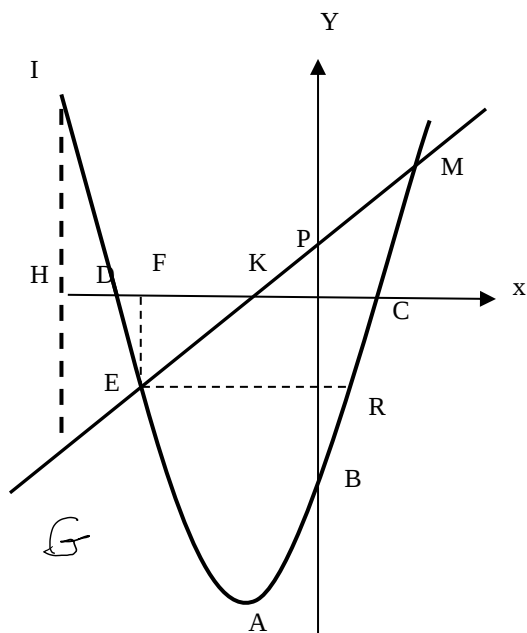
😊 סעיף זה רק ל- 5 יח"ל

ז) מצא את השטחים של המשולשים הבאים: $\triangle ERA$, $\triangle ERM$.

ח) נתון $GH=13$. חשב אורך הקטע GI .

ט) כתוב את משוואת הישר העובר דרך הנקודות C ו- E .

י) מהנקודה E הורידו אנך לציר ה- x , החותך את ציר ה- x בנקודה F .
מצא את השטח של הטרפז(המרובע) $FCRE$.



תשובות:

תרגיל 1.

- א. $E(-4,0), B(2,0), C(6,0), N(1,5), M(8,12), D(4,-4), K(0,4), A(0,12)$
 ב. $x > 6, x < 2$
 ג. $x > -4$
 ד. $P(7,5)$
 ה. $x \leq 0$ (1) $x \geq 8$ (2) $1 < x < 7$ (3) $x \leq 6$
 ו. $1 < x < 8$
 ז. $Y = 2x - 4$
 ח. 36 יח"ש ט. 40 יח"ש י. 21 יח'

תרגיל 2.

- א. $P(1,0), B(-2,0), C(5,0), N(0,-2), M(4,6), D(1.5,12.25), K(-3,-8), A(0,10)$
 ב. $x > 1$
 ג. חיובית $-2 < x < 5$ שלילית $x < -2, x > 5$
 ד. יורדת $x > 1.5$ עולה $x < 1.5$
 ה. $-3 \leq x \leq 4$ (1) $x > 4, x < -3$ (2) $0 \leq x \leq 3$ (3) $x > 6$ (4)
 ו. $KR = 9$
 ז. $Y = -3x + 3$
 ח. 81 יח"ש ט. 48 יח"ש י. 6 יח' י"א. $x > 4, x < -1$

תרגיל 3.

- א. $E(0,6), B(-4,2), C(-2,0), F(0,2), D(-6,0), A(2,8)$
 ב. $x > -6$
 ג. חיובית $x \neq 2$, שלילית אף X .
 ד. יורדת $x < -2$ עולה $x > -2$
 ה. 8 יח'
 ו. $x > 2, x < -4$ (1) $-4 < x < 2$ (2) $x \geq 2, x \leq -6$ (3) $x < 2$ (4)
 ז. $S_{ARF} = 24, S_{CAR} = 32, S_{FDC} = 4$
 ח. $y = -x + 2$
 ט. 24.5 יח' = KI, י. $Y = x + 14$ י"א. $y = 2$ י"ב. $x = -1$

תרגיל 4.

- א. $E(3,0), B(0,1), C(1,0), F(4,-3), D(2,1), A(0,-3)$
 ב. $x > 3, x < 1$
 ג. חיובית $x < 1$
 ד. יורדת $x > 2$ עולה $x < 2$
 ה. $1 < x < 4$ (1) $x \geq 4, x \leq 1$ (2) $x \leq 4$ (3) $x \geq 4, x \leq 0$ (4)
 ו. 4 יח'
 ז. $S_{AEC} = 3, S_{ECF} = 4, S_{ABE} = 6$
 ח. $y = -\frac{1}{4}x + 1, y = -\frac{1}{4}x - 3$

ח.

ט. יח' י' $Y = -x - 3$ י"א $k < 1$ י"ב $x = 3$

תרגיל 5.

י. $E(-2, -1), B(-6, 15), C(-3, 0), F(1.5, 0), D(-1, 0), A(0, 3)$

יא. $x > 1.5$

יב. חיובית $x > -1, x < -3$ שלילית $-3 < x < -1$

יג. יורדת $x < -2$ עולה $x > -2$

יד. (1) $x < -6, x > 0$ (2) $-6 \leq x \leq 0$ (3) $-4 \leq x \leq 0$ (4) $x < -6$

טו. 29 יח'

טז. $S_{AFC} = 6.75, S_{BCF} = 33.25, S_{ACQ} = 43.5$

יז. $y = \frac{2}{3}x + 3, y = \frac{2}{3}x + 19$ ט. $Y = -1$ י' כל $k < -1$

תרגיל 6.

א. $A(-3; 0), N(4; 0), C(0; -2), K(0; -12), P(1; 0), M(5; 8), B(-2; -6), D(0.5; -12.25)$

ב. $X < 1$

ג. $X > 4, x < -3$

ד. עולה $x > 0.5$, יורדת $x < 0.5$

ה. $E(3; -6)$

ו. (1) $-2 < x < 5$, (2) $-2 \leq x \leq 3$, (3) $x < 6$

ז. $S_{APM} = 16, S_{BEM} = 35$

ח. $S_{PNEB} = 24$

ט. $GH = 12$

י. $y = x - 4$

יא. $S_{PEBF} = 24$

תרגיל 7.

א. $A(-1; -16), B(0; 15), C(3; 0), D(-5; 0), P(0; 5), K(-1\frac{2}{3}; 0)$

ב. $x > -1\frac{2}{3}$

ג. שלילית $-5 < x < 3$, חיובית $x > 3, x < -5$

ד. עולה $x > -1$ יורדת $x < -1$

ה. $R(2; -7)$

ו. $x \geq 5$, (2) $x \leq -4$, (30) $x < 3$

ז. $S_{ERA} = 27, S_{ERM} = 75$

ח. $GI = 22$

ט. $y = x - 3$ י. $S_{FCRE} = 45$

1. נתונה פונקציה ריבועית $f(x) = a(x - p)^2 + k$.

ידוע כי פונקציה יורדת בתחום $x > -4$.

א. מהו סוג הקיצון של הפרבולה?

ב. ערך הקיצון שמקבלת הפונקציה הוא 7. רשום שיעורי נקודת הקיצון (הקודקוד).

ג. מהם ערכי הפרמטרים p, k ?

ד. נתונה משוואת ישר $2x + y + 9 = 0$. מצא נקודת החיתוך של הישר זה עם ציר ה-Y.

ה. גרף הפרבולה נפגש עם הישר הנ"ל על ציר ה-Y. הראה בעזרת החישוב כי $a = -1$.

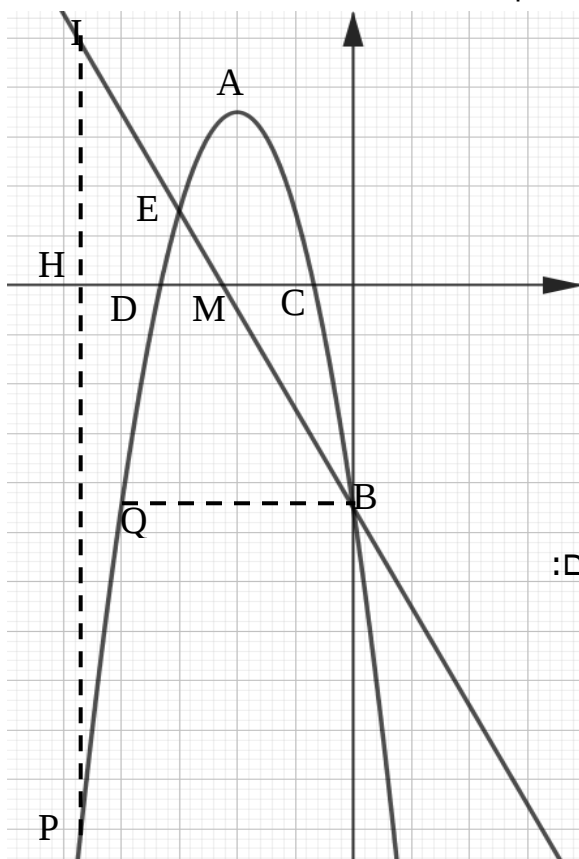
ו. רשום את משוואת הפרבולה.

ז. מצא נקודות החיתוך שלה עם ציר ה-X. (עגל עד 2 ספרות אחרי נק' עשרונית)

ח. במערכת הצירים הנתונה מטה, משורטט גרף של ישר מסעיף ד' המיצג את הפונקציה

$$g(x) = -2x - 9$$

הוסף לשרטוט את שיעורי הנקודות שמצאת בסעיפים הקודמים.



ט. מצא את שיעורי הנקודות E, M.

י. מצא תחום שבו מתקיימים שני התנאים:

פונקציה קווית שלילית ופונקציה ריבועית עולה.

יא. דרך נקודה B העבירו ישר המקביל לציר ה-x

ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה Q.

מצא את שיעורי נקודה Q.

יב. מצא את התחומים בהם מתקיימים אי השוויונים הבאים:

$$f(x) < g(x) \quad (1)$$

$$f(x) \leq -6 \quad (2)$$

$$g(x) > 3 \quad (3)$$

יג. נתון $IH = 9$. חשב אורך הקטע PH.

יד. נתון ישר $y = q$. עבור אילו ערכי q ישר חותך את

הפרבולה:

(1) רק בנקודה 1 (2) בשתי נקודות מעל ציר ה-X.

2. נתונה פונקציה $f(x) = a(x - p)^2 + k$.

ידוע כי פונקציה יורדת בתחום $x < 3$.

א. מהו קודקוד הפרבולה ?

ב. ערך הקיצון שמקבלת הפונקציה הוא (-16). רשום שיעורי נקודת הקיצון (הקודקוד).

ג. מהם ערכי הפרמטרים p, k ?

ד. נתונה משוואת הישר $-4x + 2y + 14 = 0$. מצא נקודת החיתוך של הישר זה עם ציר ה-Y.

ה. גרף הפרבולה נפגש עם הישר הנ"ל על ציר ה-Y. הראה בעזרת החישוב כי $a = 1$.

ו. רשום את משוואת הפרבולה.

ז. מצא נקודות החיתוך שלה עם ציר ה-X.

ח. במערכת הצירים הנתונה מטה, משורטט גרף של ישר מסעיף ד' המיצג את הפונקציה

$g(x) = 2x - 7$ ואת הפרבולה הנתונה.

הוסף לשרטוט את שיעורי הנקודות שמצאת בסעיפים הקודמים.

ט. מצא את שיעורי הנקודות M, F

י. מצא תחום שבו מתקיימים שני התנאים :

פונקציה קווית חיובית ופונקציה ריבועית עולה.

יא. דרך נקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה-x

ישר זה חותך את הפרבולה בנקודה E.

מצא את שיעורי נקודה E.

יב. מצא את התחומים בהם מתקיימים אי השוויונים הבאים:

$$f(x) < g(x) \quad (4)$$

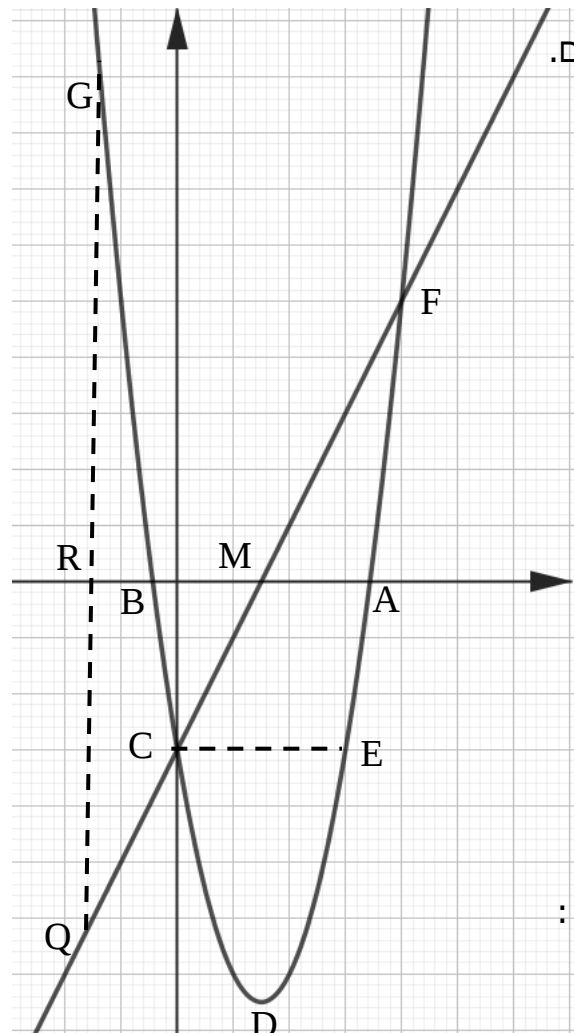
$$f(x) \leq -6 \quad (5)$$

$$g(x) > 3 \quad (6)$$

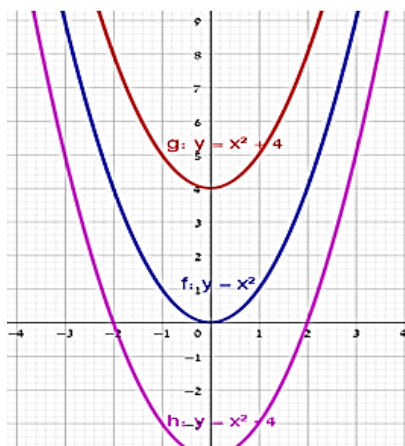
יג. נתון $RG=9$. חשב אורך הקטע GQ.

יד. נתון ישר $y = q$. עבור אילו ערכי q ישר חותך את הפרבולה :

(1) רק בנקודה 1 (2) בשתי נקודות מעל ציר ה-X.



פונקציה כללית – הזזות ושיקופים.



נתבונן בכמה מקרים מוכרים:

נתונה פונקציה $f(x) = x^2$

הגרפים הנוספים מייצגים את הפונקציות:

$f(x) - 4$

הזזה אנכית 4 יח' מטה

$f(x) + 4$

הזזה אנכית 4 יח' מעלה

משמעות אלגברית – לכל נקודה הנמצאת על גרף הפונקציה חדשה

$g(x) = f(x) + k$

משתנה ערך של Y :

שיעור ה- Y גודל ב- k אם $k > 0$ או

שיעור ה- Y קטן ב- k אם $k < 0$

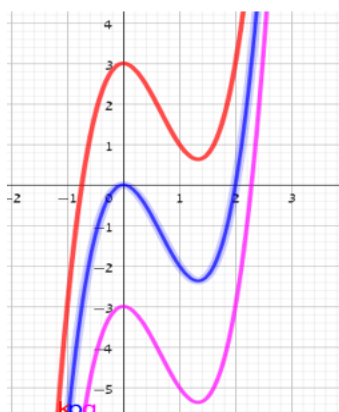
באופן כללי – כל פונקציה חדשה $g(x) = f(x) + k$

אשר מתקבלת ע"י הוספת מספר k

לפונקציה הקיימת $f(x)$ – מבחינה גרפית מתקבלת ע"י

הזזה אנכית של $f(x)$ ב- k יחידות

מעלה אם $k > 0$ או ב- k יחידות מטה אם $k < 0$



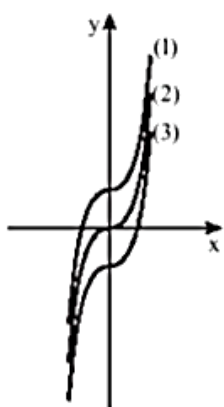
דוגמה נוספת: נתונה פונקציה $f(x) = 2x^3 - 4x^2$

$g(x) = f(x) + 3$

הזזה אנכית 3 יח' מעלה

$h(x) = f(x) - 3$

הזזה אנכית 3 יח' מטה



5. נתונות משוואות של שלוש פונקציות: $f(x) = x^5$, $g(x) = x^5 - 1$, $h(x) = x^5 + 1$.

לפניכם שלושה גרפים: (1), (2) ו-(3).

א. התאימו כל גרף לאחת המשוואות הנתונות.

ב. נועם מעוניין להזיז את הגרף של $g(x)$,

כדי לקבל את הגרף של $h(x)$.

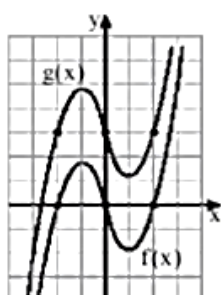
האם נכון לו להזיז את הגרף של $f(x)$

במקביל לציר ה- y או במאונך לציר ה- y ?

בכמה יחידות עליו להזיז את הגרף?

ג. נסמן: $k(x) = x^5 + m$. חשבו את ערך הפרמטר m ,

אם הנקודה (2;13) נמצאת על הגרף של $k(x)$.



6. לפניכם גרפים של שתי פונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

כל משבצת היא יחידה אחת. נתון: הגרף של $g(x)$

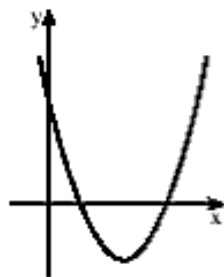
מתקבל על ידי הזזה אנכית של הגרף של $f(x)$.

א. נסמן: $g(x) = f(x) + k$. מהו הערך של k ?

ב. נתון: $f(18) = 30$. חשבו את $g(18)$.

ג. גיא טוען שהזזה אנכית אינה משנה את צורת הגרף,

אלא רק את מיקומו במערכת הצירים. האם הוא צודק?



9.

לפניכם גרף של פונקציה $f(x)$.

נקודת המינימום של הפונקציה היא $(-3; 4)$.

נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y היא $(0; 5)$.

א. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x) + 1$.

ב. מהי נקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$?

ג. מהי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- y ?

ד. שרטטו באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה $f(x)$

וסקיצה של הפונקציה $g(x)$.

ה. כמה נקודות אפס יש לפונקציה $g(x)$? אין צורך למצוא את שיעורי הנקודות (אם ישנן).

ו. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

ז. יואב טוען שהזזה אנכית אינה משנה את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

האם הוא צודק?

ח. האם גרף הפונקציה $h(x) = 1 + f(x)$, זהה לגרף הפונקציה $g(x) = f(x) + 1$?

ענו ללא חישובים.

ט. לגרף הפונקציה $i(x) = f(x) + k$ יש נקודת מינימום הנמצאת על ציר ה- x . מהו הערך של k ?

10.

לפניכם גרף של פונקציה $f(x)$. נקודת המקסימום של הפונקציה היא $(5; 4)$.

נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y היא $(0; -6)$.

הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x) - 4$.

א. מהי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$?

ב. מהי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- y ?

ג. שרטטו באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה $f(x)$

וסקיצה של הפונקציה $g(x)$.

ד. קבעו עבור כל טענה האם היא נכונה:

(1) הזזה אנכית משנה את שיעור ה- x של נקודת המקסימום.

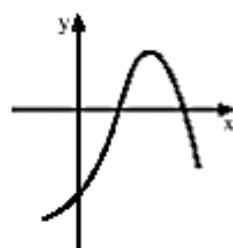
(2) הזזה אנכית משנה את שיעור ה- y של נקודת המקסימום.

ה. מגדירים פונקציה $h(x)$, המקיימת $h(x) = f(x) + c$.

(1) רשמו ערך של c , כך שהפונקציה $h(x)$ תהיה שלילית עבור כל ערך של x .

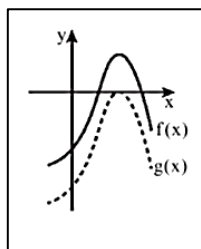
כמה אפשרויות תוכלו לרשום?

(2) מהו תחום הערכים של c , כך שהפונקציה $h(x)$ תהיה שלילית עבור כל ערך של x ?



5. א. $(1) - h(x)$, $(2) - f(x)$, $(3) - g(x)$. ב. 2 יחידות במקביל לציר ה- y , כלפי מעלה. ג. $m = -19$.

6. א. $k = 3$. ב. $g(18) = 33$. ג. גיא צודק.



10. א. $(5; 0)$ מקסימום.

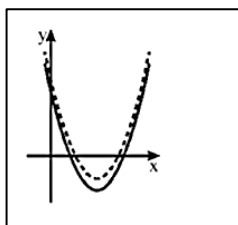
ב. $(0; -10)$.

ד. (1) הטענה אינה נכונה.

(2) הטענה נכונה.

ה. (1) $c = -7$. ישנן אינסוף אפשרויות.

(2) $c < -4$.



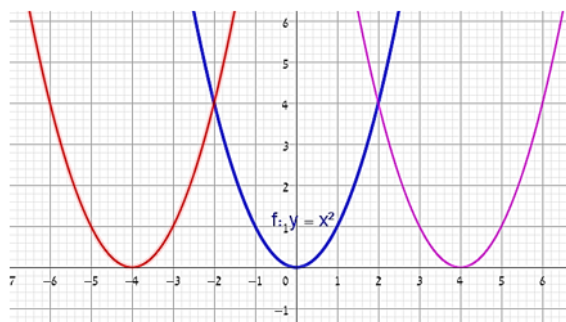
9. א. עלייה: $x > 4$, ירידה: $x < 4$.

ב. $(4; -2)$ מינימום.

ג. $(0; 6)$. ה. שתי נקודות אפס.

ו. עלייה: $x > 4$, ירידה: $x < 4$.

ז. יואב צודק. ח. כן. ט. $k = 3$.



נתבונן בכמה מקרים מוכרים:

נתונה פונקציה $f(x) = x^2$

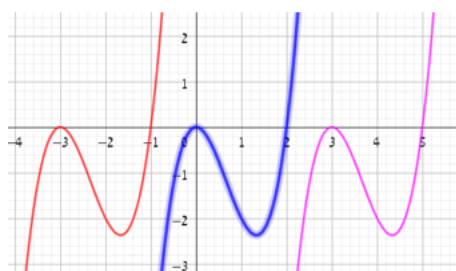
הגרפים הנוספים מייצגים את הפונקציות:

$$f(x-4)$$

הזזה אופקית 4 יח' ימינה

$$f(x+4)$$

הזזה אופקית 4 יח' שמאלה



דוגמה נוספת: נתונה פונקציה $f(x) = 2x^3 - 4x^2$

$$h(x) = f(x-3)$$

הזזה אופקית 3 יח' ימינה

$$g(x) = f(x+3)$$

הזזה אופקית 3 יח' שמאלה

משמעות אלגברית – לכל נקודה הנמצאת על גרף הפונקציה חדשה

$$g(x) = f(x+k)$$

משתנה ערך של x :

שיעור ה- x גודל ב- k אם $k < 0$ או
שיעור ה- x קטן ב- k אם $k > 0$

באופן כללי – כל פונקציה חדשה

אשר מתקבלת ע"י הוספת מספר k

לערכי ה- x של פונקציה קיימת – מבחינה גרפית מתקבלת ע"י

הזזה אופקית של $f(x)$ ב- k יחידות

שמאלה אם $k > 0$ או ב- k יחידות ימינה אם $k < 0$

9. לגרף הפונקציה $f(x)$, המתואר בציור, יש נקודות קיצון כאשר $x=3$ וכאשר $x=-3$,

ונקודות חיתוך עם ציר ה- x כאשר $x=7$, $x=0$ ו- $x=-7$.

הפונקציה $g(x) = f(x+4)$ מקיימת

א. מהם שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x ?

ב. רשמו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון

של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוג הקיצון.

ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

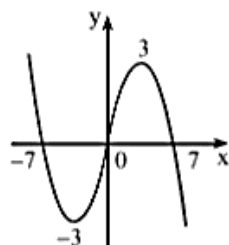
ד. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.

ה. האם גרף הפונקציה $g(x) = f(4+x)$ זהה לגרף הפונקציה $g(x) = f(x+4)$?

ו. דותן טוען שהזזה אופקית אינה משנה את נקודות האפס,

ואינה משנה את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציה. האם הוא צודק?

ז. לפונקציה $h(x) = f(x-a)$ יש נקודת קיצון שעל ציר ה- y . מצאו שתי אפשרויות לערך של a .



10. לגרף הפונקציה $f(x)$, המתואר בציור, יש נקודות קיצון

כאשר $x=3$, $x=0$ ו- $x=-3$, ונקודות אפס עבור $x=5$, $x=0$ ו- $x=-5$.

א. היעזרו בנתונים שעל הציור ומצאו את

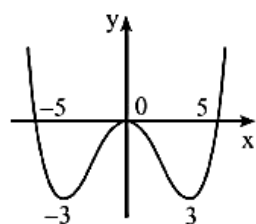
תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x) = f(x-1)$.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

ד. מצאו את התחומים שבהם $f(x)$ עולה וגם $g(x)$ יורדת.

ה. קרן טוענת שהזזה אופקית משנה את מספר נקודות הקיצון ואת שיעורי נקודות הקיצון. האם היא צודקת?



11. לפונקציה $f(x)$ יש נקודות קיצון כאשר $x=1$ ו- $x=3$,

ונקודות אפס עבור $x=1$ ו- $x=4$.

א. הפונקציה $h(x)$ מקיימת: $h(x) = f(x-a)$.

(1) מצאו את הערך של a ,

אם לפונקציה $h(x)$ יש נקודת מינימום כאשר $x=5$.

(2) עבור הערך של a , שמצאתם בתת סעיף א(1),

מצאו את שיעור ה- x של נקודת המקסימום של $h(x)$.

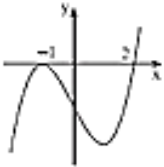
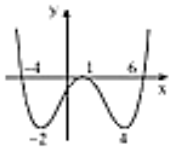
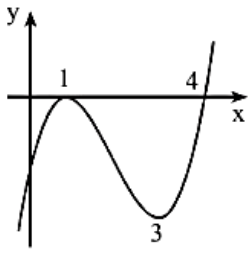
ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x) = f(x+2)$.

סמנו על הגרף את נקודות האפס של הפונקציה.

ג. נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x ,

ונסמן ב- S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

האם S_1 גדול מ- S , קטן ממנו או שווה לו?



ב.

10. א. עלייה: $x > 3$ או $-3 < x < 0$,

ירידה: $0 < x < 3$ או $x < -3$.

ג. עלייה: $x > 4$ או $-2 < x < 1$,

ירידה: $1 < x < 4$ או $x < -2$.

ד. $3 < x < 4$ או $-3 < x < -2$.

ה. קרן לא צודקת.

9. א. $(-11;0)$, $(-4;0)$, $(3;0)$.

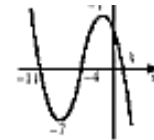
ב. $x = -1$ מקסימום, $x = -7$ מינימום.

ד. חיוביות: $-4 < x < 3$ או $x < -11$,

שליליות: $x > 3$ או $-11 < x < -4$.

ה. כן, ו. דותן לא צודק.

ז. $a = -3$ או $a = 3$.



ב.

11. א. $a = 2$ (1).

$x = 3$ (2).

ג. שווה לו.

פונקציה כללית – נקודות אפס, תחומי חיוביות ושליליות

שלבי עבודה:

1. מצא נקודות אפס של הפונקציה $f(x) = 0$ (או ע"י פירוק לגורמים או ע"י פתרון משוואה)

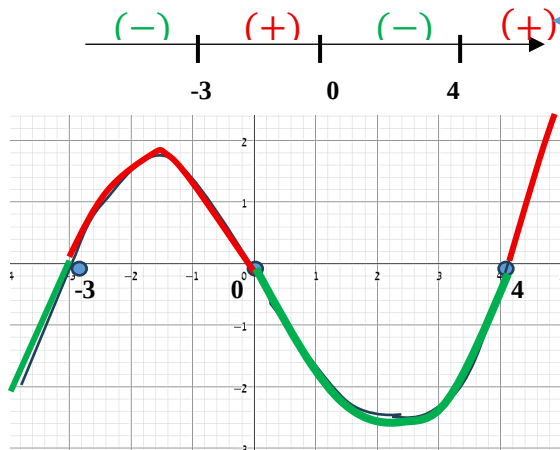
2. סמן את נקודות האפס על ציר המספרים לפי הסדר.

3. לבחור בכל תחום בין נק' אפס מספר

4. בדוק סימן של הפונקציה ע"י הצבת מספר שבחרתם:

תחום בו התקבל סימן חיובי - $f(x) > 0$. והגרף נמצא מעל ציר ה- x

תחום בו התקבל סימן שלילי - $f(x) < 0$. והגרף נמצא מתחת ציר ה- x



תחום בו התקבל סימן חיובי - $f(x) > 0$. והגרף נמצא

מעל ציר ה- x $-3 < x < 0$, $x > 4$

תחום בו התקבל סימן שלילי - $f(x) < 0$. והגרף נמצא

מתחת ציר ה- x $0 < x < 4$, $x < -3$

נתונה פונקציה

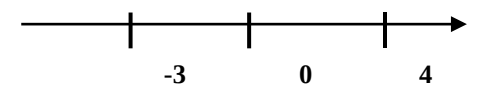
$$f(x) = x(x-4)(x+3)$$

נמצא נקודות אפס של הפונקציה $f(x) = 0$

$$x(x-4)(x+3) = 0$$

$$x = 0, x = 4, x = -3$$

נסמן את נקודות האפס על ציר המספרים לפי הסדר.



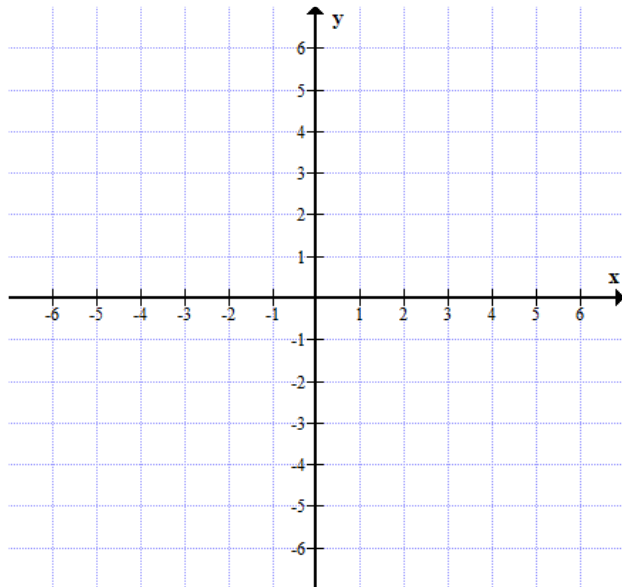
נבדוק סימן של הפונקציה ע"י הצבת מספר שבחרתם

$$f(-5) = (-)(-)(-) = (-)$$

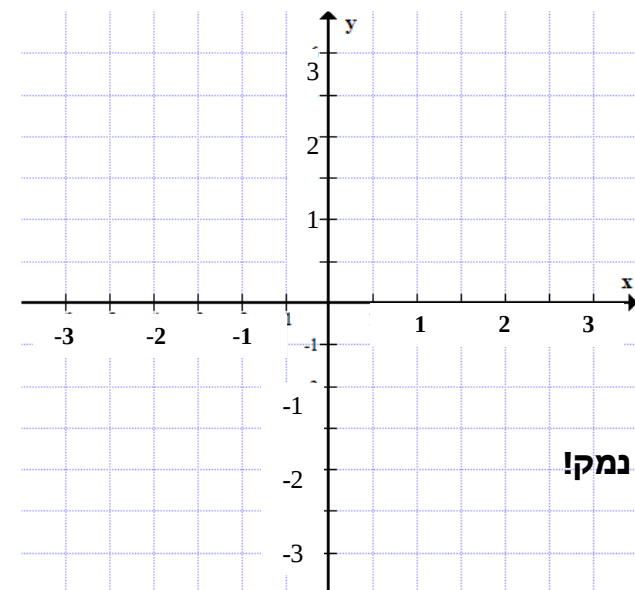
$$f(-1) = (-)(-)(+) = (+)$$

$$f(1) = (+)(-)(+) = (-)$$

$$f(5) = (+)(+)(+) = (+)$$



1. א. מצא את נקודות אפס של הפונקציה $f(x) = (x+4)(x-2)(x-5)$.
- ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה במערכת צירים (רמז: בדוק באיזה תחום הפונקציה שלילית ובאיזה תחום חיובית).
- ג. הסבר מדוע יש לפונקציה לפחות נקודת מינימום אחת ולפחות נקודת מקסימום אחת.



2. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$.

הפונקציה מוגדרת לכל x .

- א. מצא את נקודת החיתוך עם ציר ה- y .
- ב. מצא את נקודות החיתוך עם ציר ה- x .
- ג. האם ניתן לקבוע את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה? **בנימק תעזר באלגברה!**

- ד. נתון כי נקודה $(0.45, 0.65)$ היא נקודת מקסימום ונקודה $(2.2, -2.1)$ היא נקודת מינימום.

- ה. האם ניתן לקבוע את תחומי העליה וירידה של הפונקציה? **נמק!**
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

3. נתונות משוואות של שתי פונקציות: $f(x) = (x+1)(x+5)^4$, $g(x) = (x+1)^4(x+5)$.

א. (1) מצאו את נקודות האפס של כל פונקציה.

(2) קבעו עבור כל נקודת אפס שמצאתם בסעיף א',

האם היא נקודת חיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x ,

או שהיא נקודת קיצון של הפונקציה

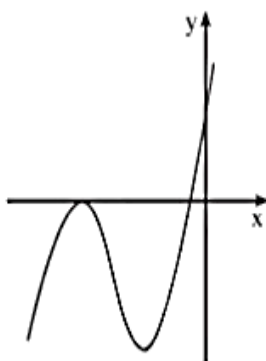
(שבה גרף הפונקציה משיק לציר ה- x).

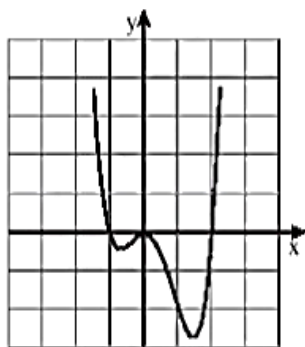
ב. בשרטוט שמשמאל מתואר גרף של פונקציה.

היעזרו בתשובותיכם לסעיפים קודמים, וקבעו אילו

מהפונקציות הנתונות מתוארת על ידי הגרף הנתון. נמקו.

ג. מצאו לאילו ערכי x מתקיים $f(x) < 0$.





4. בשרטוט שלפניכם נתון גרף של פונקציה.

כל משבצת היא יחידה אחת.

נתונים שני ייצוגים אלגבריים:

$$g(x) = x^2(x+1)(x-2), \quad f(x) = x(x+1)(x-2)$$

אחד הייצוגים מתאים לגרף הנתון.

א. מצאו את שיעורי נקודות האפס

של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

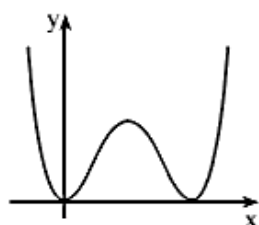
ב. קבעו איזה ייצוג אלגברי מתאים

לגרף הנתון. פתרו בשתי דרכים:

ג. כמה פתרונות יש למשוואה $2 \cdot g(x) + 2 = 0$.

5. נתונות משוואות של ארבע פונקציות: $f(x) = x^2(x-2)$, $g(x) = x(2-x)^2$

$$h(x) = x^2(x-2)^2, \quad i(x) = -x^2(x-2)^2$$



א. לכל ארבע הפונקציות יש אותן נקודות אפס.

מצאו את שיעורי נקודות האפס הללו.

ב. לפניכם גרף של פונקציה, המתאים לאחת המשוואות הנתונות.

התבוננו בגרף, וקבעו איזו משוואה הוא מתאר.

3. א. $(1; 0)$, $(-1; 0)$, $(-5; 0)$, $(2; 0)$ נקודת חיתוך, $(-5; 0)$ נקודת קיצון. ב. $f(x)$.

ג. $-1 < x < -5$ או $x < -5$.

4. א. $f(x)$: $(2; 0)$, $(0; 0)$, $(-1; 0)$; $g(x)$: $(2; 0)$, $(0; 0)$, $(-1; 0)$. ב. $g(x)$.

ג. שני פתרונות. ד. ארבעה פתרונות.

5. א. $(0; 0)$, $(2; 0)$. ב. $h(x)$.

6. נתונה הפונקציה $g(x)$ שמוגדרת לכל x . בנקודה $(3, -2)$ יש נקודת קיצון יחידה והיא מינימום.

א) קבעו מה נכון ומה לא נכון. נמק את תשובתך!

1. הפונקציה עולה בתחום $x > 3$ _____

2. הפונקציה יורדת בתחום $x < 3$ _____

3. גרף הפונקציה יכול לעבור בראשית הצירים _____

4. לפונקציה אין נקודות אפס _____

5. ישר $y = -3$ יש שתי נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה _____

6. למשוואה $y = -2$ יש פתרון יחיד. _____

אלגברה



חובה לפתור את התרגילים המסומנים ב-

משוואות ממעלה שניה

- 1) $\frac{3}{x^2+3x} - \frac{1}{3-x} = \frac{6}{x^2-9}$ $x \neq 0$
- 2) $\frac{x+2}{4x^2-1} - \frac{4x-1}{2x+1} = \frac{x}{2x-1} - 1$ $x = 0, x = 1$
- 3) $\frac{3}{2x-4} - \frac{3x}{x^2-4} + \frac{2x+1}{2x+4} = 0$ $x = 1, x = 2$
- 4) $\frac{1}{(x-5)^2} + \frac{x-3}{3(x-5)} = 5$ $x = 6, x = 4\frac{1}{7}$
- 5) $\frac{1}{(x+3)^2} + \frac{5}{x-3} - \frac{x+2}{x^2-9}$ $x = -2, x = -45$
- 6) $\frac{2x+1}{2x-3} + \frac{7x}{9-4x^2} = 1 + \frac{x-4}{2x+3}$ $x = 0, x = 6$
- 7) $\frac{x+1}{6x-4} + \frac{x+4}{3x+2} = 4 - \frac{10}{9x^2-4}$ $x = 1, x = -\frac{38}{63}$
- 8) $\frac{x-6}{x^2-25} - \frac{11}{x+5} = 1 + \frac{x}{15-3x}$ $x = 6, x = -18.5$
- 9) $\frac{x+1}{2x-3} - \frac{7}{2x+3} = \frac{5x+4}{4x^2-9}$ $x = 2, x = 5$
- 10) $5 - \frac{45}{4x^2-1} = \frac{3}{2x-1} - \frac{39}{2x+1}$ $x = 1, x = -4\frac{3}{5}$

במשוואות הבאות תיעזר/י בפירוק של תרינום ארוך על מנת למצוא מכנה משותף:

רק עבור התלמידים שמעוניינים להמשיך ב-5 יחל

11)	$\frac{60}{2x^2+x-3} - \frac{60}{2x^2-x-6} = \frac{15}{2-x}$	$x = 1.5, x = -3$
12)	$\frac{4x-3}{2x^2-3x+1} - \frac{8}{4x^2-1} = \frac{6x-5}{2x^2-x-1}$	$x = 1.5, x = 0$
13)	$\frac{14}{2x^2+4x-30} + \frac{9}{x^2+4x-21} = \frac{126}{-x^2-12x-35}$	$x = -3.8, x = 5$
14)	$\frac{4x+3}{x^2-x-6} - \frac{x}{3-x} = \frac{1}{x+1}$	

פתרון משוואות ע"י פירוק לגורמים.



חובה לפתור את התרגילים המסומנים ב-

1) $x^2 - 5x = 0$

$x = 0, x = 5$

2) $6x^2 - 3x = 0$

$x = 0, x = \frac{1}{2}$

3) $(x - 4)(5 + x) = 0$

$x = 4, x = -5$

4) $8x^3 - 24x^2 = 0$

$x = 0, x = 3$

5) $4x^4 + 14x^3 = 0$

$x = 0, x = -3.5$

😊 6) $(5 - x)(2 + x)(x - \frac{3}{4}) = 0$

$x = 5, x = -2, x = \frac{3}{4}$

7) $(15 - x)(x^2 - 4) = 0$

$x = 15, x = 2, x = -2$

😊 8) $(9 - x^2)(x + 13) = 0$

$x = 3, x = -3, x = -13$

😊 9) $x^7 - 4x^5 = 0$

$x = 0, x = 2, x = -2$

14) $x^4 + 6x^3 + 9x^2 = 0$

$x = 0, x = -3$

😊 15) $x^5 + 8x^4 + 15x^3 = 0$

$x = -5, x = -3, x = 0$

😊 16) $3x^4 + x^3 - 12x^2 - 4x = 0$

$x = 0, x = -\frac{1}{3}, x = \pm 2$

17) $x^4 + x^3 + x + 1 = 0^4$

$x = -1$

😊 18) $(-2x^2 - 3x + 2)(x + 1) = 0$

$x = \frac{1}{2}, x = -1, x = -2$

😊 19) $(x^2 - 2x - 8)(x^2 - 2x - 3) = 0$

$x = 3, -1, 2, -4$

20) $(x^2 + 5x)(-2x^2 + 6x - 5) = 0$

$x = 0, x = -5$

פתרון משוואות ע"י הצבה_ רק עבור התלמידים שמעוניינים להמשיך ב-5 יחל

דוגמא 1: $(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3 = 0$

1. יש לשים לב כי בתרגיל זה קיים ביטוי החוזר על עצמו פעמיים. לכן, נבחר לסמן אותו ב- t .
 $x^2 - 2x = t$

2. נציב במשוואה ונקבל משוואה חדשה עם נעלם t :

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

3. ניתן לפתור את המשוואה בעזרת פירוק של תרינום לגורמים:

$$(t - 3)(t + 1) = 0$$

$$t = 3 \quad t = -1$$

4. נציב את ערך ה- t בביטוי של שלב 1:

$$x^2 - 2x = 3$$

$$או \quad x^2 - 2x = -1$$

5. נפתור כל אחד מהמשוואות:

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$(x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = 3 \quad x = -1$$

$$x = 1$$

דוגמא 2: $(x^2 + x)(x^2 + x + 10) = 24$

6. יש לשים לב כי בתרגיל זה קיים ביטוי החוזר על עצמו פעמיים. לכן, נבחר לסמן אותו ב- t .
 $x^2 + x = t$

7. נציב במשוואה ונקבל משוואה חדשה עם נעלם t :

$$t(t + 10) = 24$$

8. נפתח סוגריים ונפתור את המשוואה בעזרת פירוק של תרינום לגורמים:

$$t^2 + 10t - 24 = 0$$

$$(t + 12)(t - 2) = 0$$

$$t = -12 \quad t = 2$$

9. נציב את ערך ה- t בביטוי של שלב 1:

$$x^2 + x = 12$$

$$או \quad x^2 + x = 2$$

10. נפתור כל אחד מהמשוואות:

$$x^2 + x + 12 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-47}}{2}$$

$$(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$x = -2 \quad x = 1$$

אין פתרון

במידה ולא ניתן לפרק תרינום, ניעזר בנוסחת השורשים:

רק עבור התלמידים שמעוניינים להמשיך ב-5 יחל

1. $(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12 = 0$
2. $(x^2 + 3x)^2 - 14(x^2 + 3x) + 40 = 0$
3. $(2x^2 - 5x)^2 - 2x^2 + 5x - 6 = 0$
4. $(x^2 + 2x - 1)^2 - 9(x^2 + 2x - 1) + 14 = 0$
5. $(x^2 - 6x + 3)^2 + 7(x^2 - 6x + 3) + 10 = 0$
6. $\left(x + \frac{6}{x}\right)^2 - 12\left(x + \frac{6}{x}\right) + 35 = 0$
7. $2\left(x + \frac{1}{x-1}\right)^2 - 3\left(x + \frac{1}{x-1}\right) - 9 = 0$
8. $(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 1) + 3 = 0$
9. $(x^2 + x)(x^2 + x + 10) = 24$
10. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x + \frac{1}{x}\right) - 2 = 0$
11. $(2x^2 - 7x)^2 + 2x^2 - 7x = 20$
12. $\left(\frac{x^2 + 12}{x}\right)^2 + 15\left(\frac{x^2 + 12}{x}\right) + 56 = 0$

תשובות:

- 1) -2,3,-1,2
- 2) -5,2,-4,1
- 3) 0.5,2,-0.5,3
- 4) -4,2,-3,1
- 5) 5,1,4,2
- 6) 1,6,2,3
- 7) 2,0.5,-1
- 8) 1,-1,-2
- 9) 1,-2
- 10) 1
- 11) -0.5,1,4,2.5

פתרון משוואות ע"י צימצום.

(פרק לגורמים את המונה ואת המכנה וצמצם את השבר)

	משוואה	תשובות
1.	$\frac{x^3 - 9x}{x - 3} = 10$	$x = -5, x = 2$
2.	$\frac{x^3 - 4x}{x + 2} = 3$	$x = -1, x = 3$
3.	$\frac{x^2 - 4}{x + 2} = x^2 - 14$	$x = -3, x = 4$

רק עבור
התלמידים
שמעוניינים
להמשיך ב-5 יחל

רק עבור התלמידים שמעוניינים להמשיך ב-5 יחל



חובה לפתור את התרגילים המסומנים ב-

משוואות דו-ריבועיות. (להעזר בהצבת t במקום x^2)

😊 1) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

$x = \pm 3, x = \pm 2$

2) $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$

$x = \pm 2$

3) $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$

$x = \pm 3$

4) $x^4 - 21x^2 + 80 = 0$

$x = \pm 4, x = \pm \sqrt{5}$

😊 6) $3x^4 - 8x^2 + 5 = 0$

$x = \pm 1, x = \pm \sqrt{\frac{5}{3}}$

😊 7) $x^2(x^2 - 9) + 5 = x^2 - 4$

$x = \pm 1, x = \pm 3$

😊 8) $\frac{x^2+2}{x^2-2} = 2x^2 - 5$

$x = \pm 1, x = \pm 5$

משוואות ממעלה שנייה ומעלה- סיכום.

בחר/י באחד מהשיטות המתאימות לפתרון המשוואה: פירוק לגורמים, צמצום, הצבת t .

משוואות	תשובות
1) $x^2 - 5x = 0$ 😊	$x = 0, 5$
2) $3x^4 - 8x^2 + 5 = 0$ 😊	$x = \pm 1, \pm \sqrt{\frac{5}{3}}$
3) $(\frac{x^2+12}{x})^2 - 15(\frac{x^2+12}{x}) + 56 = 0$ 😊	$x = 6, 2, 4, 3$
4) $(9 - x^2)(x + 13) = 0$	$x = 3, x = -3, x = -13$
5) $\frac{x^3 - 9x}{x - 3} = 10$ 😊	$x = 2, x = -5$
6) $(t^2 - 2t)^2 - 11(t^2 - 2t) + 24 = 0$	$t = 3, -1, 4, -2$
7) $x^5 + 8x^4 + 15x^3 = 0$ 😊	$x = -5, x = -3, x = 0$
8) $\frac{x^2 - 4}{x + 2} = x^2 - 14$	$x = 4, -3$
9) $(x^2 - 2x - 8)(x^2 - 2x - 3) = 0$	$x = 3, -1, 2, -4$
10) $x^4 - 21x^2 + 80 = 0$	$x = \pm 4, x = \pm \sqrt{5}$
11) $(x + \frac{4}{x})^2 - (x + \frac{4}{x}) - 20 = 0$ 😊	$x = -1, -4, 2$
12) $3x^4 + x^3 - 12x^2 - 4x = 0$ 😊	$x = 0, x = -\frac{1}{3}, x = \pm 2$

שיטות שונות לפתרון מערכת משוואות

פיתרון בשיטת השוואת מקדמים. - גם לתלמידי 4,5 יחל (חובה לפתור כל תרגיל איזוגי)

מס'	תרגיל	תשובה	מס'	תרגיל	תשובה
1	$\begin{cases} 3x - 4y = 32 \\ 3x + 7y = 10 \end{cases}$	(8, -2)	4	$\begin{cases} 7x - 5y = 2 \\ -10x + 9y = 12 \end{cases}$	(6, 8)
2	$\begin{cases} -4x - 3y = 10 \\ 2x - y = -20 \end{cases}$	(-7, 6)	5	$\begin{cases} 5x + 7y = -12 \\ -4y + 9x = -5 \end{cases}$	(-1, -1)
3	$\begin{cases} 7x - 2y = 13 \\ -3x + 4y = 7 \end{cases}$	(3, 4)	6	$\begin{cases} 7x - 9y = 10 \\ 11x - 12y = 20 \end{cases}$	(4, 2)

פתרון מערכת משוואות (כולל מציאת מ"מ בתהליך הפישוט) - חובה לתלמידי 5 יח"ל רק זוגיים

מס'	תרגיל	תשובה	מס'	תרגיל	תשובה
1	$\begin{cases} \frac{x-3y}{4} - \frac{x-y}{5} = -y \\ \frac{x+y}{8} - \frac{x-3y}{6} = -1 \end{cases}$	(9, -1)	4	$\begin{cases} \frac{3x+y}{6} - \frac{2x-4}{5} = 1 \\ \frac{x-1}{3} - \frac{y+9}{-2} = -(y-2) \end{cases}$	(7, -3)
2	$\begin{cases} \frac{y-x}{4} - \frac{y-1}{3} = x+1 \\ \frac{3+y}{5} + \frac{y-3x}{2} = y \end{cases}$	(-1, 7)	5	$\begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{5y+8}{4} = 5 \\ \frac{2x+1}{7} = y - \frac{4y+1}{3} \end{cases}$	(3, -4)
3	$\begin{cases} \frac{3x+y}{6} - \frac{2x-4}{5} = 1 \\ \frac{x-1}{3} - \frac{y+9}{-2} = -(y-2) \end{cases}$	(7, -3)	6	$\begin{cases} \frac{2(x-3)}{7} + \frac{y-2}{4} = \frac{4x-5}{14} \\ 3(2y-x) - 2y + 14 = 0 \end{cases}$	(10, 4)

אי שוויונים.

שלבי עבודה:

1. לאפס אגף הימני של אי שוויון
 2. מצא נקודות אפס של הביטוי באגף שמאלי (ע"י פירוק לגורמים או פתרון משוואה)
 3. סמן את נקודות האפס על ציר המספרים לפי הסדר.
 4. אם סימן של אי שוויון הוא $\leq$ או $\geq$ סמן נקודות אפס בנקודה מלאה, אם לא – אז בנקודה ריקה.
 5. בדוק סימן של הביטוי ע"י הצבת מספר כל שהו מהתחום הנבדק
 6. בחר את התחומים בהם התקבל סימן שמתאים לסימן של אי שוויון. ורשום את התוצאה.
- ❖ באי שוויון רציאונלי צריך לסמן על הציר גם נקודות אפס של המכנה ותמיד בנקודה ריקה.

דוגמא 1

$$x^3 - 8x^2 + 15x \geq 0$$

1. נפרק לגורמים את האגף השמאלי:

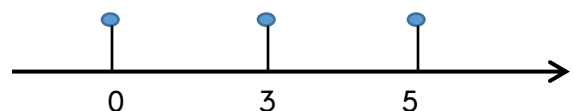
$$x(x^2 - 8x + 15) \geq 0$$

$$x(x - 3)(x - 5) \geq 0$$

נקודות אפס הן:

$$x = 0 \quad x = 3 \quad x = 5$$

2. נסמן אתן על ציר המספרים בנקודה מלא כי :



3. נבדוק סימן של הביטוי ע"י הצבת

מספר מכל תחום:

• עבור $x < 0$ נציב (-1) :

$$(-)(-)(-) = -$$

• עבור $0 < x < 3$ נציב 1:

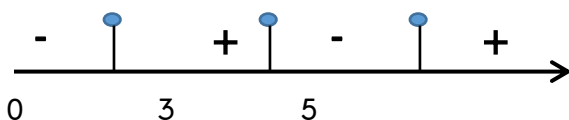
$$(+)(-)(-) = +$$

• עבור $3 < x < 5$ נציב 4:

$$(+)(+)(-) = -$$

• עבור $x > 5$ נציב 6:

$$(+)(+)(+) = +$$

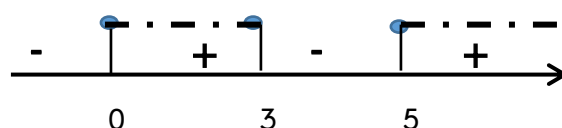


4. תחומים המתאימים לסימן של אי שוויון

הם אלה שבהם התקבל +.

לכן, הפתרונות הם:

$$0 \leq x \leq 3, \quad x \geq 5$$



**תרגילים – ל-4 יח"ל חובה כל התרגילים מס' 1-14, ל-5 יחל חובה לפתור את כל התרגילים האי זוגיים.
אי שוויונים ריבועים:**

מס'	תרגיל	תשובה	מס'	תרגיל	תשובה
1	$x^2 - 2x - 15 < 0$	$-3 < x < 5$	8	$3x^2 - 48 > 0$	$x < -4 \quad x > 4$
2	$x^2 - 6x + 5 > 0$	$x < 1 \quad x > 5$	9	$x^2 - 20x + 100 \leq 0$	$x=10$
3	$-x^2 - x + 20 \leq 0$	$x \leq -5 \quad x \geq 4$	10	$x^2 + 4x + 3 \leq 0$	$-3 \leq x \leq -1$
4	$x^2 - 4x \geq 0$	$x \leq 0 \quad x \geq 4$	11	$-x^2 + 10x - 21 > 0$	$x > 7, x < 3$
5	$4x^2 - 20x + 25 < 0$	אף X	12	$x^2 + 8x + 16 \geq 0$	כל X
6	$x^2 - 4x + 4 > 0$	$x \neq 2$	13	$2x^2 + 18 \leq 0$	אף X
7	$-x^2 - 5 < 0$	כל X	14	$-x^2 + 10x - 25 < 0$	$x \neq 5$

אי שוויונים ממעלה שלישית ומעלה: חובה רק ל-5 יח"ל

מס'	תרגיל	תשובה	מס'	תרגיל	תשובה
1	$x^3 - 10x^2 + 25x > 0$	$x \neq 5 \quad x > 0$	5	$(x-4)^2(x-2)(x-7) < 0$	$2 < x < 7, x \neq 4$
2	$x^4 - 4x^2 \geq 0$	$x = 0, x \leq -2, x \geq 2$	6	$(2x^2 - 5x + 2)(x-2) \leq 0$	$x \leq 0.5, 2 \leq x \leq 7$
3	$(x-4)^2(1-x) \geq 0$	$x = 4, x \leq 1$	7	$(x^2 - 2x + 1)(x-7) < 0$	$x \neq 1, x < 7$
4	$x^4 - 81 > 0$	$x < -3 \quad x > 3$			

אי שוויונים רציונליים: (חשב! אסור לבטל מכנה משותף!) חובה רק ל-5 יח"ל

מס'	תרגיל	תשובה	מס'	תרגיל	תשובה
1	$\frac{x-6}{4(x+2)} \geq 0$	$x \geq 6, x < -2$	5	$\frac{x^2 - 2x + 1}{x-7} < 0$	$x < 7, x \neq 1$
2	$\frac{x^2 - 7x + 10}{x+1} > 0$	$x > 5, -1 < x < 2$	6	$\frac{1-x^2}{25-10x+x^2} < 0$	$x < -1, x > 1, x \neq 5$
3	$\frac{1-x}{x^2-x-6} \leq 0$	$x > 3, -2 < x \leq 1$	7	$\frac{x^2 - 15x + 36}{x^2 - x - 6} \leq 0$	$x \neq 3, -2 < x \leq 12$
4	$\frac{8}{x^2 - 6x + 8} < 0$	$2 < x < 4$	8	$\frac{x^2 - 10x + 21}{x^2 - 4x + 7} < 0$	$3 < x < 7$

שברים אלגבריים

(רק עבור תלמידים המעוניינים להמשיך ב-5 יח.)

נושא ללמידה עצמית. מבוסס על נושא "פירוק לגורמים"

הגדרה: שבר שהמונה והמכנה שלו הם תבניות מספר נקרא שבר אלגברי. למשל:

$$\frac{5-a^3}{7a+4}, \frac{x+3}{2x}, \text{ שגיאה! הסימניה אינה מוגדרת. } \frac{7y-y^3c}{c^2+3y}$$

צימצום שברים אלגבריים . (כמו צמצום שברים פשוטים)
שלבי עבודה:

1. פרק את המונה וגם את המכנה (אם ניתן) לגורמים בדרך המתאימה.
2. צמצם את השבר בגורם המשותף שמופיע גם במונה וגם במכנה.
3. רשום את התוצאה.

שימו לב! כל עוד מונה ומכנה לא מפורקים לגורמים – לא ניתן לבצע צמצום!

$$\text{דוגמא 1: נתון שבר אלגברי: } \frac{6m^2-2m}{36m^2-4}$$

1. נפרק לגורמים את המונה ואת המכנה:

במונה ניתן להוציא ג"מ $2m$ ואז במונה נקבל: $2m(3m-1)$

ובמכנה ניתן קודם להוציא ג"מ 4 $4(9m^2-1)$

ואז לפרק לפי הפרש ריבועים $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$$4(9m^2-1) = 4(3m-1)(3m+1)$$

2. נרשום כל הפירוקים בתוך השבר הנתון:

$$\frac{6m^2-2m}{36m^2-4} = \frac{2m(3m-1)}{4(9m^2-1)} = \frac{2m(3m-1)}{4(3m-1)(3m+1)}$$

3. ניתן לראות שגם במונה וגם במכנה מופיע אותו גורם $(3m-1)$
לכן, מותר לנו לצמצם את השבר בגורם זה.

$$\frac{6m^2-2m}{36m^2-4} = \frac{2m(3m-1)}{4(9m^2-1)} = \frac{2m\cancel{(3m-1)}}{4\cancel{(3m-1)}(3m+1)} = \frac{2m}{4(3m+1)}$$

$$\text{דוגמא 2: } \frac{a^2-5a+6}{2a^3-8a}$$

1. נפרק לגורמים את המונה ואת המכנה:

המונה ניתן לפרק כתרינום: $a^2 - 5a + 6 = (a-2)(a+3)$ ובמכנה קודם להוציא ג"מ $2a$

$$\frac{a^2-5a+6}{2a^3-8a} = \frac{(a-2)(a+3)}{2a(a^2-4)}$$

ואז נמשיך לפרק את המכנה לפי הפרש ריבועים: $a^2 - 4 = (a-2)(a+2)$

$$\frac{a^2 - 5a + 6}{2a^3 - 8a} = \frac{(a-2)(a+3)}{2a(a^2-4)} = \frac{(a-2)(a+3)}{2a(a-2)(a+2)}$$

2. רואים כי גם במונה וגם במכנה מופיע גורם משותף $(a-2)$, לכן, נצמצם בו:

$$\frac{a^2 - 5a + 6}{2a^3 - 8a} = \frac{(a-2)(a+3)}{2a(a^2-4)} = \frac{\cancel{(a-2)}(a+3)}{2a\cancel{(a-2)}(a+2)} = \frac{a+3}{2a(a+2)}$$

צמצם שברים אלגבריים. (מומלץ להיעזר בשלבי עבודה ודוגמאות)

1. $\frac{2xy+2}{3x^2}$

2. $\frac{3x^2y+6x^3}{3x^2}$

3. $\frac{m^3+m^2}{m+1}$

4. $\frac{xy + xc}{x^2}$

5. $\frac{3m^2-3my}{m-y}$

6. $\frac{12a^2b+6ab^2}{2a+b}$

7. $\frac{m^3-m}{m}$

8. $\frac{2x-2y}{2}$

9. $\frac{6a^4-6ab^3}{a^3-b^3}$

10. $\frac{d^3c^3+d^2c^2+dc}{5dc^2}$

11. $\frac{4x^2-4}{x^2+2x-3}$

12. $\frac{x^2+2x-15}{x^2+6x+5}$

13. $\frac{ax+ac+bx+bc}{2a+2b}$

14. $\frac{a^3-2a^2-15a}{2a^2-18}$

15. $\frac{100-49b^2}{10+7b}$

16. $\frac{25b^2-1}{(5b-1)(5b+1)}$

17. $\frac{a^5-ac^2}{5a^2-5c}$

18. $\frac{x^2-6x+9}{(x-3)^2}$

19. $\frac{x^2+5x+6}{(x+3)^2}$

20. $\frac{2a^3-24a^2+72a}{a^3-36a}$

1	$xy + 1$	11	$\frac{4(x+1)}{x+3}$
2	$y + 2x$	12	$\frac{x-3}{x+1}$
3	m^2	13	$\frac{x+c}{2}$
4	$\frac{y+c}{x}$	14	$\frac{a(a-5)}{2(a-3)}$
5	$3m$	15	$10-7b$
6	$6ab$	16	1
7	$m^2 - 1$	17	$\frac{a^2+c}{5}$
8	$x - y$	18	1
9	$6a$	19	$\frac{x+2}{x+3}$
10	$\frac{d^2c^2+dc+1}{5c}$	20	$\frac{2(a-6)}{a+6}$

תשובות:

כפל שברים אלגבריים.

שלבי עבודה:

1. פרק כל מונה וכל מכנה לגורמים (אם ניתן) בדרך המתאימה.
2. צמצם את השברים בגורם המשותף שמופיע גם במונה וגם במכנה של אחד מהשברים. (ניתן לצמצם גם באלכסון)
3. כפול את הגורמים שנשארו לאחר הצימצום במונה – המכפלה תהיה המונה של התוצאה
4. כפול את הגורמים שנשארו לאחר הצימצום במכנה – המכפלה תהיה המכנה של התוצאה.

דוגמה 1:

בשבר הראשון לא ניתן לבצע פירוקים
בשבר השני: מונה נפרק לפי תרינום
ובמכנה נוציא גורם משותף 2

$$\frac{2m+c}{m-2} \cdot \frac{m^2+5m-14}{4m+2c} =$$

$$\frac{(2m+c)}{(m-2)} \cdot \frac{(m+7)(m-2)}{2(2m+c)} =$$

ניתן לצמצם את המכפלה בגורמים המשותפים שמופיעים גם במונה וגם במכנה: $(2m+c)$
 $\cdot (m-2)$

$$= \frac{\cancel{(2m+c)}}{\cancel{(m-2)}} \cdot \frac{(m+7)\cancel{(m-2)}}{2\cancel{(2m+c)}}$$

לאחר הצימצום, נכפיל את הגורמים שנותרו במונה ואת הגורמים שנותרו במכנה:

$$\frac{1 \cdot (m+7) \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{m+7}{2}$$

דוגמה 2:

$$\frac{a^2-16}{a^2+2a+1} \cdot \frac{a^2-1}{3a-12} = \frac{(a-4)(a+4)}{(a+1)(a+1)} \cdot \frac{(a-1)(a+1)}{3(a-4)} = \frac{(a+4)(a-1)}{3(a+1)}$$

כפול את השברים הבאים: (נא להיעזר בשלבי עבודה ובדוגמאות)

1) $\frac{x+y}{x^2-2x+1} \cdot \frac{3x-3}{4x+4y}$

2) $\frac{2a+b}{a-2} \cdot \frac{a^2+5a-14}{4a+2b}$

3) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{x-3}$

4) $\frac{a^2+ab}{a-b} \cdot \frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$

5) $\frac{x^2+x-2}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{3x+6}$

6) $\frac{4c^4-9}{a^2+20a+19} \cdot \frac{2a+38}{2c^2-3}$

7) $\frac{x^2y^2-1}{5x-10} \cdot \frac{x^2+x-6}{2x^2y^2+2xy}$

8) $\frac{a^2-4a+4}{36-k^6} \cdot \frac{(6-k^3)^2}{a^2-2a}$

9) $\frac{m^2-n^2}{m^2+20m+19} \cdot \frac{5m^2+5m}{(m+n)^2}$

10) $\frac{x^2+x-2}{x^2-81} \cdot \frac{2x+18}{x^2-6x+5}$

11) $\frac{a^2+2a+1}{b^2-16} \cdot \frac{3b-12}{a^2-1}$

12) $\frac{a^2m^2-3am^2}{8ac^2-12a^2c} \cdot \frac{6c-9a}{a^2-9}$

$$13) \frac{2x^3-8x}{5a+5b} \cdot \frac{ab+2a+b^2+2b}{2x+4} \quad 14) \frac{6a^2b+6ab^2}{x^2-2x-8} \cdot \frac{x+2}{3a+3b}$$

תשובות :

1	$\frac{3}{4(x-1)}$	8	$\frac{(a-2)(6-k^3)}{a(6+k^3)}$
2	$\frac{a+7}{2}$	9	$\frac{5(m-n)}{(m+19)(m+n)}$
3	$\frac{x-2}{x-1}$	10	$\frac{2(x+2)}{(x-9)(x-5)}$
4	a	11	$\frac{3(a+1)}{(b+4)(a-1)}$
5	$\frac{(x-1)(x+2)}{3}$	12	$\frac{3m^2}{4(a+3)}$
6	$\frac{2(2c^2+3)}{a+1}$	13	$\frac{(x-2)(b+2)}{5}$
7	$\frac{(xy-1)(x+3)}{10xy}$	14	$\frac{ab}{3(x-4)}$

חילוק שברים אלגבריים.

שלבי עבודה:

1. על מנת לחלק שבר בשבר הפוך את החילוק לכפל ואת השבר השני להופכי לו. (כמו בחילוק של שברים פשוטים)
2. חזור על שלבי עבודה של כפל שברים אלגבריים.

למשל:

$$\frac{a-5}{a+3} : \frac{a^2-25}{3a+9} = \frac{a-5}{a+3} \cdot \frac{3a+9}{a^2-25} = \frac{(a-5)}{(a+3)} \cdot \frac{3(a+3)}{(a-5)(a+5)} = \frac{3}{a+5}$$

חלק את השברים הבאים: (נא להיעזר בשלבי עבודה ובדוגמאות).

$$\star 1) \frac{m^2+2m+1}{3k+6} : \frac{m+1}{k^2-4}$$

$$\star 2) \frac{3ab-7ac}{m+2} : \frac{5a}{m^2-4}$$

$$3) \frac{10a-4}{9x^2-1} : \frac{16-100a^2}{6x+2}$$

$$4) \frac{a^2-3a+10}{x^2-4} : \frac{a^2-25}{x^2-2x-8}$$

$$\star 5) \frac{6x+12}{a^2-1} : \frac{x^2+5x+6}{a^2+3a+2}$$

$$6) \frac{5x+5}{a^2+2a+1} : \frac{x^3+20x^2+19x}{10a^3-10a}$$

$$\star 7) \frac{x^2+4x+3}{x^2-1} : \frac{2x+6}{(x+1)^2}$$

$$\star 8) \frac{k^2-7k+12}{x^2+5x+6} : \frac{k^2-4k+3}{x^2+4x+4}$$

$$\star 9) \frac{m^2+2m-15}{c+b} : \frac{m^2-9}{4bc^2+4b^2c}$$

$$\star 10) \frac{3x-3b}{x^2-4} : \frac{x^2-xb+2x-2b}{2x-4}$$

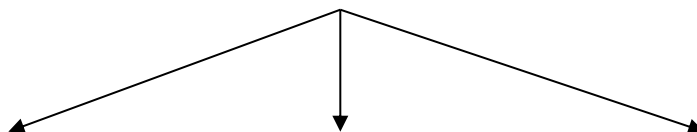
$$11) \frac{5a-20}{a^3-9a} : \frac{a^2-8a+16}{a^2-3a}$$

$$12) \frac{mx-my}{m^2(x^2-y^2)} : \frac{m}{mx+my+2x+2y}$$

תשובות :

1	$\frac{(m+1)(c-2)}{3}$	7	$\frac{(x+1)^2}{2(x-1)}$
2	$\frac{(3b-7c)(a-2)}{5}$	8	$\frac{(k-4)(x+2)}{(x+3)(k-1)}$
3	$-\frac{4}{(3x-1)(4+5a)}$	9	$\frac{4bc(m+5)}{m+3}$
4	$\frac{(a+2)(x-4)}{(x-2)(a+5)}$	10	$\frac{6}{(x+2)^2}$
5	$\frac{6(a+2)}{(a-1)(x+3)}$	11	$\frac{5}{(a+3)(a-4)}$
6	$\frac{50a(a-1)}{x(a+1)(x+19)}$	12	$\frac{m+2}{m^2}$

שברים אלגבריים.

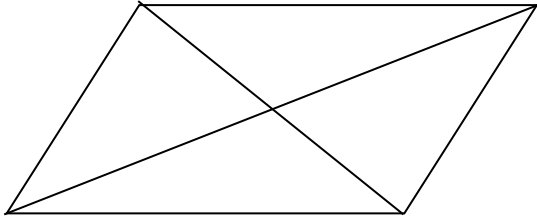


חילוק של שברים	כפל של שברים	צמצום שברים
להפוך חילוק לכפל ולבצע לפי שלבים של כפל: דוגמא: $\frac{2a-12}{6} \div \frac{a^2-6a}{4a} = \frac{2(a-6)}{6} \cdot \frac{4a}{a(a-6)} =$ $= \frac{2(a-6) \cdot 4a}{6a(a-6)} = \frac{4}{3}$	4. לפרק לגורמים גם מכנה וגם מונה. 5. לצמצם בגורם המשותף שמופיע אחד במונה והשני במכנה (אפשר של שברים שונים) 6. להכפיל את הגורמים שנארו לאחר הצמצום : מונה במונה ומכנה במכנה דוגמא: $\frac{a+2}{a+3} \cdot \frac{3a+9}{a^2-4} = \frac{a+2}{a+3} \cdot \frac{3(a+3)}{(a+2)(a-2)} =$ $= \frac{(a+2) \cdot 3 \cdot (a+3)}{(a+3)(a+2)(a-2)} = \frac{3}{a-2}$	1. לפרק לגורמים את המכנה וגם את המונה. 2. לצמצם בגורם המשותף שמופיע אחד במונה והשני במכנה 3. לרשום את הגורמים שנותרו. דוגמא: $\frac{m^2+2m-8}{m^2-16} = \frac{(m+4)(m-2)}{(m+4)(m-4)} = \frac{m-2}{m-4}$

תכונות המרובעים

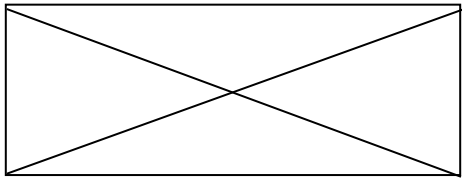
סיכום

תכונות המקבילית:



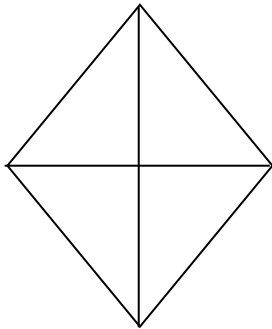
- (א) המקבילית היא מרובע שבו כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו (הגדרת המקבילית).
- (ב) במקבילית כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.
- (ג) במקבילית כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו.
- (ד) במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.

תכונות המלבן:



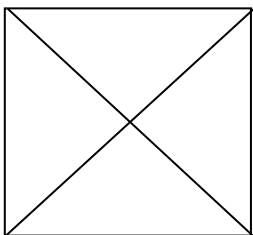
- (ה) מלבן הוא מרובע שכל זוויותיו שוות (הגדרת המלבן).
- (ו) מלבן הוא מרובע ששלוש מזוויותיו הן ישרות.
- (ז) אלכסוני המלבן שווים זה לזה.
- המלבן הוא מקבילית ולכן יש לו את כל תכונות המקבילית (א-ד).

תכונות המעוין:



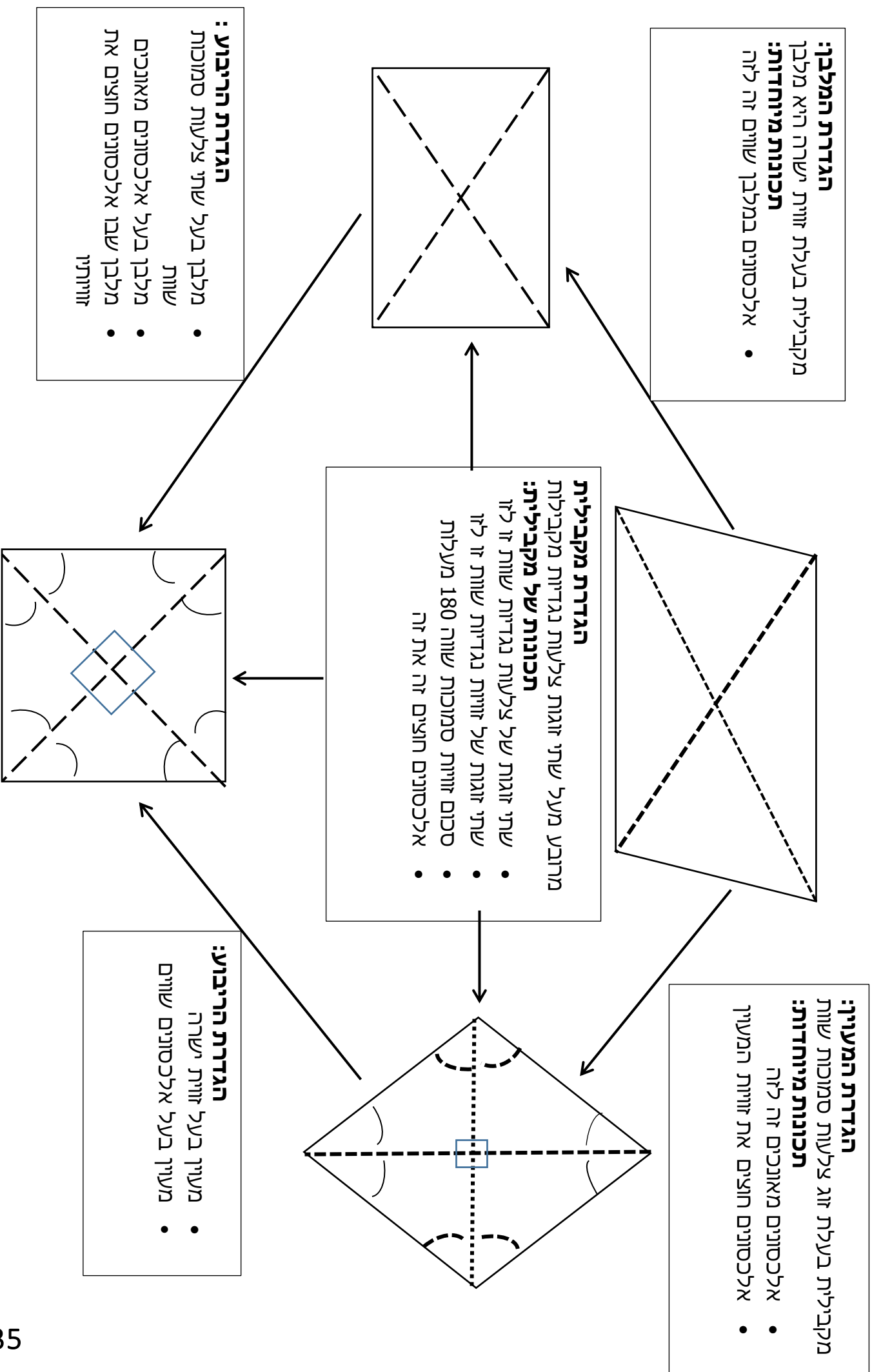
- (ח) מעוין הוא מרובע שכל צלעותיו שוות (הגדרת המעוין).
- (ט) במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה.
- (י) האלכסונים במעוין חוצים את זוויות המעוין.
- המעוין הוא מקבילית ולכן יש לו את כל תכונות המקבילית (א-ד).

תכונות הריבוע:



- (יא) ריבוע הוא מרובע שצלעותיו שוות וזוויותיו שוות.
- ריבוע הוא מקבילית שהיא גם מלבן וגם מעוין. לכן יש לריבוע את התכונות של המקבילית, של המלבן ושל המעוין, כלומר התכונות א-ד, ה-ז, ח-ט.

תרשים מקביליות



משפטים הפוכים:

מרובע הוא מקבילית אם:

- (1) כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
- (2) כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.
- (3) כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו.
- (4) יש זוג של צלעות נגדיות שהן גם שוות וגם מקבילות.
- (5) האלכסונים חוצים זה את זה.

מרובע הוא מלבן אם הוא:

- (1) כל זוויותיו שוות.
- (2) מקבילית בעלת זווית ישרה.
- (3) מקבילית שאלכסוניה שווים.
- (4) מקבילית בעלת שתי זוויות סמוכות שוות.
- (5) מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה ושווים זה לזה.

מרובע הוא מעוין אם הוא:

- (1) מרובע שכל צלעותיו שוות.
- (2) מקבילית בעלת שתי צלעות סמוכות שוות.
- (3) מקבילית שאלכסוניה מאונכים זה לזה.
- (4) מקבילית שהאלכסונים שלה הם גם חוצי הזווית שלה.
- (5) מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה.

מרובע הוא ריבוע אם הוא:

- (1) מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו שוות.
- (2) מלבן שהוא גם מעוין.
- (3) מרובע שאלכסוניו שווים זה לזה, חוצים זה את זה ומאונכים זה לזה.

טרפז הוא:

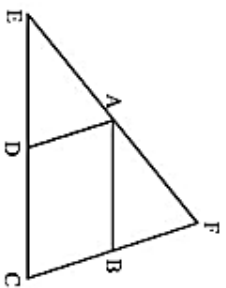
מרובע שיש בו זוג אחד בלבד של צלעות מקבילות.

אוסף התרגילים מעמ' 37-46 הוא רק עבור תלמידי 5 יח"ל.

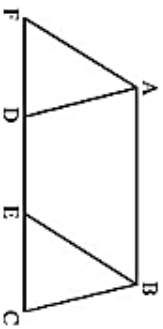
מספר התרגילים בפרק "גיאומטריה" הוא רב. ולכן, כל תלמיד יתרגל לפחות 50% מתוך תלמידים המעוניינים להגיע ל- 5 יח"ל מחוייבים לפתור את כל התרגילים עם *.
זכרו! תרגול רב וחזרה – ישפרו את רמת המיומנויות בנושא.

אוסף התרגילים בעמודים 47-52 הוא רק עבור תלמידי 4 יח"ל.

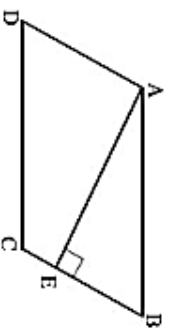
זכרו! תרגול רב וחזרה – ישפרו את רמת המיומנויות בנושא.



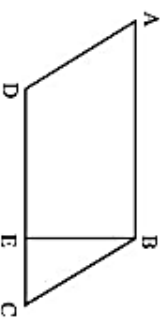
16. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 ו- F הן נקודות הנמצאות על המשכי הצלעות CD ו- CB. נתון: $AF = AB$.
 א. הוכח: $AE = DE$.
 ב. הוכח: AD חוצה את הזווית BAE.



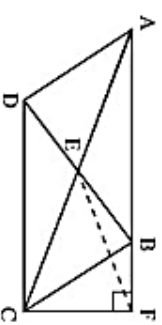
17. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הם מקבילית.
 הוכח: $FD = CE$.



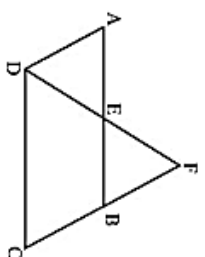
18. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 AE הוא הגובה לצלע BC.
 נתון: $\angle D = 60^\circ$.
 הוכח: $BE = \frac{1}{2} DC$.



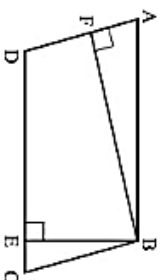
19. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 BE הוא גובה לצלע DC.
 נתון: $\angle ADC = 120^\circ$, $BC = 4$ ס"מ.
 היקף המקבילית הוא 24 ס"מ.
 חשב את אורך הקטע DE.
 תשובה: 6 ס"מ.



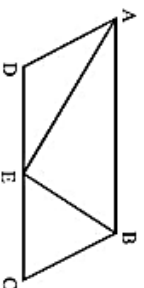
20. הנקודה E היא מפגש האלכסונים במקבילית ABCD. נקודה F על המשך הצלע AB.
 נתון: $CF \perp AF$.
 הוכח: $AE = FE$.



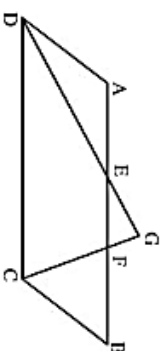
11. הנקודה E נמצאת על הצלע AB של מקבילית ABCD. המשך הקטע DE חותך את המשך הצלע CB בנקודה F.
 נתון: $BF = BC$.
 הוכח: $AE = \frac{1}{2} DC$.



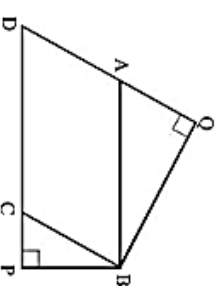
12. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 ו- F הם נקודות הנמצאות על המשכי הצלעות CD ו- CB. נתון: $AF = AB$.
 א. הוכח: $AE = DE$.
 ב. הוכח: AD חוצה את הזווית BAE.



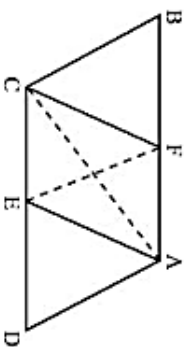
13. במקבילית ABCD הצלע AB ארוכה פי 2 מהצלע BC. הנקודה E נמצאת באמצע הצלע DC.
 א. הוכח: AE חוצה את הזווית BAD.
 ב. הוכח: $AE \perp BE$.



14. הנקודות E ו- F נמצאות על הצלע AB של מקבילית ABCD.
 המשכי הקטעים DE ו- CF נפגשים בנקודה G. נתון: $AD = AE = BF$.
 הוכח: $DG \perp CG$.

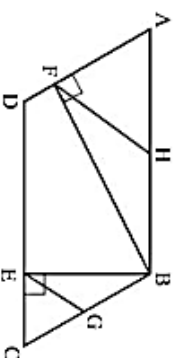


15. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 נתון: $BQ \perp DQ$, $BP \perp DP$.
 א. הוכח: $\angle BCD = \angle PBQ$.
 ב. נתון: $\angle ABC = 2\angle ABQ$.
 חשב את $\angle BAD$.
 תשובה: ב. 120° .



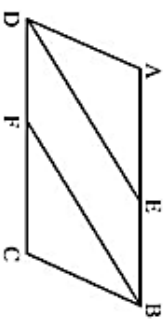
- המרובע ABCD הוא מקבילית.
 א. הוכח: $AE \parallel CF$.
 ב. הוכח: נקודת מפגש האלכסונים של המרובע AECF היא נקודת מפגש האלכסונים של המקבילית ABCD.

21



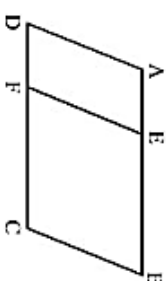
21. BE ו-FH הם גבהים במקבילית ABCD.
 הנקודות G ו-H הן אמצעי הצלעות BC ו-AB בהתאמה.
 הוכח: $\angle BGE = \angle BHF$.

21



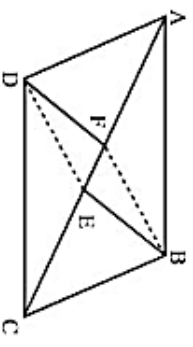
- המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הקטעים DE ו-BF חוצים את הזווית ADC ו-CBA בהתאמה.
 הוכח: המרובע EBF D הוא מקבילית.

22



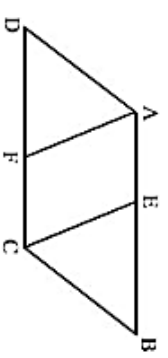
22. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-DC של מקבילית ABCD.
 נתון: $EF \parallel AD$.
 א. הוכח: המרובע ADFE הוא מקבילית.
 ב. הוכח: $BE = CF$.

22



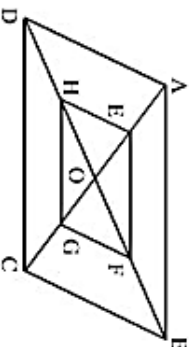
- המרובע ABCD הוא מקבילית.
 BE חוצה את הזווית ABC ו-DF חוצה את הזווית ADC.
 הוכח: המרובע BEDF הוא מקבילית.

23



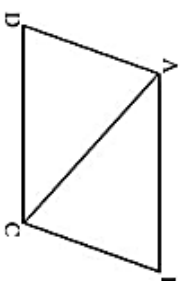
23. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-CD בהתאמה. נתון: $AF \parallel CE$.
 א. הוכח: המרובע AECF הוא מקבילית.
 ב. הוכח: $\angle DAF = \angle BCE$.

23



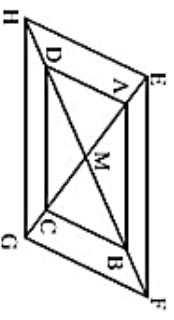
- אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים בנקודה O. הנקודות E, F, G ו-H הן נמצאות באמצעי הקטעים DO ו-BO, CO ו-AO בהתאמה.
 הוכח: המרובע EFGH הוא מקבילית.

24



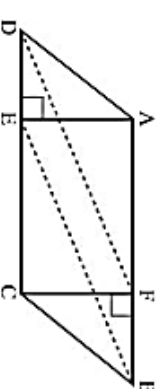
24. במרובע ABCD נתון: $\angle BAC = 35^\circ$, $\angle DAC = 70^\circ$, $\angle B = 75^\circ$.
 הוכח: המרובע ABCD הוא מקבילית.

24



- המרובע ABCD הוא מקבילית.
 אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה M.
 הנקודות E, F, G ו-H הן נמצאות על המשכי האלכסונים AC ו-BD.
 נתון: $AE = CG$, $BF = DH$.
 הוכח: המרובע EFGH הוא מקבילית.

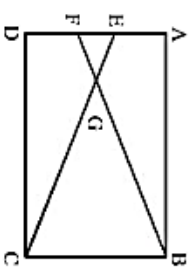
25



25. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הנקודה F היא נקודה על הצלע AE.
 א. הוכח: המרובע DEBF הוא מקבילית.
 ב. הוכח: $\angle DCF \cong \angle BAE$.

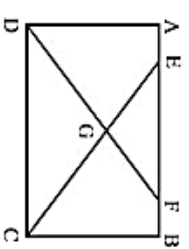
25

מלבן



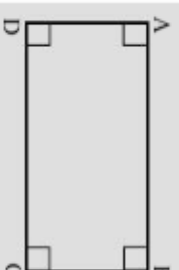
הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע AD של מלבן ABCD. הקטעים CE ו-BF נפגשים בנקודה G. נתון: $CE = BF$.
א. הוכח: $AE = DF$.
ב. הוכח: $GE = GF$.

6.



הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע AB של מלבן ABCD. הקטעים CE ו-BF נפגשים בנקודה G. נתון: $AE = BF$.
א. הוכח: $DG = CG$.
ב. הוכח: מרחק הנקודה F מהקטע CE שווה למרחק הנקודה E מהקטע DF.

7. ■

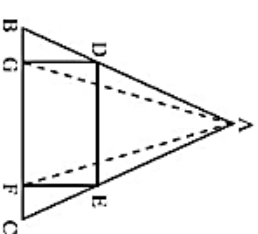
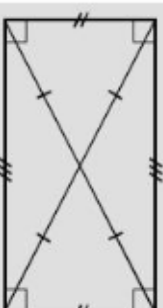


הגדרה: מרובע שכל זוויותיו ישירות נקרא מלבן.

למשל, בציר מתואר מלבן ABCD ולכן מתקיים: $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$.

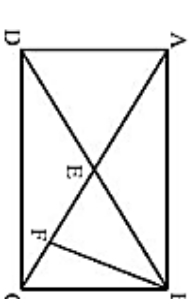
תכונות המלבן

- (1) כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו (מקבילות זו לזו).
 - (2) כל אחת מזוויות המלבן היא בת 90° .
 - (3) האלכסונים חוצים זה את זה (שווים זה לזה).
- (4) אלכסוני המלבן יוצרים ארבעה משולשים שווים-שוקיים.



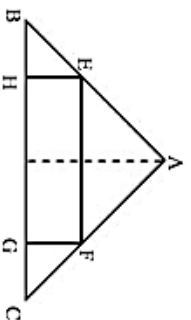
המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$). המלבן DEFG חסום בתוך המשולש. הוכח: $AG = AF$.

8.



אלכסוני המלבן ABCD נפגשים בנקודה E. F היא נקודה על הקטע CE. נתון: $AB = AF$.
הוכח: $\angle AED = 4\angle FBC$.

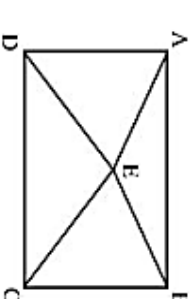
3.



המשולש ABC הוא שווה-זווית ושווה-שוקיים ($\angle BAC = 90^\circ$). המלבן EFGH שהיקפו 16 ס"מ חסום בתוך המשולש. אורך הגובה המורד מקדקוד A לצלע BC הוא 5 ס"מ. חשב את אורך הקטע EH.

תשובה: 2 ס"מ.

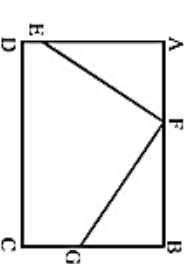
9.



הנקודה E נמצאת בתוך מלבן ABCD. נתון: $DE = CE$.
א. הוכח: $AE = BE$.
ב. נתון: $\angle BCE = 55^\circ$, $\angle AEB = 130^\circ$. חשב את הזווית BEC.

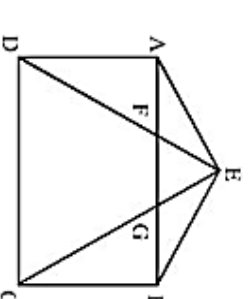
תשובה: ב. 60° .

4.



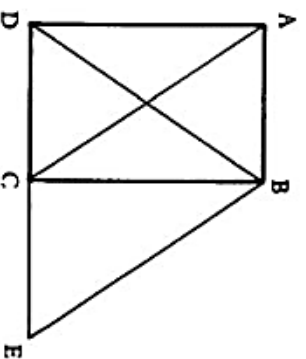
הנקודות E ו-F, G נמצאות על צלעות המלבן ABCD. נתון: $AF = BG$, $AE = BF$.
א. הוכח: $\angle AFE = \angle BGF$.
ב. הוכח: $EF \perp GF$.

10. ■

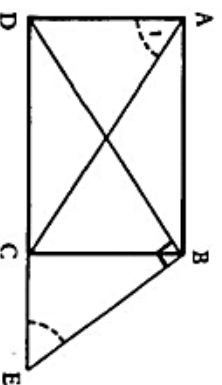


המרובע ABCD הוא מלבן. הנקודה E נמצאת מחוץ למלבן כך ש- $AE = BE$.
א. הוכח: $DE = CE$.
ב. הוכח: $EF = EG$.

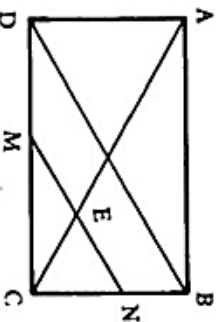
5.



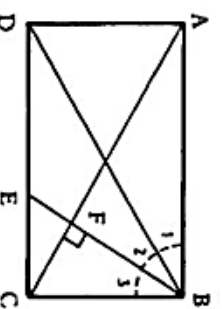
- 14) המרובע ABCD הוא מלבן.
נתון: BE מקביל ל-AC.
הוכח: א. ABEC מקבילית.
ב. המשולש BDE הוא שווה שוקיים.



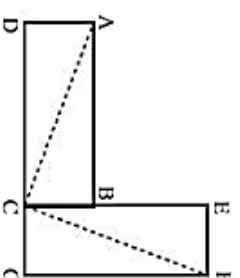
- 15) המרובע ABCD הוא מלבן.
נתון: BE מאונך ל-BD.
($\angle DBE = 90^\circ$).
א. הוכח: $\angle A_1 = \angle E$.
ב. האם המשולשים DBE ו-ADC חופפים? נמק.



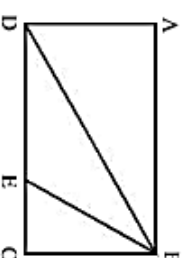
- 16) הקטע AM מקביל לאלכסון BD במלבן ABCD.
הוכח: א. $AE + EN = BD$.
ב. $ME = EN$.



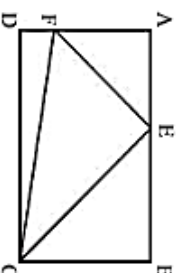
- 17) במלבן ABCD נתון:
BE מאונך לאלכסון AC, $DE = BE$.
א. הוכח: $\angle B_1 = \angle B_2 = \angle B_3$.
ב. נתון: $\angle AD = 8^\circ$.
חשב את $\angle FC$ ואת $\angle AF$.



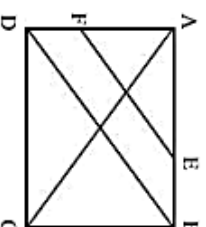
11. בנייר מתוארים שני מלבנים זהים - מלבן ABCD ומלבן CEFG.
הוכח: $AC \perp CF$.



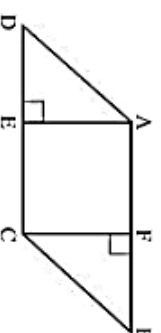
12. הנקודה E נמצאת על הצלע DC של מלבן ABCD. נתון: $BE = DE$.
א. הוכח: BD חוצה את הזווית ABE.
ב. הנקודה F היא אמצע הקטע BE.
הוכח: $\angle BFC = 4 \cdot \angle ABD$.



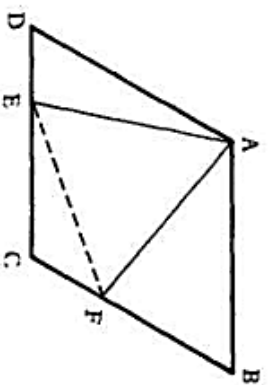
13. המרובע ABCD הוא מלבן. הנקודה E נמצאת על הצלע AB כך ש- $BC = BE$. הנקודה F נמצאת על הצלע AD כך ש- $AE = AF$.
א. הוכח: $FE \perp CE$.
ב. נקודה G היא אמצע הקטע CF.
הוכח: $GD = GE$.



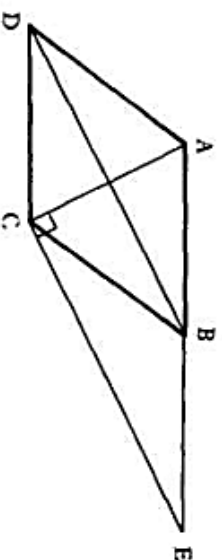
14. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-AD של מלבן ABCD.
נתון: $FE \parallel BD$.
הוכח: האלכסון AC חוצה את הקטע FE.



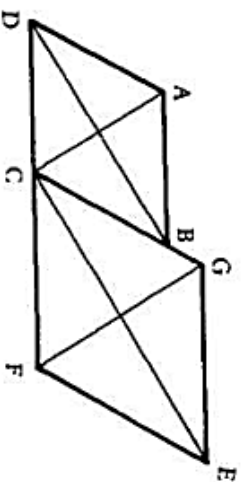
15. המרובע ABCD הוא מקבילית.
נתון: AE ו-CF הם גבהים במקבילית.
הוכח: המרובע AECF הוא מלבן.



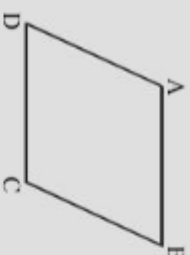
במעוין ABCD שזוויות החדה שלו 60°
 נתון: $DE = CF$
 א. הוכח: $AE = AF$
 ב. הוכח: המשולש AEF שווה צלעות.



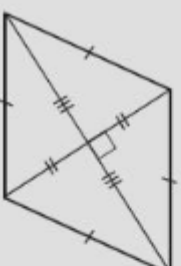
המרחב ABCD הוא מעוין.
 נתון: CE מאונך ל-AC.
 הוכח: $DB = CE$



המרחבים ABCD ו-GFCD הם מעוינים.
 א. הוכח: $DB \parallel EC$
 ב. $\angle ACE = 90^\circ$



המדרה: מרובע שכל צלעותיו שוות נקרא מעוין.
 למשל, בציר מתואר מעוין ABCD
 ולכן מתקיים: $AB = BC = CD = DA$

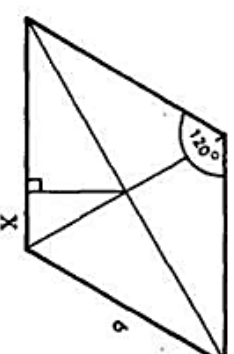
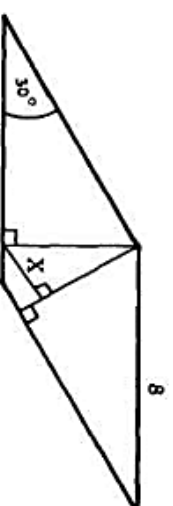


תכונות המעוין
 (1) כל צלעות המעוין שוות זו לזו.
 (2) כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
 (3) כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו
 וכל שתי זוויות סמוכות משלימות
 זו את זו ל- 180° .
 (4) האלכסונים חוצים זה את זה, מאונכים
 זה לזה וחוצים את זוויות המעוין.

מעוין

(דעור בתכונותיו של

חשב את אורך הקטע x בכל אחד מהמעוינים הבאים

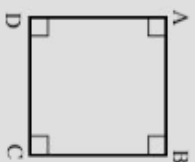


משולש שווהזווית הן $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$:
 א. ב.

ריבוע

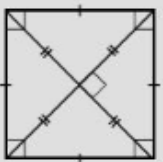
הגדרה: מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו ישרות נקרא ריבוע.

למשל, בעיור מתואר ריבוע ABCD
ולכן מתקיים: $AB = BC = CD = DA$, $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$.



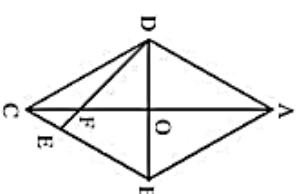
תכונות הריבוע

- (1) כל צלעות הריבוע שוות זו לזו.
- (2) כל אחת מזוויות הריבוע היא בת 90° .
- (3) כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
- (4) אלכסוני הריבוע חוצים זה את זה, מאונכים זה לזה, שווים זה לזה וחוצים את זווית הריבוע.



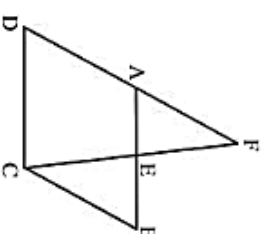
6.

- אלכסוני המעוין ABCD
נפגשים בנקודה O.
נתון: $DE = 2OF$, $OF = \frac{1}{2}DB$.
חשב את זווית המשוש CFE.
תשובה: 45° , 22.5° , 112.5° .



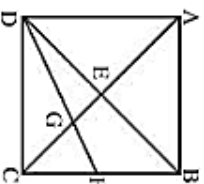
7.

- מרובע ABCD הוא מעוין.
הנקודה E נמצאת באמצע הצלע AB.
המשכי הקטעים CE ו-DA
נפגשים בנקודה F.
הוכח: $DF = 4BE$.



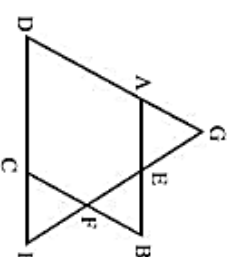
2.

- אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה E.
DF חוצה את הזווית BDC.
AC ו-DF נחתכים בנקודה G.
א. חשב את הזווית DGE.
ב. הוכח: $AD = AG$, $CG = CF$.
תשובה: א. 67.5° .



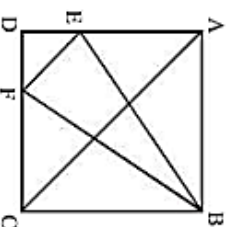
8.

- מרובע ABCD הוא מעוין.
הנקודות E ו-F הן אמצעי הצלעות AB ו-BC בהתאמה.
א. הוכח: $GE = FH$.
ב. חשב את היחס $CF : DG$.
תשובה: ב. 1:3.



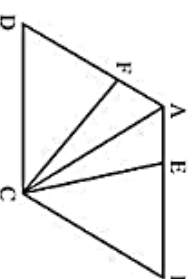
7.

- הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AD ו-DC של ריבוע ABCD.
נתון: $BE = BF$. הוכח: $EF \parallel AC$.



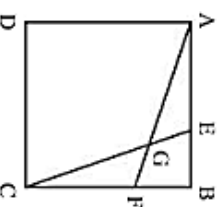
9.

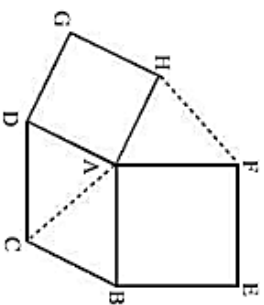
- הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-AD של מעוין ABCD.
נתון: $\angle BCE = \angle DCF$.
הוכח: $FE \parallel DB$.



10.

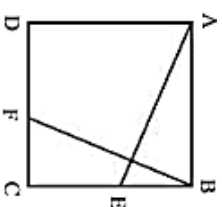
- בריבוע ABCD הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-BC בהתאמה. נתון: $BE = BF$.
א. הוכח: $AF = CE$.
ב. הוכח: המרובע AGCD הוא דלתון.





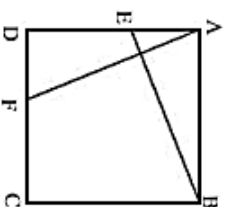
15. המרובע ABCD הוא מקבילית.
על הצלעות AB ו-AD בונים
ריבועים ABEF ו-ADGH.
הוכח: $\triangle FAH \cong \triangle ABC$.

15.

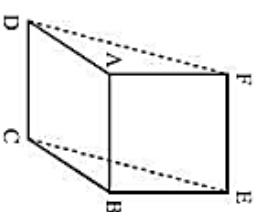


10. בריבוע ABCD הנקודות E ו-F
נמצאות על הצלעות BC ו-CD
בהתאמה. נתון: $AE = BF$.
א. הוכח: $\angle BAE = \angle CBF$.
ב. הוכח: $AE \perp BF$.

11. בריבוע ABCD, הנקודות E ו-F
נמצאות על הצלעות AD ו-DC
בהתאמה. נתון: $AF \perp BE$.
א. הוכח: $AF = BE$.
ב. הוכח: $DE + DF = BC$.

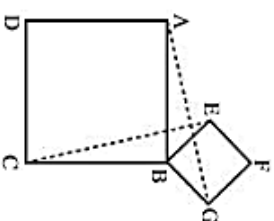


12. המרובעים ABCD ו-BEFG
הם ריבועים.
א. הוכח: $AG = CE$.
ב. הוכח: $AG \perp CE$.

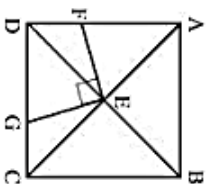


16. המרובע ABCD הוא מקבילית.
המרובע ABEF הוא ריבוע.
א. הוכח: המרובע DCEF הוא מקבילית.
ב. הוכח: $\triangle ADF \cong \triangle BCE$.

16.



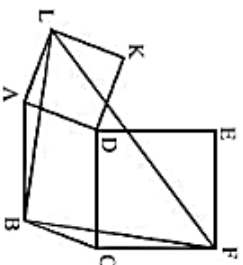
12. המרובעים ABCD ו-BEFG
הם ריבועים.
א. הוכח: $AG = CE$.
ב. הוכח: $AG \perp CE$.



14. אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה E.
הנקודות F ו-G נמצאות על הצלעות
AD ו-DC בהתאמה. נתון: $EF \perp EG$.
א. הוכח: $EF = EG$.
ב. נתון: $\angle EGC = 35^\circ$.
חשב את זוויתו של המשולש DFE.

14.

תשובה: ב. $45^\circ, 105^\circ, 30^\circ$.



13. המרובע ABCD הוא מקבילית.
על הצלעות AD ו-DC בנ
ריבועים ADKL ו-DEFC.
א. הוכח: $BF = BL$.
ב. הוכח: $BF \perp BL$.

13.

טרפז

מרובע שיש בו זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות וזוג אחד של צלעות נגדיות שאינן מקבילות, נקרא טרפז.



שתי הצלעות הנגדיות המקבילות (AB ו-DC) נקראות בסיסי הטרפז. שתי הצלעות הנגדיות שאינן מקבילות (AD ו-BC) נקראות שוקי הטרפז.

הערות:

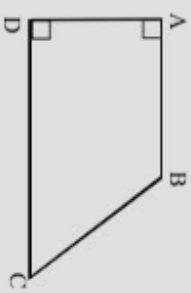
א. סכום הזוויות שליד כל שוק בטרפז שווה ל- 180° , כלומר $\angle A + \angle D = 180^\circ$, $\angle B + \angle C = 180^\circ$ (לפי המשפט: זוויות חד-צדדיות בין ישרים מקבילים משלימות זו את זו ל- 180°).

טרפז ישר-זווית

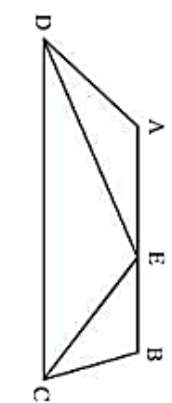
טרפז שבו זווית אחת היא זווית ישרה נקרא טרפז ישר-זווית.

הערות:

1. מכיוון שבבסיסי הטרפז מקבילים זה לזה, הרי נקבל שבטרפז ישר זווית שתי הזוויות שליד השוק הקצרה הן זוויות ישרות ($\angle A = \angle D = 90^\circ$).
2. השוק הקצרה בטרפז (השוק AD) שווה לגובה הטרפז.

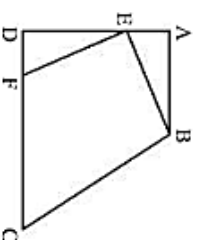


11. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$).



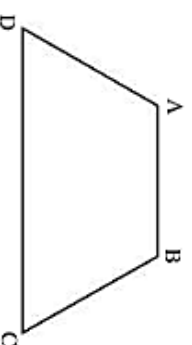
הנקודה E נמצאת על הבסיס AB כך ש-DE חוצה את הזווית ADC ו-CE חוצה את הזווית BCD.
הוכח: $AB = AD + BC$.

13. המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית



($AD \perp DC$, $AB \parallel DC$).
הנקודה E נמצאת על השוק AD. נתון: $BE = EF$, $AB = DE$.
הוכח: $BE \perp EF$.

20. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$).



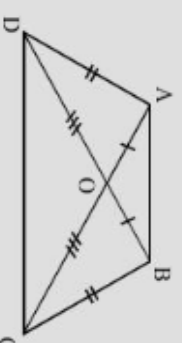
נתון: $AD = AB = BC = \frac{1}{2}DC$.
א. הוכח: $\angle BCD = 60^\circ$.
ב. הוכח: $\angle DCA = 30^\circ$.
ג. הוכח: $AC \perp AD$.

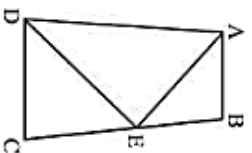
טרפז שווה-שוקיים

טרפז שבו השוקיים שוות זו לזו נקרא טרפז שוקיים.

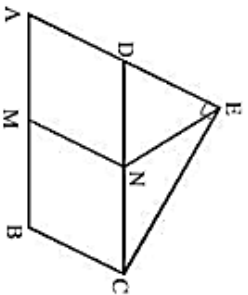
תכונות טרפז שווה-שוקיים:

- הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו ($\angle BAD = \angle ABC$, $\angle ADC = \angle BCD$).
- האלכסונים שווים זה לזה ($AC = BD$).
- האלכסונים חותכים זה את זה, כך שקטעייהם היוצאים מאותו בסיס שווים זה לזה ($AO = BO$, $CO = DO$).

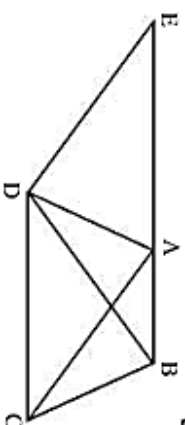




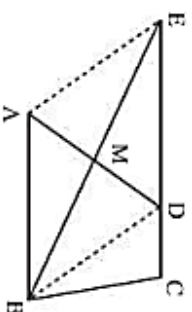
25. המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel DC)$. הנקודה E נמצאת על השוק BC כך שמתקיים $AB = BE$, $DC = CE$.
א. הוכח: $AE \perp DE$.
ב. נקודה F נמצאת נאמצע השוק AD. הוכח: $DF = EF$.



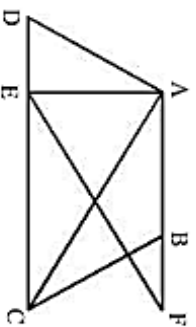
26. הצלע AB במקבילית ABCD גדולה פי שניים מהצלע AD. CE הוא גובה לצלע AD. הנקודות N ו-M הן אמצעי הצלעות DC ו-AB. הוכח: המרובע AMNE הוא טרפז שווה-שוקיים. שבו אורך השוק שווה לאורך הבסיס הקטן.



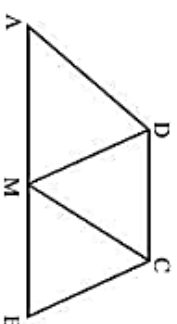
21. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים $(AD = BC, AB \parallel DC)$. E היא נקודה על המשך הבסיס AB. נתון: $AE = DC$.
הוכח: $DB = DE$.



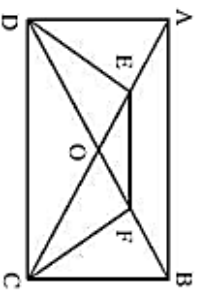
22. המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$. הנקודה E נמצאת על המשך הבסיס CD. הקטע BE חותך את השוק AD בנקודה M, כך ש- $AM = MD$.
הוכח: המרובע ABDE הוא מקבילית.



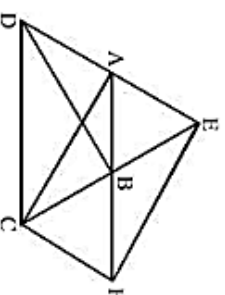
28. AE הוא גובה בטרפז שווה-שוקיים ABCD $(AB \parallel DC)$. F היא נקודה על המשך הבסיס AB. נתון: $BF = DE$.
הוכח: $AC = EF$.



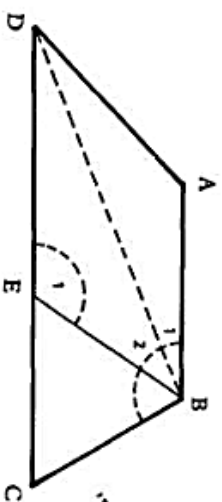
23. המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$. נתון: $BC = DC$.
CM חוצה את הזווית BCD.
א. הוכח: $BM = DM$.
ב. הוכח: $BD \perp CM$.



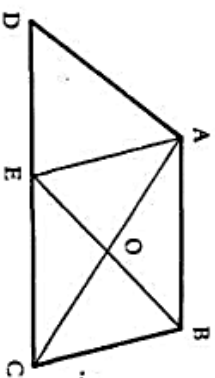
31. במלבן ABCD האלכסונים AC ו-BD נפגשים בנקודה O. הנקודות E ו-F נמצאות על הקטעים OA ו-OB בהתאמה כך ש- $AE = BF$.
הוכח: המרובע DCFE הוא טרפז שווה-שוקיים.



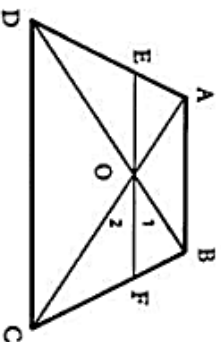
24. בתוך משולש שווה-צלעות EDC חסום טרפז שווה-שוקיים ABCD $(AB \parallel DC)$. הנקודה F נמצאת על המשך הצלע AB. נתון: $BC = CF$.
א. הוכח: $\triangle ECF \cong \triangle DCB$.
ב. הוכח: $AC = EF$.



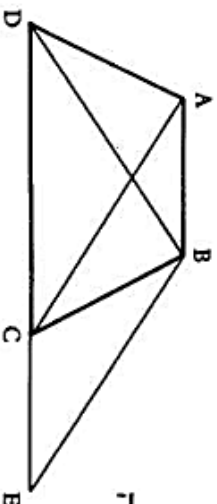
- 6) המרובע ABCD הוא טרפז.
נתון: $BE = BC$.
א. הוכח: $\angle E_1 = \angle ABC$.
ב. נתון: BD חוצה את זית D, $\angle B_2 = 35^\circ$, $\angle B_1 = 20^\circ$.
חשב את זווית הטרפז.



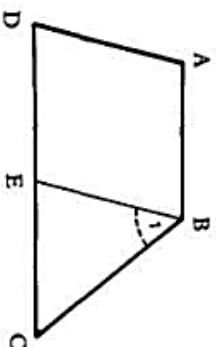
- 7) המרובע ABCD הוא טרפז. הקטע BE חוצה את האלכסון AC ($AO = OC$).
א. הוכח: המרובע ABCE הוא מקבילית.
ב. הוכח: לא יתכן שאלכסון אחד חוצה את השני בטרפז.



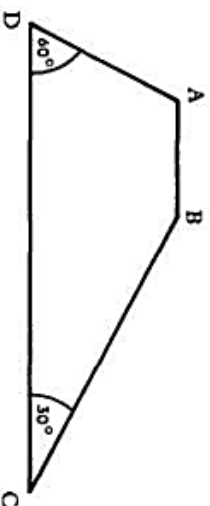
- 24) הטרפז ABCD הוא שווה שוקיים. דרך הנקודה O (מפגש האלכסונים) עובר קטע EF המקביל ל-DC.
הוכח: א. $\angle O_1 = \angle O_2$.
ב. $EO = OF$.



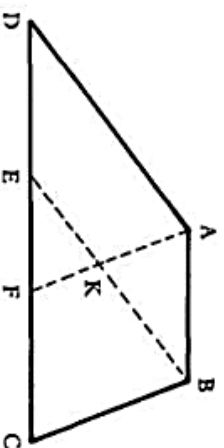
- 25) בטרפז שווה שוקיים ABCD נתון: $CE = AB$ (משך DC).
הוכח: המשולש DBE הוא שווה שוקיים.



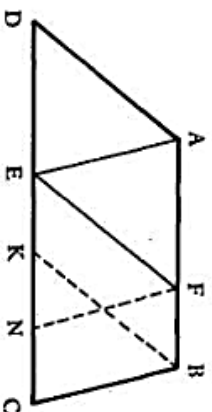
- 2) המרובע ABCD שבעיר הוא טרפז ($AB \parallel DC$).
נתון: BE מקביל ל-AD.
הוכח: א. $DE = AB$.
ב. $\angle B_1 + \angle C = \angle A$.



- 3) בטרפז ABCD נתון: $\angle D = 60^\circ$, $\angle C = 30^\circ$.
3 ס"מ $AB = 13$ ס"מ DC .
חשב את אורך השוק AD.
הדרכה: העבר מ-B מקביל ל-AD.

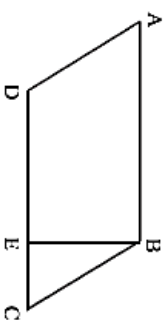


- 4) בטרפז ABCD נתון: $BE \parallel AD$, $AF \parallel BC$.
4 ס"מ $FC = 3$ ס"מ EF .
א. חשב את אורכי הנסיגים.
ב. נתון: $\angle D = 40^\circ$, $\angle C = 70^\circ$.
חשב את זווית המרובע BCFK.
ג. חשב את אורך השוק AD.

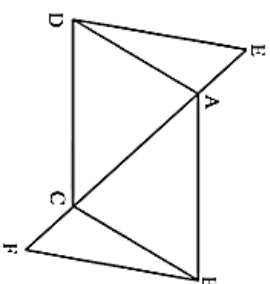


- 5) בטרפז ABCD נתון: $AE \parallel BC$, $DE \parallel AC$.
10 ס"מ $DC = 6$ ס"מ AB .
א. חשב את אורך הקטע FB.
ב. נתון: $FN \parallel BC$, $BK \parallel EF$.
חשב את KN.

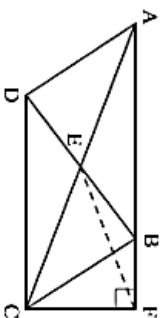
מקבילית



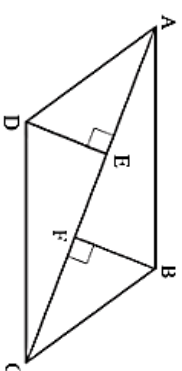
19. המקבילית ABCD היא מקבילית.
BE הוא גובה לצלע DC.
נתון: $\angle ADC = 120^\circ$, $BC = 4$ ס"מ.
חשבו את אורך הקטע DE.
תשובה: 6 ס"מ.



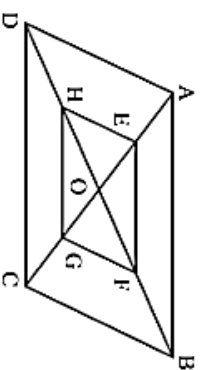
9. המרובע ABCD הוא מקבילית.
הנקודות E ו-F נמצאות על המשך האלכסון AC (ראה ציור).
נתון: $AE = CF$.
הוכח: $\angle EDC = \angle FBA$.



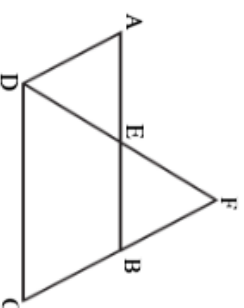
20. הנקודה E היא מפגש האלכסונים במקבילית ABCD. נקודה על המשך הצלע AB.
נתון: $CF \perp AF$.
הוכח: $AE = FE$.



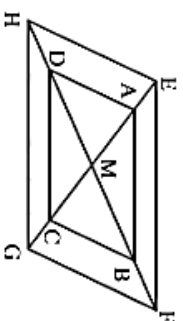
10. הנקודות E ו-F נמצאות על האלכסון AC של מקבילית ABCD.
נתון: $BF \perp AC$, $DE \perp AC$.
א. הוכח: $BF = DE$.
ב. הוכח: $\angle ABF = \angle CDE$.



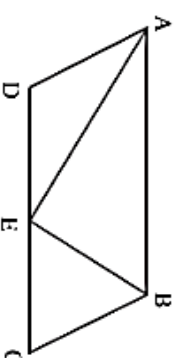
29. אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים בנקודה O. הנקודות E, F, G, H נמצאות באמצעי הקטעים DO ו-BO, CO ו-AO.
הוכח: המרובע EFGH הוא מקבילית.



11. הנקודה E נמצאת על הצלע AB של מקבילית ABCD. המשך הקטע DE חותך את המשך הצלע CB בנקודה F.
נתון: $BF = BC$.
הוכח: $AE = \frac{1}{2} DC$.

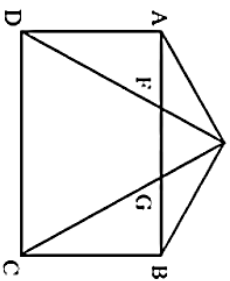


13. המרובע ABCD הוא מקבילית.
אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה M.
הנקודות E, F, G, H נמצאות על המשכי האלכסונים AC ו-BD.
נתון: $AE = CG$, $BF = DH$.
הוכח: המרובע EFGH הוא מקבילית.



$\angle AED = \alpha$ צורד בסימון זווית

13. במקבילית ABCD הצלע AB ארוכה פי 2 מהצלע BC. הנקודה E נמצאת באמצע הצלע DC.
א. הוכח: AE חוצה את הזווית BAD.
ב. הוכח: $AE \perp BE$.



המרובע ABCD הוא מלבן.
הנקודה E נמצאת מחוץ
למלבן כך ש- $AE = BE$.
א. הוכח: $DE = CE$.
ב. הוכח: $EF = EG$.

מעגלין

(11) בטרטוט שלפניך

נתון:

$\triangle ABC$

$\angle B$ - חוצה זווית

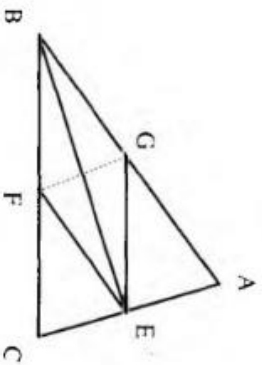
$EF \parallel AB$

$GE \parallel BC$

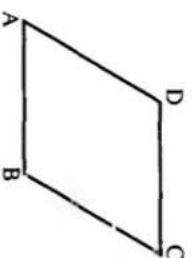
הוכח:

א) מרובע BGEF הוא מעגלין

ב) $GF \perp BE$



D C



(16) המרובע ABCD הוא מקבילית.
הצלעות מבוטאות באמצעות תבניות מספר:

$$AB = 2x + 5$$

$$DC = 3x - 1$$

$$AD = x + 11$$

הוכח:

מרובע ABCD הוא מעגלין.

(19) הנקודה M היא נקודת פגישת האלכסונים במעגלין ABCD.

$AE \parallel BD$

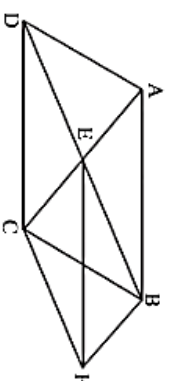
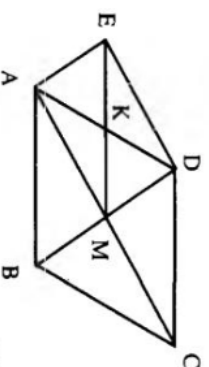
$ED \parallel AC$

הוכח:

א) מרובע AMDE הוא מלבן.

$$AB = 2MK$$

ב) (K - נקודת פגישת האלכסונים AD ו-EM).



36. המרובעים DCFE ו-ABFE הם מקביליות.
א. הוכח: המרובע ABCD הוא מקבילית.
ב. הוכח: המרובע EBFC הוא מקבילית.

מלבן

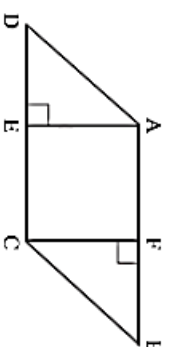
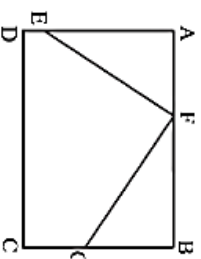
הנקודות E, F ו-G נמצאות

על צלעות המלבן ABCD.

נתון: $AF = BG$, $AE = BF$.

א. הוכח: $\angle AFE = \angle BGF$

ב. הוכח: $EF \perp GF$.



15. המרובע ABCD הוא מקבילית.

א. הוכח: $CF \perp AE$ הם גבוהים במקבילית.

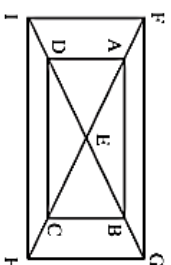
הוכח: המרובע AECF הוא מלבן.

18. המרובע ABCD הוא מלבן שאלכסוניו נפגשים בנקודה E.

ממשיכים את האלכסונים BD ו-AC

כך שמתקיים $AF = BG$, $CH = DI$

הוכח: המרובע FGHI הוא מלבן.



19. המרובע ABCD הוא מקבילית.

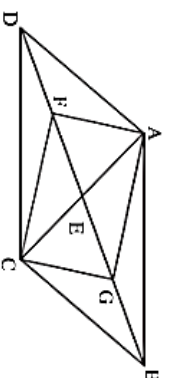
שאלכסוניה נפגשים בנקודה E.

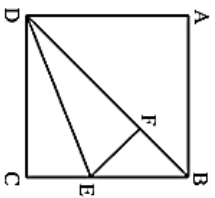
נתון: $BD = 2AC$. הנקודות F ו-G

נמצאות על הקטעים DE ו-BE

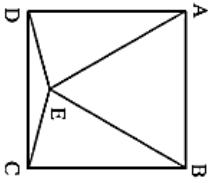
בהתאמה. נתון: $DF = FE$, $EG = BG$.

הוכח: המרובע AGCF הוא מלבן.

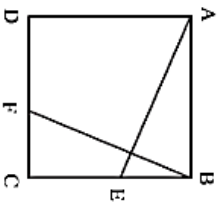




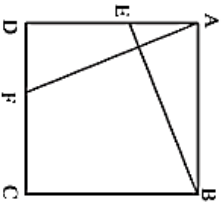
5. המרובע ABCD הוא ריבוע.
 הקטע DE חוצה את הזווית BDC.
 נתון: $EF \perp BD$
 הוכח: $CE = BF$



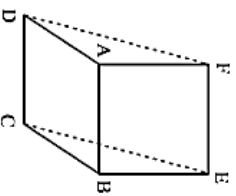
6. המרובע ABCD הוא ריבוע.
 הנקודה E נמצאת בתוך הריבוע
 כך שמתקיים $DE = CE$
 א. הוכח: $AE = BE$
 ב. נתון: $\angle AEB = 60^\circ$
 חשב את הזווית DEC.



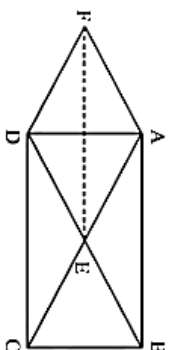
10. בריבוע ABCD הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות BC ו-CD
 בהתאמה. נתון: $AE = BF$
 א. הוכח: $\angle BAE = \angle CBF$
 ב. הוכח: $AE \perp BF$



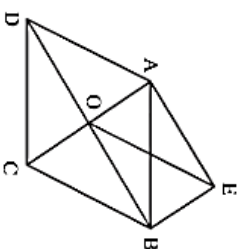
11. בריבוע ABCD, הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AD ו-DC
 בהתאמה. נתון: $AF \perp BE$
 א. הוכח: $AF = BE$
 ב. הוכח: $DE + DF = BC$



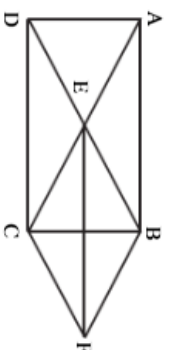
16. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 המרובע ABEF הוא ריבוע.
 א. הוכח: המרובע DCEF הוא מקבילית.
 ב. הוכח: $\triangle ADF \cong \triangle BCE$



26. אלכסוני המלבן ABCD נפגשים בנקודה E. נתון: $DF = AE$, $AF = DE$
 א. הוכח: המרובע AEDF הוא מעוקן.
 ב. הוכח: המרובע ABEF הוא מקבילית.



27. אלכסוני המעוקן ABCD נפגשים בנקודה O.
 המרובע BCOE הוא מקבילית.
 א. הוכח: המרובע ADOE הוא מקבילית.
 ב. הוכח: המרובע AOBCE הוא מלבן.



28. המרובע ABCD הוא מלבן.
 הנקודה F נמצאת מחוץ למלבן
 כך שהמרובע DCFE הוא מקבילית.
 א. הוכח: המרובע CEBF הוא מעוקן.
 ב. הוכח: $AC = 2CF$

ריבוע

2. אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה E.
 DF חוצה את הזווית BDC.
 א. הוכח: $AC \perp DF$
 ב. הוכח: $AD = AG$, $CG = CF$

תשובה: א. 67.5°

טריפזי

5) מרובע ABCD הוא טריפז ($AB \parallel DC$).

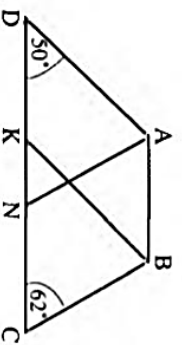
$$BK \parallel AD$$

$$AN \parallel BC$$

$$\angle C = 62^\circ$$

$$\angle D = 50^\circ$$

חשב את זוויות המרובע ABKD



8) מרובע ABCD הוא טריפז ($AB \parallel DC$).

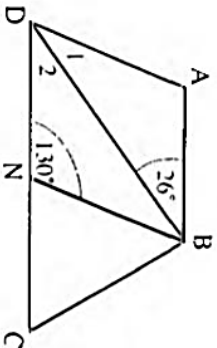
$$NB = NC$$

BD חוצה זווית D $\angle 1 = \angle 2$.

$$\angle ABD = 26^\circ$$

$$\angle BND = 130^\circ$$

חשב את זוויות הטרפז.

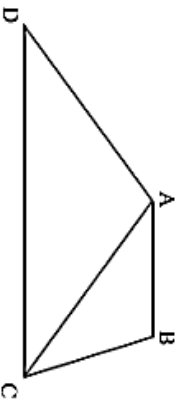


המרובע ABCD הוא טריפז ($AB \parallel DC$).
נתון: $\angle ABC = \angle DAC$, $\angle DCA = \angle ACD$.

$$AD = AC$$

ב. האם המשולשים ABC ו- DAC חופפים זה לזה?

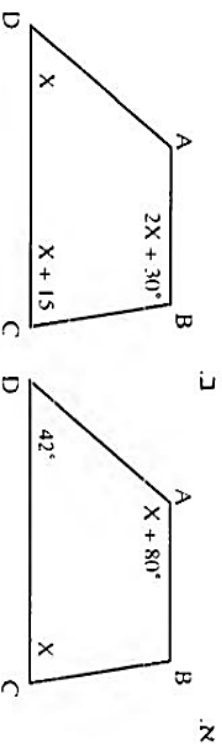
תשובה: ב. לא.



בשרטוט שלפניך נתונים טריפזים ($AB \parallel DC$).

א) מצא את X.

ב) מצא את זוויות הטרפז.



2) מרובע ABCD הוא טריפז ($AB \parallel CD$).

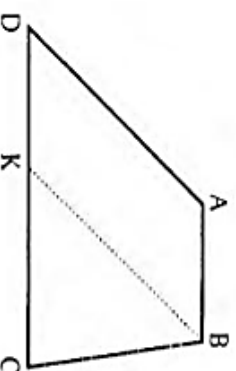
$$BK \parallel AD$$

א) הוכח: מרובע ABKD הוא מקבילית.

ב) נתון: 3 ס"מ = AB.

$$5 \text{ ס"מ} = KC$$

מצא את אורך DC.



10.

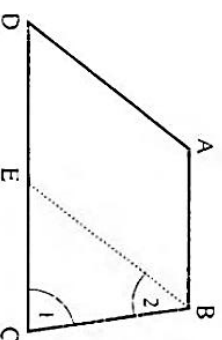
3) מרובע ABCD הוא טריפז ($AB \parallel DC$).

$$BE \parallel AD$$

$$\angle 1 = 74^\circ$$

$$\angle 2 = 40^\circ$$

חשב את זוויות הטרפז.



4) מרובע ABCD הוא טריפז ($AB \parallel DC$).

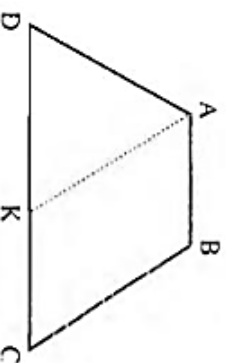
$$AK \parallel BC$$

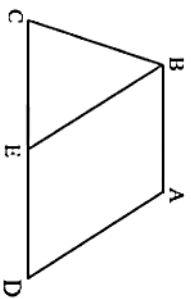
$$KD = KA$$

$$6 \text{ ס"מ} = AB$$

$$15 \text{ ס"מ} = DC$$

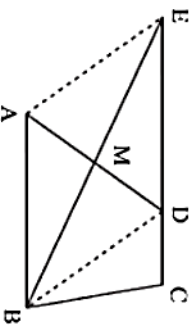
חשב את אורך השוק BC.





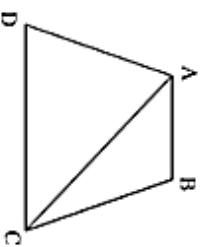
17. המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel DC)$.
 א. נתון: $BE \perp AD$, $AB = DE$. הוכח: $BC = DE$.
 ב. נתון: $BC = 7$ ס"מ, $DC = 11$ ס"מ, $CE = 5$ ס"מ. חשב את היקף הטרפז.

תשובה: ב. 32 ס"מ.

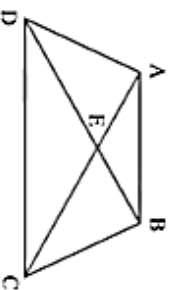


22. המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$. הנקודה E נמצאת על המשך הבסיס CD. הקטע BE חותך את השוק AD בנקודה M, כך ש- $AM = MD$. הוכח: המרובע ABDE הוא מקבילית.

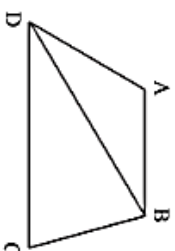
טרפז שווה שוקיים



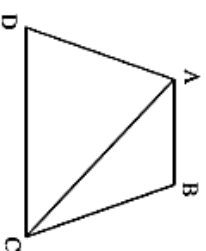
2. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים $(AD = BC, AB \parallel DC)$.
 נתון: $\angle DAC = 72^\circ$, $\angle ADC = 66^\circ$. חשב את זוויותיו של המשולש ABC.
 תשובה: $24^\circ, 114^\circ, 42^\circ$.



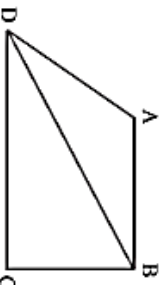
4. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים $(AD = BC, AB \parallel CD)$.
 נתון: $\angle ABC = 122^\circ$, $\angle AEB = 114^\circ$.
 א. חשב את הזווית BDC.
 ב. חשב את הזווית ADE.



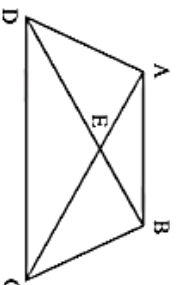
1. המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.
 נתון: $\angle DAB = 104^\circ$, $\angle ADB = 40^\circ$.
 א. חשב את הזווית BDC.
 ב. הוכח: $\angle DBC = 2 \cdot \angle ABD$.
 תשובה: א. 36° .



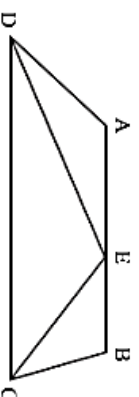
2. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים $(AD = BC, AB \parallel DC)$.
 נתון: $\angle DAC = 72^\circ$, $\angle ADC = 66^\circ$.
 חשב את זוויותיו של המשולש ABC.
 תשובה: $24^\circ, 114^\circ, 42^\circ$.



3. המרובע ABCD הוא טרפז ישר-זווית $(BC \perp DC, AB \parallel CD)$.
 נתון: $\angle ADC = 68^\circ$, $AB = AD$.
 חשב את הזווית DBC.
 תשובה: 56° .



4. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים $(AD = BC, AB \parallel CD)$.
 נתון: $\angle ABC = 122^\circ$, $\angle AEB = 114^\circ$.
 א. חשב את הזווית BDC.
 ב. חשב את הזווית ADE.
 תשובה: א. 33° , ב. 25° .



11. המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$. הנקודה E נמצאת על הבסיס AB כך ש-DE חוצה את הזווית ADC ו-CE חוצה את הזווית BCD.
 הוכח: $AB = AD + BC$.

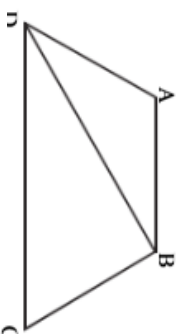
6. המרובע ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים.

$$(AD = BC, AB \parallel DC)$$

$$\text{נתון: } BD = DC, AB = AD.$$

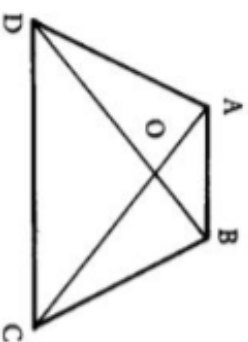
חשב את הזווית ABD.

תשובה: 36° .



23. הטרפז ABCD הוא שווה שוקיים.

$$\text{נ"ח: } DO = OC, AO = OB$$



15. AE ו-BF הם גבהים בטרפז שווה-שוקיים

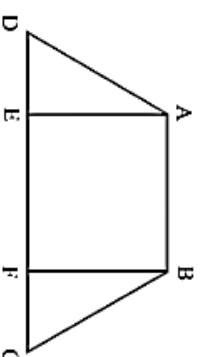
$$ABCD \text{ (} AD = BC, AB \parallel DC \text{)}.$$

$$\text{א. הוכח: } DE = CF.$$

$$\text{ב. נתון: } AB = 10 \text{ ס"מ, } DC = 19 \text{ ס"מ, } \angle C = 60^\circ.$$

חשב את היקף הטרפז.

תשובה: ב. 47 ס"מ.



16. ABCD הוא טרפז שווה שוקיים.

א. $60^\circ, 120^\circ, 120^\circ, 60^\circ$

ב. 24 ס"מ.

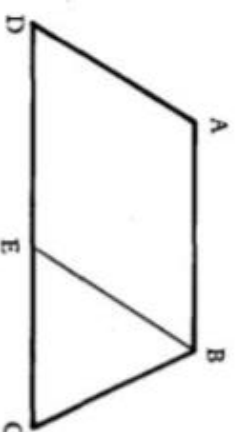
א. $60^\circ, 120^\circ, 120^\circ, 60^\circ$

ב. 25 ס"מ.

א. חשב את זווית הטרפז.

$$\text{ב. נתון: } AB = 6 \text{ ס"מ, } DC = 10 \text{ ס"מ.}$$

חשב את היקף הטרפז.



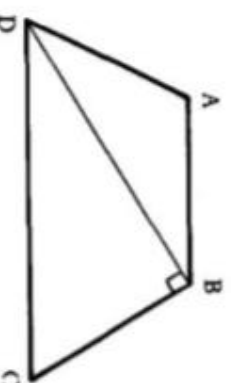
17. ראלכסון BD. בטרפז שווה שוקיים

$$ABCD \text{ מאונך לשוק } BC.$$

$$\text{נתון: } AD = AB.$$

א. חשב את זווית הטרפז.

ב. חשב את היקפו אם 5 ס"מ = BC.





חופשה נעימה!